

## КОГЕРЕНТНОЕ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ В РЕЗОНАНСНО-ТУННЕЛЬНОМ ДИОДЕ СО СПЕЙСЕРОМ

И. А. Ларкин, Ю. Н. Ханин

Институт проблем технологий микроэлектроники и особочистых материалов Российской академии наук,  
142432, Черноголовка, Россия  
(Получена 9 апреля 1993 г. Принята к печати 29 апреля 1993 г.)

В работе представлены волты-амперные характеристики резонансно-туннельных диодов со спейсерами. Рассмотрена теоретическая модель для описания туннелирования через две ямы. Теоретически изучено влияние электронного рассеяния на туннелирование электронов. Получены универсальные выражения, описывающие как когерентное, так и последовательное туннелирование.

**Введение.** В последнее время интенсивно изучались как экспериментально [1–6], так и теоретически [7–12] гетероструктуры с резонансным туннелированием. Как правило, эти структуры изготовлены из GaAs—AlGaAs и представляют собой двухбарьерную систему с одним или несколькими резонансными уровнями в ямах между барьераами. Характерной особенностью этих структур является наличие падающего участка на вольт-амперной характеристике  $I(V)$ . В реальном эксперименте из-за последовательного сопротивления на ВАХ имеется гистерезис. Основным критерием качества этих структур считалось отношение  $I_p/I_i$ , где  $I_p$  — минимальное значение тока при напряжениях, превышающих  $V(I_p)$ , а также малая величина удельного сопротивления.

Обычное объяснение [9] наблюдаемого явления состоит в том, что вероятность прохождения электрона имеет резкий максимум в том случае, если его энергия равна энергии уровня в яме. Поэтому, если уровень попадает в интервал  $(0 \div \epsilon_F)$ , ток большой и пиковый ток  $I_p \sim D$ , где  $D = \min\{D_1, D_2\}$ ,  $D_1$  и  $D_2$  — вероятности прохождения через первый и второй барьера. При увеличении напряжения уровень в яме опускается ниже дна зоны проводимости в левом контакте, и в этом случае для всех электронов вероятность прохождения мала:  $D \sim D_1 D_2$  и ток  $I_v \sim D_1 D_2$ . Поскольку  $D_1$  и  $D_2$  экспоненциально малы, отношение  $I_p/I_v$  должно получаться очень большим, однако в реальном эксперименте  $(I_p/I_v) \ll 10$ .

Обычно это расхождение объясняется наличием рассеяния электронов на примесях в прибарьерной области. Для уменьшения этого рассеяния в прибарьерной области структуру не легируют, что приводит к увеличению отношения  $I_p/I_v$  [3, 4]. При такой геометрии структуры в прибарьерной области образуется еще одна яма, а спейсер играет роль еще одного барьера. При этом задача о туннелировании электрона усложняется и максимальная вероятность прохождения имеет место при совпадении энергии электрона с энергией уровней в ямах. Обычно размеры структуры подбираются таким образом, что уровень в правой яме (ток течет слева направо) при малом напряжении лежит выше уровня ямы перед барьером, и поэтому ток мал. При увеличении напряжения уровень в правой яме опускается и проходит через резонанс с уровнем в левой яме. При дальнейшем увеличении напряжения уровень опускается еще ниже и ток падает. Без учета электронного рассеяния величина  $I_p/I_v$ , так же как и в случае одной

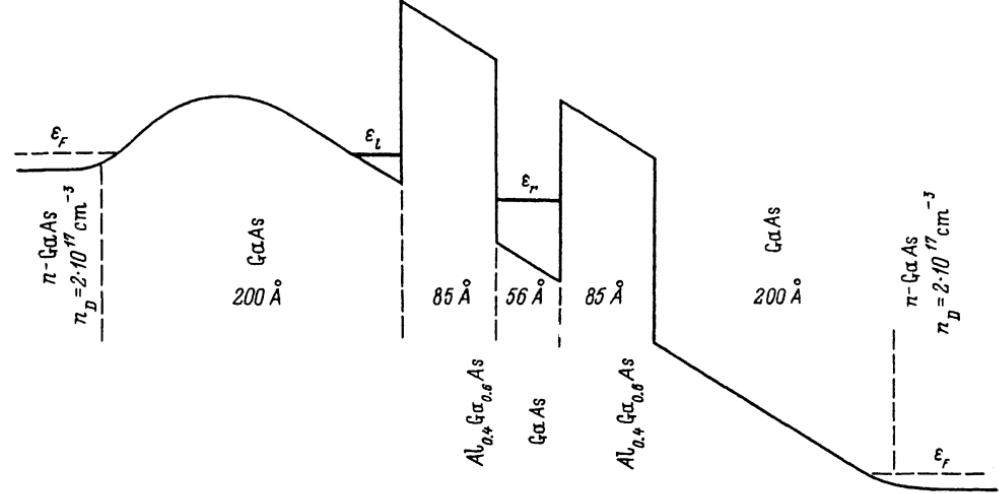


Рис. 1. Схематическая энергетическая диаграмма двухбарьерной гетероструктуры с симметричным спейсером при  $V > V_p$ .

ямы, получается очень большой. В настоящей работе будет показано, что электронное рассеяние существенно увеличивает величину  $I_v$ . Экспериментально это было продемонстрировано в [2]. В случае одной ямы электронное рассеяние было рассмотрено в [1, 2], где было показано, что  $I_p$  не зависит от этого рассеяния. Влияние его на величину  $I_v$  в этих работах не обсуждалось. Другой эффект электрон-электронного взаимодействия состоит в том, что форма потенциала зависит от концентрации электронов в ямах. Учет этого явления также приводит к гистерезису на ВАХ. Для одноямной структуры это было отмечено в [5, 10, 11].

В первой части будут изложены наши экспериментальные результаты, во второй части будет решена задача о туннелировании через 3 барьера без учета электронного рассеяния. В третьей части будет выяснена роль неупругих процессов при туннелировании через две ямы и найдена вольт-амперная характеристика трехбарьерной структуры. В заключение результаты теории будут сравниваться с экспериментальными данными.

## 1. Экспериментальные данные. Описание эксперимента

В нашем эксперименте мы использовали 3 образца, изготовленных из одной гетероструктуры, выращенной методом МЛЭ на полуизолирующей подложке GaAs. На рис. 1 показаны размеры и уровень легирования эпитаксиальных слоев. Аналогичная структура (с теми же параметрами двойного барьера) исследовалась в эксперименте [5], отличие нашей структуры состоит в наличии нелегированных слоев GaAs с каждой стороны от двойного барьера. Площадь омических контактов во всех образцах составляла  $\sim 2 \cdot 10^{-5}$  см<sup>2</sup>. Контакты были изготовлены методом напыления Ni—Au—Ge. Измерения проводились при температуре 4.2 К, плотность пикового тока  $J_p$  в образце 1 составляла  $\approx 2.3 \cdot 10^3$  А/см<sup>2</sup>, отношение  $(I_p/I_v) \approx 9$ . В образцах 2 и 3  $J_p \approx 4.5 \cdot 10^2$  А/см<sup>2</sup>,  $(I_p/I_v) \approx 6$  для образца 2 и  $(I_p/I_v) \approx 1.87$  для образца 3. Вольт-амперные характеристики приведены на рис. 2, и на всех ВАХ наблюдался гистерезис, обусловленный последовательным сопротивлением. Для образца 1 величина последовательного сопротивления составляла 20 Ом, для образцов 2 и 3 — 30 Ом. Строго говоря, мы можем дать лишь верхнюю оценку последовательного сопротивления, однако в силу малости энергии Ферми в активном слое ( $\epsilon_F \approx 0.018$  эВ) собственная ВАХ диода не

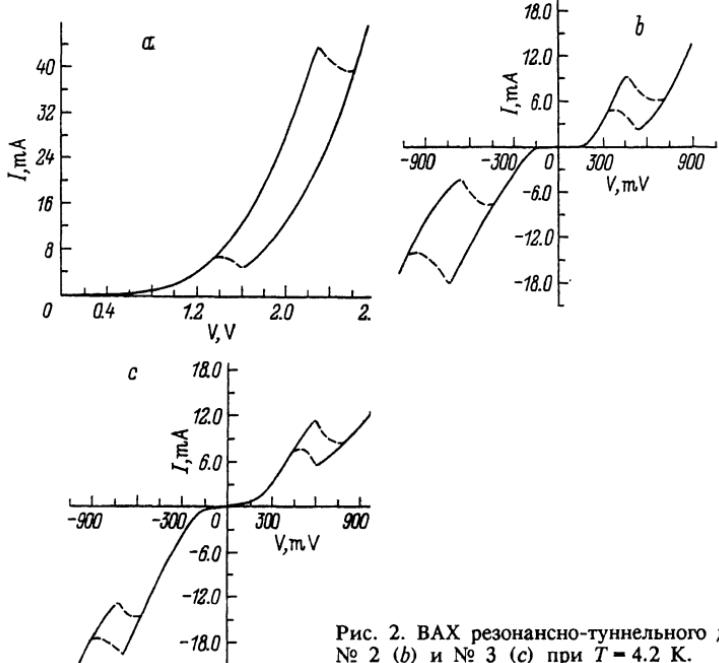


Рис. 2. ВАХ резонансно-туннельного диода № 1 (а), № 2 (б) и № 3 (с) при  $T = 4.2$  К.

может иметь плавного роста. Учет последовательного сопротивления приводит к почти вертикальному росту собственной ВАХ в точке  $V \approx V_p$ , ВАХ образца 1 так же резко падает при напряжении  $V > V_p$ . Собственное  $V_p$  для образца 1 равно 1.2 В, у образцов 2 и 3  $V_p \approx 190$  мВ. Образец 3 в начале ВАХ имеет заметный наклон, обусловленный параллельным сопротивлением  $R_{\parallel} \approx 330$  Ом. Измеренные значения тока значительно превышают как расчетные значения, согласно [4, 6], так и экспериментальные [5] на такой же структуре без спайсеров.

## 2. Трехбарьерное туннелирование в одноэлектронном приближении

Если не учитывать электронное рассеяние, то при туннелировании компоненты импульса  $p_x$  и  $p_y$ , параллельные стенкам, сохраняются и переменные в уравнении Шредингера разделяются, так как эффективный потенциал зависит только от координаты  $z$ . Для нахождения тока в этом приближении достаточно решить одномерное уравнение Шредингера, чтобы вычислить вероятность прохождения электрона  $2\pi\hbar g(\varepsilon)$ . Полный ток через структуру определяется интегралом [12]

$$I = 4\pi eS \int_0^{\infty} g(\varepsilon_z) d\varepsilon_z \int_0^{\infty} \frac{2mf(\varepsilon)}{(2\pi\hbar)^2} d\varepsilon_{xy}, \quad (1)$$

где  $S$  — площадь гетероструктуры,  $m$  — эффективная масса электрона,  $f(\varepsilon) = [1 + e^{(\varepsilon - \mu)}]^{-1}$  — фермиевская функция распределения,  $\varepsilon = \varepsilon_z + \varepsilon_{xy}$  — полная энергия электрона,  $\varepsilon_{xy} = (p_x^2 + p_y^2)/2m$ . Предполагается, что напряжение, приложенное в структуре, велико, и поэтому учитывается лишь ток в одном направлении.

Величина  $g(\varepsilon_z)$  и полный ток находились численно в работе [4]. Воспользовавшись тем, что прозрачности получающихся барьеров малы, можно получить аналитическое выражение  $g(\varepsilon_z)$  с помощью туннельного гамильтониана. Уравнение Шредингера в этом приближении имеет вид

$$\left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \epsilon_p \right) \Psi_p = T_p \Psi_l,$$

$$\left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \epsilon_l \right) \Psi_l = \sum_p T_p^* \Psi_p + H_{lr} \Psi_r,$$

$$\left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \epsilon_r \right) \Psi_r = H_{lr} \Psi_l + \sum_k T_k^* \Psi_k,$$

$$\left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \epsilon_k \right) \Psi_k = T_k \Psi_k, \quad (2)$$

где  $\Psi_p$  — амплитуда электрона в левом берегу,  $\Psi_k$  — в правом,  $\psi_l$  — в левой яме,  $\Psi_r$  — в правой,  $T_p$  и  $T_k$  — матричные элементы перехода из ямы в берег, а  $H_{lr}$  — матричный элемент перехода из одной ямы в другую. Система (2) полностью аналогична уравнениям из работы [13], описывающим туннелирование через две промеси, и для  $g(\epsilon_z)$  имеем

$$g_{lr}(\epsilon_z) = \frac{2}{\pi\hbar} \frac{\Gamma_l \Gamma_r |H_{lr}|^2}{|(\epsilon_z - \epsilon_l + i\Gamma_l)(\epsilon_z - \epsilon_r + i\Gamma_r) - |H_{lr}|^2|^2}, \quad (3)$$

где  $\Gamma_l$  и  $\Gamma_r$  — полуширина уровня в левой (правой) яме,

$$\Gamma_l = \pi \sum_p |T_p|^2 \delta(\epsilon_l - \epsilon_p), \quad \Gamma_r = \pi \sum_k |T_k|^2 \delta(\epsilon_r - \epsilon_k).$$

Конкретные значения  $H_{lr}$ ,  $\Gamma_l$  и  $\Gamma_r$  будут вычислены в четвертой части, пока же будем иметь в виду, что их величины удовлетворяют соотношению  $\Gamma_l, \Gamma_r, H_{lr} \ll \epsilon_F$ ,  $T$ , где  $\epsilon_F$  — энергия Ферми электронов, а  $T$  — их температура. Вследствие этого функция  $g(\epsilon_z)$  значительно более резкая, чем

$$\rho(\epsilon_z) = \int \frac{2m}{2\pi\hbar^2} 2f(\epsilon_z + \epsilon_{xy}) d\epsilon_{xy} = \frac{2mT}{2\pi\hbar^2} \ln \left( \frac{1}{1 + \exp((\epsilon_z - \mu)/T)} \right).$$

Если при этом  $\epsilon_r - \epsilon_l = \Delta$  таково, что  $|\Delta|^2 \gg (\Gamma_l + \Gamma_r)^2 ((H^2/\Gamma_l\Gamma_r) + 1)$ , тогда плотность тока

$$J = \frac{4e}{\hbar} \frac{H^2 (\Gamma_l \rho(\epsilon_l) + \Gamma_r \rho(\epsilon_r))}{\Delta^2}.$$

Вблизи резонанса, когда  $|\Delta| \ll T, \epsilon_F$ ;  $\epsilon_r \approx \epsilon_l$  и  $\rho(\epsilon_l) \approx \rho(\epsilon_r)$ ,

$$J = \frac{4e}{\hbar} \frac{(\Gamma_l + \Gamma_r) (|H_{lr}|^2 \Gamma_l \Gamma_r) \rho(\epsilon_l)}{\Delta^2 \Gamma_l \Gamma_r + (\Gamma_l \Gamma_r + |H_{lr}|^2) (\Gamma_l + \Gamma_r)^2}. \quad (4)$$

Из решения уравнений (2) можно также вычислить плотность заряда в ямах

$$Q_{l(r)} = \int_0^\infty |\Psi_{l(r)}(\epsilon_z)|^2 \rho(\epsilon_z) d\epsilon_z, \quad (5)$$

где  $\Psi_l$  и  $\Psi_r$  — амплитуды в ямах,

$$|\Psi_I(\varepsilon_z)|^2 = \frac{|\varepsilon_z - \varepsilon_r + i\Gamma_r|^2 \Gamma_I}{\pi |\varepsilon_z - \varepsilon_l - i\Gamma_l| (\varepsilon_z - \varepsilon_r - i\Gamma_r) - |H_{lr}|^2|^2},$$

$$|\Psi_r(\varepsilon_z)|^2 = \frac{|H_{lr}|^2 \Gamma_I}{\pi |\varepsilon_z - \varepsilon_l - i\Gamma_l| (\varepsilon_z - \varepsilon_r - i\Gamma_r) - |H_{lr}|^2|^2}.$$

Вычисляя интеграл (5) при малых  $\Delta$ , получим

$$Q_I = 2 \frac{(\Delta^2 + (\Gamma_I + \Gamma_r)^2) \Gamma_I \Gamma_r + |H_{lr}|^2 (\Gamma_I + \Gamma_r) \Gamma_I}{\Delta^2 \Gamma_I \Gamma_r + (\Gamma_I \Gamma_r + |H_{lr}|^2) (\Gamma_I + \Gamma_r)^2} \rho(\varepsilon_l), \quad (6a)$$

$$Q_r = 2 \frac{\rho(\varepsilon_r) \Gamma_I |H_{lr}|^2 (\Gamma_I + \Gamma_r)}{\Delta^2 \Gamma_I \Gamma_r + (\Gamma_I \Gamma_r + |H_{lr}|^2) (\Gamma_I + \Gamma_r)^2}. \quad (6b)$$

Из формулы (6a) видно, что если  $|H_{lr}|^2 \ll \Gamma_I \Gamma_r$  или  $|\Delta| \gg \Gamma_I + \Gamma_r$ , то  $Q_I = \rho(\varepsilon_l) \times \times (\varepsilon_l)$ , что соответствует равновесному значению заряда в левой яме. Сравнивая выражения (4) и (6b), можно заметить, что

$$J = \frac{2\Gamma_r Q_r}{\hbar}. \quad (7)$$

Максимальное значение плотности тока  $J_p$ , согласно формуле (4),

$$J_p = \frac{4e}{\hbar} \frac{\Gamma_I \Gamma_r}{\Gamma_I + \Gamma_r} \frac{|H_{lr}|^2}{\Gamma_I \Gamma_r + |H_{lr}|^2} \rho(\varepsilon_r). \quad (8)$$

Если второй и третий барьеры примерно одинаковы, то  $|H_{lr}|^2 \gg \Gamma_I \Gamma_r$  и  $J_p = [(4e(\Gamma_I \Gamma_r)) / (\hbar(\Gamma_I + \Gamma_r))] \rho(\varepsilon_r)$ , что соответствует сумме сопротивлений от крайних барьера, так как в резонансе при больших  $|H_{lr}|$  уровни в ямах сильно гибридизованы и переход из одной ямы в другую не является «узким горлом». Вдали от резонанса при больших  $\Delta$  ток пропорционален произведению плотностей состояний в левой и правой ямах, а узким горлом является переход через средний барьер

$$J_p = \frac{4e}{\hbar} (\Gamma_I + \Gamma_r) \frac{|H_{lr}|^2}{\Delta^2} \rho(\varepsilon_r).$$

### 3. Последовательное туннелирование и электронное рассеяние

Формулы (5)—(8) были получены в одноэлектронном приближении без учета электрон-электронного рассеяния в процессе туннелирования. Это приближение хорошо применимо, когда время электрон-электронного рассеяния удовлетворяет неравенству  $(\tau_{ee}/\hbar) \gg \Gamma_I^{-1}, \Gamma_r^{-1}$ , что обеспечивает сохранение импульса, параллельного стенкам, в процессе туннелирования.

В нашей и в большинстве других экспериментальных ситуациях концентрация электронов в ямах велика ( $N \sim 10^{10}-10^{11} \text{ см}^{-2}$ ) и  $\tau_{ee} \sim 1-10 \text{ пс}$ , что приводит (с большим запасом) к противоположному неравенству  $(\tau_{ee}/\hbar) \ll \Gamma_I^{-1}, \Gamma_r^{-1}$ . В этом случае помимо прямого туннелирования становится существенным канал с рассеянием электронов, что приводит к увеличению тока. Как будет показано далее, вклад этого канала в ток будет существенным, когда узким горлом является переход через средний барьер, когда

$$|\Delta^2| \gg (\Gamma_l + \Gamma_r)^2 \left( \frac{|H_{lr}|^2}{\Gamma_l \Gamma_r} + 1 \right).$$

В этом случае состояния слева и справа от барьера хорошо определены и для расчета времени туннелирования из ямы в яму можно пренебречь размазкой уровней и считать, что «прямое» туннелирование из ямы в яму невозможно вследствие закона сохранения энергии. При туннелировании с рассеянием электрон может отдать лишнюю энергию фонону или другим электронам в яме, при этом также может поменяться его импульс, параллельный барьеру, и «лишняя» энергия уйдет в энергию движения вдоль стенок.

В силу этого нет принципиальной разницы между упругим и неупругим рассеянием электрона, и основной вклад будет от электрон-электронного рассеяния, потому что концентрация электронов в левой яме велика. При больших напряжениях ( $\Delta > 36$  мэВ) появляется канал испускания оптических фононов, что экспериментально наблюдалось в [2].

Переход из ямы в яму за счет рассеяния на примесях в барьере был вычислен в [14]. Во втором порядке теории возмущений [15] вероятность такого перехода равна

$$dW_{p_o/p_r} = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{p_o/p_r} + \int \frac{H_{p_o/p_f} H_{p_f/p_r}}{\Delta} d\mathbf{p}|^2 \delta(\epsilon_i - \epsilon_f) d\mathbf{p}_r,$$

где  $\epsilon_i$  — начальная, а  $\epsilon_f$  — конечная энергии пары электронов,  $H_{p_o/p_f}$  — матричный элемент рассеяния в левой яме из состояния  $p_o$  в состояние  $p_f$ . При  $p_r \neq p_o$  матричный элемент перехода из ямы в яму  $H_{p_o/p_r} = 0$ , и для вероятности перехода имеем

$$dW_{p_o/p_r} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{|H_{lr}|^2}{\Delta^2} \left| \int H_{p_o/p_f} d\mathbf{p} \right|^2 \delta(\epsilon_i - \epsilon_f) d\mathbf{p}_r.$$

Матричный элемент  $H_{p_o/p_f}$  для двумерных электронов вычислялся в работе [16], полная вероятность перехода  $W_{p_o/p}$  при  $\Delta = 0$  вычислялась для максвелловского газа в [16], а для фермиевского в [17]. В нашем случае следует вычислять переход в виртуальное состояние ( $\Delta \neq 0$ ), и поэтому результат будет отличаться от результатов [16, 17]

$$W_{p_o/p} = \sum_{\mathbf{k}_o, \mathbf{k}} f(\mathbf{k}_o) \frac{2\pi}{\hbar} |M_{p_o \mathbf{k}_o \mathbf{p} \mathbf{k}}|^2 \delta(\epsilon_{p_o} + \epsilon_{\mathbf{k}_o} + \Delta - \epsilon_p - \epsilon_{\mathbf{k}}) (1 - f(\mathbf{k})). \quad (9)$$

Здесь  $f(\mathbf{k}_o)$  — функция распределения электронов,  $\epsilon_p = p^2/m$  — энергия электрона с импульсом  $\mathbf{p}$ ,  $M_{p_o \mathbf{k}_o \mathbf{p} \mathbf{k}}$  — матричный элемент кулоновского взаимодействия

$$M_{p_o \mathbf{k}_o \mathbf{p} \mathbf{k}} = \frac{1}{L^2} \frac{2\pi\hbar e^2}{\kappa q} \delta(\mathbf{p}_o + \mathbf{k}_o - \mathbf{p} - \mathbf{k}), \quad (10)$$

где  $\kappa$  — диэлектрическая проницаемость GaAs,  $q = \mathbf{p} - \mathbf{p}_o = \mathbf{k} - \mathbf{k}_o$  — передача двумерного импульса,  $L^2$  — площадь структуры. Ограничимся рассмотрением низких температур, когда  $T \ll \epsilon_F$ . В этом случае  $1 - f(\mathbf{k}) = \theta(\epsilon_{\mathbf{k}} - \epsilon_F)$  и ток через контакт площадью  $L^2$

$$I = \frac{|H_{lr}|^2}{\Delta^2} \int \int \int d^2 p f(p) d^2 k f(k) d^2 q (1 - f(k+q)) \frac{2\pi}{\hbar} \left( \frac{\hbar^2 2\pi e^2}{L^2 \kappa q} \right)^2 \times \\ \times \frac{1}{2} \left( \frac{2L^2}{(2\pi\hbar)^2} \right)^3 \delta(\epsilon_p + \epsilon_k + \Delta - \epsilon_{p-q} - \epsilon_{p+q}). \quad (11)$$

При малых  $\Delta$  основной вклад в интеграл дают малые передачи импульса ( $q \ll p_F$ ), поэтому в аргументе  $\delta$ -функции можно пренебречь величинами  $\sim q^2$ . При переходе к безразмерным переменным интегрирования имеем

$$I = \frac{|H_{lr}|^2}{\Delta^2} (2\pi)^3 \frac{L^2 \hbar^2 m e^2 p_F^2}{\hbar \kappa^2 (2\pi\hbar)^6} 2\pi \int_{p_x^2 + p_y^2 < 1} dp_x dp_y \int_{k_x^2 + k_y^2 < 1} dk_x dk_y \times \\ \times \Theta \left( \frac{k_x^2 + k_y^2}{2} + k_x q_{1x} + q_1^2 - 1/2 \right) \frac{d_2 q_1}{q_1^2} \delta(\Delta/\epsilon_p - q_{1x}(p_x - k_x)). \quad (12)$$

При  $q_1 > (\Delta/\epsilon_F)$  в аргументе  $\delta$ -функции можно пренебречь  $\Delta/\epsilon_F$ , после чего интегрирование по  $dp_x dp_y dk_x dk_y$  легко выполняется и

$$I = \frac{|H_{lr}|^2}{\Delta^2} \frac{L^2 p_F^2}{(2\pi\hbar)^2} \frac{m e^4}{\kappa^2 \hbar^3} \int \frac{dq_1}{q_1}, \quad \text{где } \frac{\Delta}{\epsilon_F} < q_1 < 1. \quad (13)$$

Замечая, что  $(2L^2 p_F^2)/(2\pi\hbar)^2$  – количество электронов на площади  $L^2$ , можно представить плотность тока в виде

$$J = \frac{|H_{lr}|^2}{\Delta^2} Q_l \frac{\epsilon_B}{\hbar} \ln \frac{\epsilon_F}{\Delta}.$$

В противоположном предельном случае  $\Delta \gg \epsilon_F$  электроны разлетаются после рассеяния с большими противоположными импульсами  $q = \sqrt{m\Delta}$  и вероятность рассеяния слабо зависит от начальных импульсов. В этом случае

$$J = \frac{|H_{lr}|^2}{\Delta^2} Q_l \frac{\pi^2 \epsilon_F}{4 |\Delta|} \frac{e^4 m}{2 \hbar^3 \kappa^2}. \quad (14)$$

Таким образом, при  $\Delta \gg \hbar/\tau$  выражение для тока (11) можно представить в виде

$$J = \frac{|H_{lr}|^2}{\Delta^2} \frac{Q_l}{\tau},$$

где для  $\tau$  справедлива следующая интерполяционная формула:

$$\frac{1}{\tau} \approx \left( \frac{2e^4 m}{\kappa^2 \hbar^3} \right)^{-1} \ln \left( 1 + \frac{\pi^2 \epsilon_F}{4 |\Delta|} \right). \quad (15)$$

При  $\Delta > 2\epsilon_F$   $(1/\tau) = 0$ . Величина  $(2e^4 m / \kappa^2 \hbar^3) = 0.035$  пс для GaAs. При  $\Delta \approx (\hbar/\tau)$  и  $\epsilon_F \approx 20$  мэВ  $(\hbar/\tau) \approx 7$  мэВ. Случай  $\Delta \ll (\hbar/\tau)$  был рассмотрен в [18], где было получено выражение для тока

$$J \approx \frac{|H_{lr}|^2}{\Delta_2 + (\hbar/\tau)^2} \frac{1}{\tau} (Q_l - Q_r),$$

аналогичное формулам (5) и (6).

Для полного соответствия этого выражения формулам (5) и (6) имеет смысл ввести эффективное время перехода из ямы в яму  $\tau_{\text{eff}}^{-1} = \tau^{-1} + \Gamma_l/\hbar + \Gamma_r/\hbar$ . В результате получим

$$J = \frac{|H_{lr}|^2}{\Delta_2 + (\hbar/\tau_{\text{eff}})^2} \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} (Q_l - Q_r). \quad (16)$$

Учитывая, что  $J = 2Q_r \Gamma_r / \hbar$  всегда, найдем универсальную формулу для соотношения зарядов  $Q_l$  и  $Q_r$

$$\frac{Q_l}{Q_r} = \left[ \left( \frac{\Delta^2 \tau_{\text{eff}}^2}{\hbar^2} + 1 \right) \frac{\Gamma_r \hbar}{\tau_{\text{eff}} |H_{lr}|^2} + 1 \right], \quad (17)$$

которая справедлива как для когерентного, так и для последовательного туннелирования. К сожалению, величина  $\Gamma_l$ , которая определяет начальный ход ВАХ, трудно поддается оценке, так как сильно зависит от формы дна зоны проводимости в прибарьерной области. При  $|\Delta| \ll \epsilon_F \tau^{-1} \gg \Gamma_l/\hbar$ , и поэтому  $\Gamma_l$  можно не учитывать в  $\tau_{\text{eff}}$ .

Что касается величин  $H_{lr}$  и  $\Gamma_r$ , то они определяются из решения одномерной задачи о туннелировании

$$|H_{lr}|^2 = \frac{4\epsilon_{qr} F \exp(-\gamma_{lr})}{k_1 k_2 d_2}, \quad (18)$$

$$\Gamma_r = \frac{2\pi m \epsilon_{qr}^{3/2} \epsilon_k^{1/2} \exp(-\gamma_r)}{\hbar^2 k_3^2}, \quad (19)$$

где  $\gamma_{lr}$  и  $\gamma_r$  — показатели туннельных экспонент,  $d_2$  — ширина прямоугольной ямы,  $k_i = \sqrt{2mE_i}$  — определяется высотой барьера,  $\epsilon_{qr}$  — энергия электрона в прямоугольной яме относительно середины ямы,  $\epsilon_k$  — энергия электрона сразу после барьера относительно дна зоны проводимости,  $F$  — поле, прижимающее электроны к первому барьеру. Если поле небольшое и перекос барьера слабый, то  $k_1 \approx k_2 \approx k_3$  и  $\epsilon_k \approx \epsilon_{qr}$ . Если толщины барьеров одинаковы, то  $\gamma_{lr} \approx \gamma_r$  и

$$\frac{|H_{lr}|^2}{\Gamma_r} = \frac{F(\hbar^2/2md_2)}{\pi \epsilon_{qr}}.$$

При актуальных полях  $F$  эта величина имеет порядок десятков милливольт. Вследствие этого при одинаковой толщине барьеров и не очень большой величине  $\epsilon_{qr}$  [ $\epsilon_{qr} \ll (\hbar^2 k^2 / 2m)$ ] в условиях резонанса узким горлом остается последний барьер. Для того чтобы рассчитать вольт-амперную характеристику, необходимо найти зависимость параметров, определяющих величину тока от приложенного напряжения. Как в случае когерентного, так и последовательного туннелирования основным параметром является величина  $\Delta = -e\Delta\varphi + \epsilon_{qu}$ , где  $\Delta\varphi$  — электростатическая разность потенциалов между первой и второй ямами, а  $\epsilon_{qu}$  — разность квантово-механических энергий в прямоугольной и треугольной ямах

$$\epsilon_{qu} = \epsilon_{q_1} - \epsilon_{q_2} \approx -2,3 \left( \frac{\hbar^2}{2m} (eF)^2 \right)^{1/3} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m (d_2 + 2\hbar / \sqrt{2m\Delta E})}, \quad (20)$$

где  $\Delta E$  — высота барьера.

Для вычисления электростатической разности потенциалов мы примем простую модель, согласно которой заряды, частично экранирующие потенциал, расположены в ямах и толщина их мала по сравнению с остальными размерами. Учитывая, что скачок электрического поля  $(\partial\varphi_+/\partial z) - (\partial\varphi_-/\partial z) = 4\pi Q/\kappa$ , получим

$$\Delta = -\frac{(2d_3 + d_2)(d_1 4\pi Q_l + V)}{d_1 + 2d_3 + d_2} + 4\pi Q_r \left( \frac{d_2}{2} + d_3 \right) + \epsilon_{qu}, \quad (21)$$

где  $V$  — разность потенциалов между легированными областями,  $d_1$  — ширина спейсера,  $d_3$  — ширина барьера.

Для когерентного туннелирования уравнения (2), (6а), (6б), (7) и (21) образуют замкнутую систему уравнений, решая которую можно построить вольт-амперную характеристику. В некогерентном случае ограничимся рассмотрением, когда первый барьер не является узким горлом. В этом случае концентрация электронов в левой яме равновесна и электрическое поле в левом спейсере равно нулю. Исходя из этого можно легко построить ВАХ, выражая разность потенциалов  $V$  и ток  $J$  в зависимости от параметра  $Q_l$ ,

$$\Delta = \epsilon_{qu} - \frac{4\pi Q_l}{\kappa} \left( d_3 + \frac{1}{2} d_2 \right), \quad J = Q_r \frac{2\Gamma_r}{\hbar},$$

$$Q_r = \frac{Q_l}{(\Delta^2 \Gamma_r \tau_{eff}) / (\hbar |H_{lr}|^2) + (\Gamma_r \hbar) / (\tau_{eff} |H_{lr}|^2) + 1},$$

$$V = \epsilon_{qu} + \epsilon_{q_1} - \Delta + \frac{4\pi (Q_l + Q_r)}{\kappa} \left( \frac{1}{2} d_2 + d_3 + d_1 + \frac{d_4}{2} \right) + R_s J, \quad (22)$$

где  $d_4$  — ширина области обеднения после правого спейсера  $d_4 = (Q_l + Q_r)/(eN_D)$ , где  $N_D$  — уровень легирования правого берега. Если  $d_3 + 1/2d_2 \ll 1/2(d_2 + d_3 + d_1 + d_4)$  и  $R_s$  малы, то напряжение определяется лишь суммой  $Q_l + Q_r$ . Вводя безразмерные переменные

$$q = \frac{4\pi (Q_l + Q_r) (d_3 + 1/2d_2)}{\epsilon_{qu} \kappa},$$

$$q_r = \frac{4\pi Q_r (d_3 + 1/2d_2)}{\epsilon_{qu} \kappa}, \quad (23)$$

получим универсальное уравнение для вольт-амперной характеристики

$$q_r = \frac{q}{(1 - q + q_r)^2 a + b + 2}, \quad (24)$$

где

$$a = \frac{\Gamma_r \tau_{eff}^2 q u}{\hbar |H_{lr}|^2}, \quad b = \frac{\Gamma_r \hbar}{\tau_{eff} |H_{lr}|^2},$$

обычно  $a \gg 1$ ,  $b \ll 1$ . На рис. 3 приведены зависимости  $q_r$  от  $q$  при  $b=0$  и  $a=1, 98/27, 100$ .

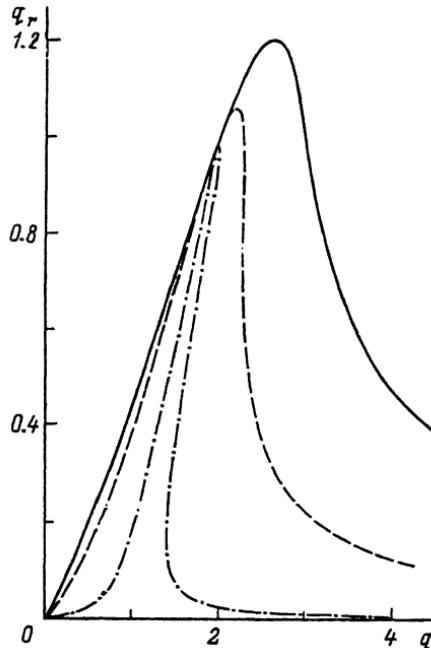


Рис. 3. Зависимость  $q_r(q)$  при  $b = 0$  и  $a = 1$  (сплошная линия),  $a = 98/27$  (штриховая),  $a = 100$  (штрих-пунктирная).

Значение параметра  $a = 98/27$  разделяет гистерезисный и безгистерезисный режимы.

В заключение отметим, что из теоретического рассмотрения в частях 3 и 4 видно, что случаи когерентного и последовательного туннелирования различаются лишь формой пика в районе резонанса. Что касается величин  $J_p$  и  $V_p$ , они в обоих случаях совпадают. В когерентном случае равенство зарядов следует из формул (ба) и (бб), а величина их определяется равновесным с левым берегом значением; в некогерентном случае электрон-электронное рассеяние выравнивает электрохимические потенциалы, а электростатический потенциал равен разности энергий уровней в ямах. Поскольку прозрачность первого барьера велика, величина  $Q_l$  определяется равенством электрохимических потенциалов электронов в левой яме и левом береге. Поэтому для вычисления  $V_p$  в любом случае можно пользоваться формулой (18), а для вычисления  $J_p$  — формулой (7). Решая уравнение (16) с  $\epsilon_{qr} = 74$  мэВ, найдем  $\epsilon_{qu} = 35$ , а  $\epsilon_{ql} = 40$  мэВ.

Учитывая энергию уровня  $\epsilon_{ql}$ , энергию Ферми двумерного электронного газа

$$\epsilon_{F_{2d}} \approx \frac{\epsilon_{qu}}{4} \frac{a_B}{d_1 + 1/2 d_2}$$

и падение напряжения в обедненном слое, получим  $V_p = 187$  мВ. В нашем эксперименте на образцах 2, 3 эти напряжения для разных полярностей равны: 185, 188, 188 и 215 мВ, что неплохо согласуется с расчетами.  $V_p$  образца 1 составляет 1.2 В и, по-видимому, объясняется флюктуацией ширины ямы, которая должна быть равна (при прочих условиях) 35 Å. Это соответствует  $\epsilon_{qr} = 195$  и  $\epsilon_{ql} = 85$  мэВ. Для вычисления  $I_p$  следует учесть изменение прозрачности барьера под воздействием электрического поля. Эффективная высота в этом случае

$$\Delta E_{\text{eff}} = \Delta E - \varepsilon_{qr} - \left( \frac{d_2}{2} \frac{\varepsilon_{qu}}{1/2 d_2 + d_3} + \varepsilon_{qu} \right).$$

Для образцов 2 и 3  $\Delta E_{\text{eff}} = 212$  мэВ и пиковый ток

$$I_p = \frac{S Q_r \varepsilon_{qr}}{\hbar} \exp(-2d_3 \sqrt{2 \Delta E_{\text{eff}} m} / \hbar) \approx 12 \text{ mA.}$$

Экспериментальные значения составляют 9, 10, 18 и 19 мА. Для вычисления прозрачности барьера образца 1 следует использовать формулы для сильно перекошенного барьера [9]

$$\Gamma_r \sim \varepsilon_{qr} \exp \left( -\frac{3}{4} \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m} \frac{\Delta \varepsilon^{3/2}}{\varepsilon_{qu} / (1/2 d_2 + d_3)} \right).$$

Она получается большой, и поэтому даже в резонансе ток определяется прозрачностью первого барьера.

В эксперименте [1] отчетливо видна лоренцева форма ВАХ, что позволяет оценить ширину пика  $\hbar/\tau_{\text{eff}} \approx 10$  мэВ.

В работе [3] показано, что пиковый ток  $J_p$  не зависит от ширины спейсера при отрицательном смещении в соответствии с нашими результатами. Внутреннее напряжение на структуре, рассчитанное по формуле (22), дает такую же зависимость от  $d_1$ , как и расчеты в [3]. Из численных расчетов [4] видно, что положение резонанса определяется совпадением уровней в правой и левой яме, а заряды  $Q_l$  и  $Q_r$  примерно равны в точке резонанса в соответствии с формулами (ба) и (66).

Наши расчеты и эксперимент показали, что максимальное  $J_p/J_v$  достигается в том случае, когда узким горлом является второй барьер, причем на величину пикового тока в этом случае влияет электрон-электронное рассеяние.

Авторы благодарны П. С. Копьеву за предоставление пластины, из которой были изготовлены образцы, Ю. В. Дубровскому за полезные обсуждения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] E. R. Brown, C. D. Parker, T. C. L. G. Sollner, C. I. Huang, C. E. Stutz. Proceedings on the OSA Topical Meeting on Picosecond Electronics and Optoelectronics. 4, 115 (1989).
- [2] M. L. Leadbeater, E. S. Alves, M. Henini, O. H. Hughes. Superlattices and Microstructures, 6, 63 (1989).
- [3] S. Muto, T. Inata, H. Ohnishi, N. Yokoyama, S. Hiyamizy. Japan. J. Appl. Phys., 25, 577 (1986).
- [4] I. Mehdi, R. K. Mains, G. I. Haddad. Appl. Phys. Lett., 57, 899 (1990).
- [5] E. X. Ping, H. X. Jiang. Phys. Rev. B, 40, 11792 (1989).
- [6] P. Gueret, C. Rossel, E. Maclay, H. Meier. J. Appl. Phys., 66, 278 (1989).
- [7] M. Buttiker. IBM J. Res. Develop., 32, 63 (1988).
- [8] N. S. Wingreen, K. W. Jacobsen, J. W. Wilkins. Phys. Rev. B, 40, 11834 (1989).
- [9] B. Ricco, M. Y. Asbel. Phys. Rev. B, 29, 1970 (1984).
- [10] F. W. Sheard, G. A. Toombs. Appl. Phys. Lett., 52, 1228 (1988).
- [11] M. Rahman, J. H. Davies. Semicond. Sci. Technol., 5, 168 (1990).
- [12] L. A. Cury, N. Studart. Superlattices and Microstructures, 4, 245 (1988).
- [13] А. И. Ларкин, К. А. Матвеев. ЖЭТФ, 93, 1030 (1987).
- [14] И. А. Ларкин. ФТП, 23, 1664 (1989).
- [15] Л. Д. Ландау, Е. М. Либниц. Квантовая механика, 704. М. (1963).
- [16] С. Э. Есипов, И. Б. Левинсон. ЖЭТФ, 90, 330 (1986).
- [17] С. Э. Есипов. ЖЭТФ, 92, 1074 (1987).
- [18] Р. Ф. Казаринов, Р. А. Сурис. ФТП, 6, 148 (1972).