

ЭКСИТОН В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ КВАНТОВОЙ ЯМЕ И СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. В. Кавокин, А. И. Несвижский, Р. П. Сейсян

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021, Санкт-Петербург, Россия

(Получена 30 декабря 1992 г. Принята к печати 10 января 1993 г.)

Теоретически исследовано влияние магнитного поля H на состояния экситона в полупроводниковой квантовой яме в режиме образования на фоне континуума осциллирующей структуры магнито-поглощения, представляющей собой суперпозицию состояний диамагнитного экситона (магнито-экситона), привязанных к взаимодействующим в оптических переходах подзонам Ландау. Энергии таких переходов образуют серии «веерных» диаграмм, сходящихся при $H = 0$ к положениям экситонных состояний, образованных на уровнях квантовой ямы. В адиабатическом приближении выполнен вариационный расчет, пригодный для анализа диамагнитных экситонов, связанных с различными уровнями квантовой ямы, применимость которого не ограничивается требованием сильного поля. Вычислены также сила осциллятора переходов и радиационное время жизни экситона в зависимости от магнитного поля. В режиме сильного поля ($\beta > 1$) энергии связи диамагнитных экситонов на различных квантово-размерных уровнях и различных уровнях Ландау вычислены в адиабатическом приближении по теории возмущений. При ряде упрощающих предположений получены также приближенные аналитические формулы, которые дают сравнимые результаты с известной формулой Акимого и Хасегавы, но учитывают ширину и квантовые числа состояний квантовой ямы.

Выполнено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными, полученными в периодической структуре ($N = 20$) с квантовыми ямами ($L_z = 130 \text{ \AA}$) в системе $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$, позволяющее построить реалистическую картину подзон Ландау, что дает возможность анализировать детали зонной структуры материала при переходе от $3D$ -состояния к $2D$ -состоянию.

Введение. В однородном кристаллическом материале сильное магнитное поле H делает экситон квазиодномерным, оставляя лишь одну степень свободы для трансляционного движения. Эффект одномеризации приводит к росту энергии связи R и силы осциллятора экситона f , характеризующей степень сжатия волновой функции и величину интеграла перекрытия электрона и дырки. Спектр поглощения при этом носит в первом приближении квазиландоуский характер, представляя собой серии экситонных состояний, привязанных к каждому оптическому возможному переходу между подзонами Ландау электрона и дырки, как к краю диссоциации. Относительная малость энергии связи R по отношению к сумме циклотронных энергий электрона и дырки $\hbar\Omega$, участвующих в оптическом переходе, входит в критерий сильного поля. По Эллиоту и Лудону [1], он записывается как

$$\beta = \hbar\Omega/2R = (a^*/L)^2 \gg 1. \quad (1)$$

Здесь a^* — радиус экситонного состояния, а $L = (ch/eH)^{1/2}$ — магнитная длина. Такие квазиодномерные экситоны ввиду принципиальных различий, связанных с характером движения, были названы диамагнитными экситонами [2, 3]. Неизбежное связывание электрона и дырки в одномерной квантовой яме и многократное увеличение силы осциллятора соответствующего перехода приводят к тому, что вся межзонная магнитоспектроскопия полупроводников в сильном поле оказывается спектроскопией диамагнитных экситонов [4]. Спектры диамагнитных экситонов содержат уникальную по объему информацию об энер-

теоретической зонной структуре полупроводникового кристалла: об энергиях переходов, эффективных массах и их энергетической зависимости в широком диапазоне. Однако, ввиду практически полного отсутствия экспериментальных указаний на край диссоциации, точность получаемых параметров кристалла оказывается в определенной зависимости от точности расчета энергии связи диамагнитного экситона R_{de} , которая является функцией не только всех квантовых чисел состояния — $l_{c,v}$, M , ν ($l_{c,v}$ — номера уровней Ландау электрона и дырки, M — проекция момента на направление магнитного поля, ν — главное квантовое число одномерного экситона), но и величины магнитного поля H или же приведенного магнитного поля β . Проблема установления точной величины R_{de} усложняется в тех случаях, когда критерий $\beta \gg 1$ не выполняется, но квазиландовская осциллирующая структура спектра тем не менее наблюдается экспериментально [5].

Межзонные осциллирующие спектры в магнитном поле исследовались и в многослойных структурах с квантовыми ямами как в режиме сильного поля $\beta \gg 1$ (см. [6]), так и в слабых и промежуточных полях [7, 8]. Однако информация, полученная из этих экспериментов, минимальна, а точность ее относительно мала главным образом из-за отсутствия метода адекватного описания серий диамагнитного экситона (магнитоэкситона), принадлежащих различным состояниям квантовой ямы. Для экситона в квантовой яме по сравнению с трехмерным случаем возникает новый набор квантовых чисел, связанных с уровнями размерного квантования электрона и дырки, а помимо зависимости энергии от магнитного поля в общем случае появляется и зависимость от толщины квантовой ямы. Единственная работа [9], где предложена аналитическая формула для энергии связи двумерного экситона в магнитном поле, решена в границах столь сильных упрощающих предположений, что влияние квантовых чисел состояний и природы кристалла нивелировано, а зависимость от магнитного поля и числа Ландау упрощена. Сложность теоретического расчета заключается в необходимости самосогласованного учета трех разнородных потенциалов, определяющих геометрию экситонной волновой функции, — магнитного, кулоновского и потенциала размерного квантования. Экситонное состояние в квантовой яме в присутствии магнитного поля в ряде теоретических работ [10–12] рассматривалось численно. В [11, 12] волновая функция экситона рассматривалась вариационно, при этом энергия связи находилась по теории возмущений [11]. Недостаток данного подхода состоит в том, что лишь в сильном квантующем магнитном поле, когда магнитная длина становится меньше двумерного боровского радиуса экситона, корректно рассматривать потенциал кулоновского взаимодействия как возмущение. Более продуктивным представляется рассмотрение задачи о диамагнитном экситоне в квантовой яме в адиабатическом приближении, как это было сделано для трехмерного экситона в [5]. Адиабатическое разделение переменных в квантовой яме имеет под собой гораздо больше оснований, чем в трехмерном случае, поскольку обусловлено уже самим наличием потенциала размерного квантования и может быть проведено, если ширина квантовой ямы не превосходит тройного боровского радиуса экситона [11].

Влияние кулоновского потенциала, создаваемого электроном, на волновую функцию дырки в квантовой яме в отсутствие магнитного поля было проанализировано в [13–16]. В частности, было показано [16], что учет дополнительного квантования дырки в адиабатическом электронном кулоновском потенциале имеет принципиальное значение для описания зависимости силы осциллятора экситона от ширины квантовой ямы в системе CdTe/(Cd, Mn)Te. Присутствие магнитного поля, перпендикулярного плоскости ямы, делает экситон квазинульмерным, локализованным в комбинированном потенциале, создаваемом гетероструктурой и магнитным полем. Эффект «кулоновской ямы» — дополнительного ограничения электронной и дырочной волновых функций в адиабатическом кулоновском потенциале — в такой системе был до сих пор не исследован.

В данной работе мы приводим расчет энергии связи, силы осциллятора f и радиационного времени жизни экситона τ_{ex} в квантовой яме в присутствии сильного и промежуточного магнитных полей. Рост R и f , а также соответствующее уменьшение τ_{ex} приводят к эффекту диамагнитного сжатия экситонной волновой функции в плоскости ямы. Количественный анализ этого эффекта проводится на основе расчета боровского радиуса экситона в плоскости как функции ширины квантовой ямы и магнитного поля.

Теоретический расчет сравнивается с экспериментальными данными по осциллирующему магнитопоглощению гетероструктуры с квантовыми ямами ($N \sim 20$, $L_z = 130 \text{ \AA}$) в системе GaAs/Al_{0,3}Ga_{0,7}As, приведенными в [8]. При этом мы ставили себе целью — лишь дать предварительную оценку пригодности развитых теоретических положений для количественного описания межзонного магнитопоглощения в гетероструктурах с квантовыми ямами. Эксперимент [8] выполнялся на высококачественной структуре, полученной методом молекулярно-лучевой эпитаксии. Особенности экспериментального спектра осциллирующего поглощения — сравнительно узкие линии и большая протяженность по энергии. Осциллирующий спектр носил квазиландауский характер и возникал при величине магнитного поля $\geq 1 T$, что существенно ниже критического поля, соответствующего критерию $\beta = 1$, и, согласно [5], свидетельствует о выраженности возбужденных состояний экситонной серии при $H = 0$. Описание такого эксперимента требует расчета энергий связи и для сильных, и для слабых полей, а также учета зависимости от ширины квантовой ямы L_z .

1. Теория

Запишем уравнение Шредингера для экситона в квантовой яме в присутствии магнитного поля в координатах относительного движения электрона и дырки в плоскости ямы $\rho = (x_e - x_h, y_e - y_h)$ и движения дырки и электрона по нормали к плоскости ямы z_e, z_h , используя известное нормировочное преобразование экситонной волновой функции (см. [13] и ссылки в этой работе):

$$\left\{ \hat{T}_e + \hat{T}_h - \frac{\hbar^2}{2\mu_{\perp}} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) - \frac{e^2}{\kappa} [(z_e - z_h)^2 + \rho]^2 + \frac{\hbar^2 \rho^2}{8\mu_{\perp} L^4} \right\} \psi_{\text{ex}} E \psi_{\text{ex}}, \quad (2)$$

где

$$\hat{T}_e = -\Theta \left(\frac{L_z}{2} - |z_e| \right) \frac{\hbar^2}{2m_e^A} \frac{\partial^2}{\partial z_e^2} - \Theta \left(|z_e| - \frac{L_z}{2} \right) \left[\frac{\hbar^2}{2m_e^B} \frac{\partial^2}{\partial z_e^2} - V_e \right],$$

$$\hat{T}_h = -\Theta \left(\frac{L_z}{2} - |z_h| \right) \frac{\hbar^2}{2m_h^A} \frac{\partial^2}{\partial z_h^2} - \Theta \left(|z_h| - \frac{L_z}{2} \right) \left[\frac{\hbar^2}{2m_h^B} \frac{\partial^2}{\partial z_h^2} - V_h \right].$$

Здесь $\Theta(z) = \begin{cases} 1, & z > 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases}$, $m^{A(B)}$ — масса электрона в слоях ямы (барьера), $\mu_{\perp} = m_e^A m_h^A / (m_e^A + m_h^A)^{-1}$ (для простоты мы пренебрегаем подмешиванием барьерных масс электрона и дырки в приведенную массу относительного движения в плоскости μ_{\perp}), $m_{\perp}^{A,B}$ — поперечная (продольная) масса дырки в слоях ямы (A) и барьера (B), κ — диэлектрическая постоянная, которую мы также будем считать одинаковой в композиционных слоях. Влияние диэлектрической поляризации барьера на экситонную волновую функцию было проанализировано в [17]. Для экситона в квантовой яме GaAs/Al_xGa_{1-x}As оно пренебрежимо мало. Магнитное поле ориентировано в нашей постановке задачи вдоль оси ямы. Будем считать, что волновой вектор движения экситона как целого $K = 0$.

С учетом адиабатического разделения переменных, проведенного в гамильтониане (2), экситонная огибающая ψ_{exc} запишется в виде

$$\psi_{\text{exc}}(\rho, z_e, z_h) = f(\rho) U_e(z_e) U_h(z_h), \quad (3)$$

где $f(\rho)$ — функция относительного движения электрона и дырки в плоскости ямы, $U_e(z_e)$ и $U_h(z_h)$ — электронная и дырочная огибающие по нормали к плоскости ямы. Условие нормировки выберем в виде

$$\int_0^{\infty} 2\pi\rho d\rho f^2(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} dz U_e^2(z) = \int_{-\infty}^{\infty} dz U_h^2(z) = 1. \quad (4)$$

Домножая уравнение (2) на: а) $f(\rho) U_h(z_h)$, б) $f(\rho) U_e(z_e)$, в) $U_e(z_e) U_h(z_h)$ и интегрируя: а) по ρ и z_h , б) по ρ и z_e , в) по z_e и z_h , получим систему уравнений для $f(\rho)$, $U_h(z_h)$ и $U_e(z_e)$, связанных через кулоновский член в гамильтониане,

$$\left\{ \hat{T}_e - \frac{e^2}{\kappa} \int_0^{\infty} 2\pi\rho d\rho \int_{-\infty}^{\infty} dz_h \frac{f^2(\rho) U_h^2(z_h)}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} \right\} U_e(z_e) = E_e U_e(z_e), \quad (5a)$$

$$\left\{ \hat{T}_e - \frac{e^2}{\kappa} \int_0^{\infty} 2\pi\rho d\rho \int_{-\infty}^{\infty} dz_e \frac{f^2(\rho) U_e^2(z_e)}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} \right\} U_h(z_h) = E_h U_h(z_h), \quad (5b)$$

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu_{\perp}} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{\hbar^2 \rho^2}{8\mu_{\perp} L^4} - \frac{e^2}{\kappa} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dz_e dz_h \frac{U_e^2(z_e) U_h^2(z_h)}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} \right\} f(\rho) = E_{\text{exc}} f(\rho), \quad (5c)$$

E_e и E_h имеют смысл энергий размерного квантования электрона и дырки, сдвинутых за счет кулоновского взаимодействия, ($-E_{\text{exc}}$) — сумма циклотронных энергий электрона и дырки и энергии связи экситона. Таким образом, энергия диамагнитного экситона составит

$$R_H = -E_{\text{exc}} - \hbar\omega_c^e (l_c + 1/2) + \hbar\omega_c^h (l_v + 1/2), \quad (6)$$

где ω_c^e, \hbar — циклотронная частота электрона (дырки). Второе слагаемое в гамильтонианах (5a) и (5b), как правило, опускают ввиду малой величины кулоновской энергии по сравнению с энергией размерного квантования электрона и дырки. В ряде случаев, однако, такое упрощение приводит к серьезным погрешностям в определении энергии связи и силы осциллятора экситона [16]. Эффект кулоновской ямы — дополнительной локализации электронной и дырочной волновых функций за счет адиабатического кулоновского потенциала — применительно к нашей системе будет обсужден далее, пока же будем считать U_e и U_h волновыми функциями частиц в прямоугольных ямах. Для основного состояния

$$U_{\nu}(z) = \begin{cases} C_{\nu} \cos k_{\nu} z, & z < \frac{L_z}{2}, \\ D_{\nu} \exp \left[-\kappa_{\nu} \left(|z| - \frac{L_z}{2} \right) \right], & z > \frac{L_z}{2} \end{cases} \quad (7)$$

Здесь $k_{\nu} = (2m_{\nu}^* E_{\nu} / \hbar^2)^{1/2}$, $\kappa_{\nu} = [2m_{\nu}^* (V_{\nu} - E_{\nu}) / \hbar^2]^{1/2}$, E_{ν} — энергия размерного квантования электрона ($\nu = e$) и дырки ($\nu = h$);

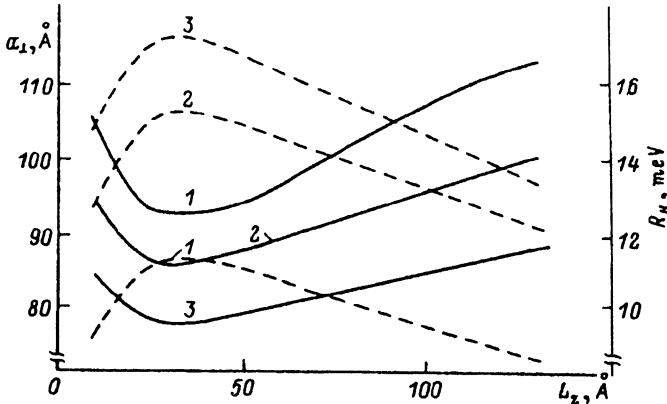


Рис. 1. Зависимость радиуса экситона в плоскости ямы a_{\perp} от ширины квантовой ямы L_z при различных значениях магнитного поля H , Т: 1 — 0, 2 — 4, 3 — 7 (сплошные кривые). Штриховые кривые соответствующие зависимости энергии связи R_H . Расчет выполнен для GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As квантовой ямы с $L_z = 130$ Å (квантово-размерные состояния HH1E1).

$$C_v = \left[\frac{L_z}{2} \left(1 + \frac{\sin K_v z}{k_v z} + \frac{1 + \cos k_v z}{\kappa_v z} \right) \right]^{-1/2},$$

$$D_v = C_v \cos \left(\frac{k_v L_z}{2} \right). \quad (8)$$

Таким образом, кулоновский член в уравнении (5с) теперь определен, и уравнение может быть решено относительно $f(\rho)$. Будем решать его вариационно с пробной функцией

$$f(\rho) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{a_{\perp}} \exp \left(-\frac{\rho}{a_{\perp}} \right). \quad (9)$$

Вариационным параметром здесь является a , имеющее смысл боровского радиуса экситона в плоскости ямы. Величина a характеризует степень двумерности экситона: $a_B(2D) < a_{\perp} < a_B$, где $a_B(2D) = a_B/2 = \hbar^2 \kappa / 2\mu_{\perp} e^2$ — боровский радиус двумерного экситона, a_B — боровский радиус трехмерного экситона. Минимизируя $E_{\text{exc}}(a_{\perp})$, получим уравнение, определяющее a_{\perp} ,

$$\frac{\hbar^2}{8\mu_{\perp}} \left[1 - 6 \left(\frac{a_{\perp}}{2L} \right)^4 \right] = \int \rho d\rho V(\rho) \left(1 - \frac{\rho}{a_{\perp}} \right) e^{-2\rho/a_{\perp}}, \quad (10)$$

где $V(\rho) = \frac{e^2}{\kappa} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dz_e dz_h \frac{U_e^2(z_e) U_h^2(z_h)}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}}$. На рис. 1 изображена зависимость a_{\perp}

от ширины квантовой ямы для различных значений магнитного поля. Зависимость носит немонотонный характер. Минимум соответствует наиболее сильному сжатию электронной и дырочной волновых функций по нормали к плоскости ямы. В более узких ямах происходит размытие волновой функции экситона за счет сильного туннелирования электрона и дырки под барьер, а в более широких ямах — за счет расширения области локализации электрона и дырки. Магнитное поле порождает дополнительное сжатие экситонной волновой функции в плоскости ямы, сдвигая всю зависимость в сторону меньших a_{\perp} . Это в свою очередь приводит к увеличению энергии связи экситона

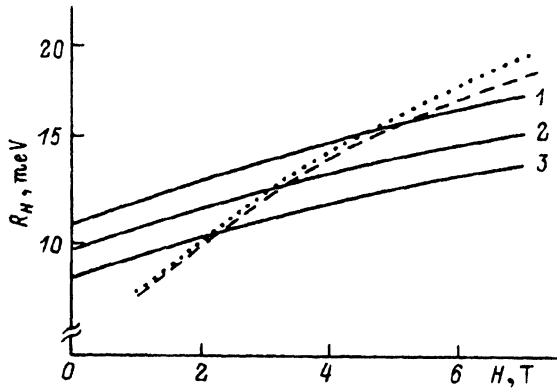


Рис. 2. Зависимость энергии связи экситона в квантовой яме от магнитного поля для системы GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As. Вариационный расчет квантовой ямы различной ширины, L_z , \times : 1 — 50, 2 — 90, 3 — 130. Штриховая кривая — расчет по теории возмущений в модели прямоугольной ямы, пунктирная — в модели «кулоновской ямы» (обе для $L_z = 130 \text{ \AA}$).

$$R_H = -\frac{3}{16} \frac{\hbar^2 a_1^2}{\mu_{\perp} L^4} - \frac{\hbar^2}{2\mu_{\perp} a_1^2} + \frac{4}{a_1^2} \int_0^{\infty} \rho d\rho e^{-2\rho/a_{\perp}} V(\rho) - \hbar\omega_c^e \left(l_c + \frac{1}{2} \right) - \hbar\omega_c^h \left(l_v + \frac{1}{2} \right). \quad (11)$$

Зависимость энергии связи экситона от магнитного поля для основного экситонного состояния ($HH1E1$) приведена на рис. 2 для квантовых ям разной ширины. Следует заметить, что значения R_H в нулевом поле находятся в близком соответствии с данными [18], полученными в результате численного расчета с учетом смешивания легких и тяжелых дырок, а также непараболичности электронно-дырочных подзон.

Сила осциллятора экситона в квантовой яме G пропорциональна квадрату интеграла перекрытия электронной и дырочной огибающих $J_{eh} = \int_{-\infty}^{\infty} U_e(z) U_h(z) dz$ и квадрату волновой функции относительного движения носителей в экситоне $f(p)$, взятой при совпадающих координатах электрона и дырки. Как показано в [15],

$$G = \frac{\pi a_B^3}{L_z} f^2(0) J_{eh}^2 G_b, \quad (12)$$

где G_b — сила осциллятора в однородном кристаллическом материале. Для U_e и U_h вида (7) справедливо выражение

$$J_{eh} = J_{eh}^A + J_{eh}^B, \quad (13)$$

$$J_{eh}^A = C_e C_h \left\{ \frac{\sin [(k_e + k_h) L_z / 2]}{k_e + k_h} + \frac{\sin [(k_e - k_h) L_z / 2]}{k_e - k_h} \right\},$$

$$J_{eh}^B = 2 \frac{D_e D_h}{\alpha_e + \alpha_h}.$$

На рис. 3 представлена зависимость силы осциллятора экситона от магнитного поля в квантовых ямах различной ширины, рассчитанная по (12). Рост силы

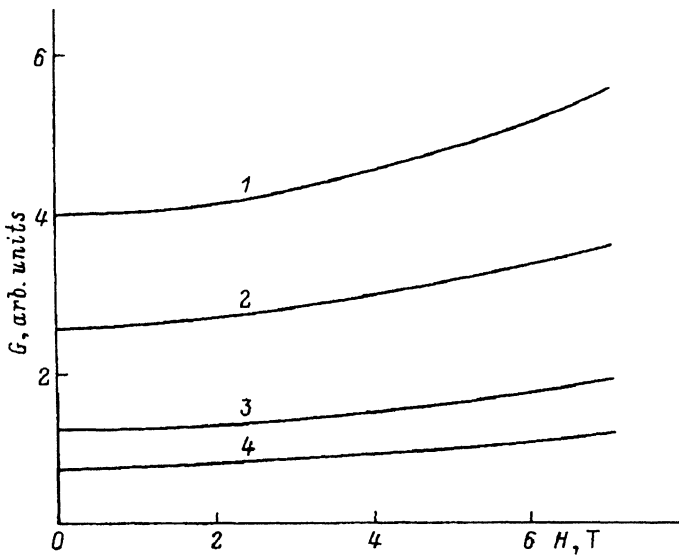


Рис. 3. Зависимость силы осциллятора экситона в квантовых ямах GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As от магнитного поля. Ширина квантовой ямы L_x , \AA : 1 – 30, 2 – 50, 3 – 90, 4 – 130.

осциллятора с увеличением магнитного поля связан со сжатием экситона в плоскости и тем самым с ростом $f^2(0) \propto a_{\perp}^{-2}$. Рассчитанные значения силы осциллятора находятся в близком соответствии с экспериментальными данными, полученными путем обработки спектров отражения от периодических структур с квантовыми ямами в [19], если мы примем во внимание, что сила осциллятора экситона в цепочке квантовых ям с периодом $d = L_b + L_z$ и в одиночной яме различаются фактором L_z/d [15].

Радиационное время жизни экситона обратно пропорционально силе осциллятора:

$$\tau_{\text{exc}} = (KL_z G)^{-1}, \quad (14)$$

$K = \sqrt{\kappa} \omega_0 / c$, ω_0 — частота экситонного резонанса. Для квантовых ям шириной 30 и 130 \AA радиационное время жизни в отсутствие магнитного поля оказывается равным 1.9 и 2.7 пс, в магнитном поле 7 Т — 1.4 и 1.6 пс соответственно.

Рассмотрим теперь случай сильного квантующего магнитного поля. Если выполняется условие $L < a_B$, что в нашем случае соответствует полям $H > 3.5$ Т, то в качестве $f(\rho)$ можно в первом приближении использовать волновую функцию экситона на l -м уровне Ландау

$$f_l(\rho) = C_l H_l(\rho/L) \exp(-\rho^2/2L^2). \quad (15)$$

Здесь $H_l(x)$ — полиномы Эрмита, C_l — нормировочная константа.

Для $HNIEl$ экситона в этом случае усиливается роль дополнительного сжатия дырочной огибающей $U_h(z)$ за счет адиабатического кулоновского потенциала, создаваемого электроном [см. уравнение (5b)] (эффект кулоновской ямы). В [13] предложен способ приближенного аналитического расчета $U_h(z)$ в этом случае. Комбинированный потенциал, действующий на дырку, аппроксимируется параболой

$$\tilde{V}_h(z) = \frac{16e^2 L_z}{\kappa a_1^2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2} \right) - \frac{m_{\text{h},\perp}^* \omega_{\text{h},\perp}^2 z^2}{2}, \quad (16)$$

где $\omega_h = 8e (\kappa L_z m_h^A)^{-1/2} / a_{\perp}$. В этом случае

$$U_h(z) = \frac{1}{\sqrt{r} \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2r^2}\right), \quad (17)$$

где $r = (\hbar / m_h^A \omega_h)^{1/2}$. Критерий применимости параболической аппроксимации для потенциала, действующего на дырку, может быть записан следующим образом:

$$R_p > R_r, \quad (18)$$

где R_p и R_r — энергия связи экситона (11), сосчитанные с потенциалом $V(\rho)$ (10), содержащим $U_h(z)$ вида (17) и (7) соответственно. Для квантовой ямы GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As в магнитном поле 4 Т это соответствует $L_z > 60$ Å. Чем больше магнитное поле, тем заметнее роль кулоновской ямы и тем мягче становится условие (18); так, при $H = 7$ Т параболическое приближение применимо, если $L_z > 40$ Å.

В приближении сильного поля при фиксированной $f(\rho)$ вида (15) энергия связи экситона R_H находится по теории возмущений:

$$R_H = \frac{e^2}{\kappa} \int_0^{\infty} 2\pi\rho d\rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dz_e dz_h \frac{U_e^2(z_e) U_h^2(z_h) f^2(\rho)}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}}, \quad (19)$$

где $f(\rho)$ имеет вид (15). На рис. 2 штриховыми линиями показан расчет $R_H(H)$ согласно (19) в модели прямоугольного потенциала для дырки. Расчет $R_H(H)$ в модели параболической кулоновской ямы показан пунктиром. Вместо a_{\perp} в (16) в приближении сильного поля следует подставлять L . В модели кулоновской ямы расчет дает большие значения R_H из-за более сильного сжатия функции $U_h(z)$ по сравнению с моделью прямоугольной ямы для дырки.

Ясно, что эффект кулоновской ямы имеет существенное значение только для нижнего уровня тяжелой дырки, так как более высокие дырочные состояния «чувствуют» в основном стенки пространственной прямоугольной ямы.

Тройной интеграл в выражении для энергии связи (19) в общем виде не берется аналитически. Получить явную зависимость R_H от магнитного поля и ширины ямы можно, введя ряд упрощающих предположений. Будем считать барьеры для электрона и дырки бесконечно высокими, а саму квантовую яму — достаточно узкой, так чтобы выполнялось условие

$$L_z \leq L \leq a_{\perp}. \quad (20)$$

Заметим, что правая часть двойного неравенства (20) является просто критерием применимости теории возмущений в нашей задаче. В рамках такой упрощающей модели нетрудно получить выражения для R . В первом порядке по L_z/L для первого уровня Ландау ($l_e = l_h = 0$)

$$R_{H;0,N} = \frac{e^2}{\kappa L} \sqrt{\pi} \left[1 - \left(\frac{2}{3\sqrt{\pi}} - \frac{5}{2(\pi N)^2 \sqrt{\pi}} \right) \frac{L_z}{L} \right], \quad (21)$$

где $N = N_e = N_h = 1, 2, 3, \dots$ — номер уровня размерного квантования электрона и дырки в квантовой яме. Формула (21) описывает экситонные состояния $HH1E1$, $LH1E1$, $HN2E2$, $LH2E2$, $HN3E3$ и т. д. Зависимость энергии связи от дырочной массы в первом порядке нивелируется теорией возмущений.

Для второго уровня Ландау в разложении по L_z/L пропадает линейный член; таким образом, зависимость от ширины квантовой ямы становится значительно слабее, и R приближенно равно

$$R_{H;1,N} = \frac{e^2}{\kappa L} \sqrt{\pi} \frac{1}{2}. \quad (22)$$

Линейная зависимость R от ширины ямы L_z вновь возникает при $l_e = l_h = 2$:

$$R_{H;2,N} = \frac{e^2}{\kappa L} \sqrt{\pi} \frac{2}{5} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3\sqrt{\pi}} - \frac{5}{2(\pi N)^2 \sqrt{\pi}} \right) \frac{L_z}{L} \right]. \quad (23)$$

Таким образом, из нашего анализа видно, что в нулевом приближении энергия связи экситона растет с увеличением магнитного поля по корневому закону, как это получили Акимото и Хасегава в [9]. В [9] приведено часто применяемое приближенное выражение для R , содержащее зависимость от номера уровня Ландау двумерного экситона, но без учета природы кристалла, а также изменение энергии связи экситона как функции ширины квантовой ямы или номера электронного и дырочного состояний в яме:

$$R_{H,l} = \frac{e^2}{\kappa L} \frac{3}{2} (2l + 1)^{-1/2}. \quad (24)$$

Нетрудно убедиться в том, что формулы, полученные нами для $L_z = 0$ с точностью до численных коэффициентов, различающихся не более чем на 20%, совпадают с (24). Результаты близки при $L_z < 50 \text{ \AA}$, но расходятся с ростом L_z .

Более общие выражения (21)–(23) показывают, что энергия связи экситона уменьшается с ростом L_z , и эта зависимость тем сильнее, чем выше номер электрон-дырочного квантового состояния в яме. Что же касается зависимости от числа Ландау l , различия при $L_z > 50 \text{ \AA}$ особенно заметны для $l = 0$, но уменьшаются с ростом l .

Очевидно, однако, что точность результатов при применении аналитических формул оставляет желать лучшего, и для анализа зонных спектров электронов и дырок в квантовых ямах по результатам межзонных магнитооптических экспериментов необходимы численные расчеты.

На рис. 4 приведен вариационный расчет зависимости энергии связи экситона от магнитного поля в квантовой яме GaAs/Al_{0,3}Ga_{0,7}As шириной 130 Å для состояний $HH1E1$, $LH1E1$, $HH3E1$, $HH2E2$ и $HH3E3$. Для полей $H > 3 \text{ Т}$ показан также расчет в приближении сильного поля (TB) энергии связи $HH1E1$ и $HH3E1$ экситонов для различных уровней Ландау. Причем расчет для $HH1E1$ экситона на нулевом уровне Ландау проведен в приближении параболической кулоновской ямы. Огибающие U_e и U_h для возбужденных состояний экситона искались, как волновые функции частиц на соответствующих уровнях прямоугольных квантовых ям. Общая тенденция к увеличению энергии связи экситона с магнитным полем наблюдается для всех указанных состояний.

В области слабых полей $\beta < 1$ ($H < 3 \text{ Т}$) результаты вариационного расчета и расчета по теории возмущений расходятся: энергия связи в TB стремится к нулю при $H, \beta \rightarrow 0$, что является следствием неправомерности ее применения. Однако результаты имеют определенное расхождение и при $\beta > 1$. В связи с этим ставится вопрос о предпочтительности одного из двух применявшихся расчетных методов. Можно думать, что в пределе сильного поля предпочтительнее окажутся результаты TB , полученные с применением более точных волновых функций на уровнях Ландау (15), в то время как излишне упрощенная пробная функция (9) может привести к существенному искажению результатов.

Тем не менее развитый здесь подход позволяет с определенной точностью рассчитать энергию связи и силу осциллятора для состояний экситона в различных кристаллах в квантовой яме в присутствии внешнего магнитного поля произвольной величины. Такой расчет приобретает особую актуальность при анализе конкретных спектров магнитопоглощения квантово-размерных гетероструктур.

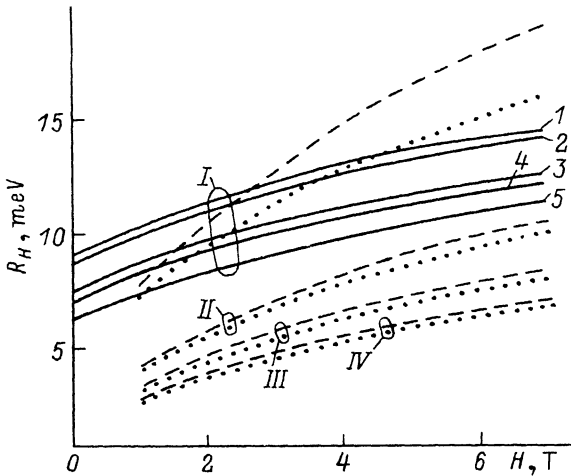


Рис. 4. Зависимость энергии связи экситона в квантовой яме для системы GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As от магнитного поля. Вариационный расчет для $L_z = 130$ Å. Состояния квантовой ямы: 1 — HH1E1, 2 — LH1E1, 3 — HH3E1, 4 — HH2E2, 5 — HH3E3. Расчет по теории возмущений; штриховые кривые — для HH1E1, пунктирные — для HH3E1; квантовые числа Ландау l : I — 0, II — 1, III — 2, IV — 3.

Сравнение с экспериментом позволит судить о степени точности и полезности произведенных вычислений.

2. Сравнение с экспериментом

На рис. 5 приведена веерная диаграмма из [8] σ^+ — циркулярной поляризации для многослойной структуры с квантовыми ямами из GaAs с $L_z = 130$ Å, на ней пунктирными линиями показаны нулевые уровни Ландау, полученные прибавлением к экспериментальным точкам наших расчетных данных для R_N , полученных вариационным методом. Эта процедура осуществлена для квантово-размерных переходов LH1E1, HH3E1, HH2E2, HH3E3, положение которых на шкале энергий от H практически не зависит. Во всех случаях мы получим необходимый наклон соответствующего нулевого уровня, в то время как без поправки на энергию связи эти уровни практически идут параллельно оси H , а уровни HH3E1 и HH2E2 в σ^- -спектре имеют даже отрицательный наклон. На рис. 6 приведен фрагмент рис. 5 для начального участка веерной диаграммы. Основное состояние экситона, вынесенного на рисунок, относится к переходам тяжелой дырки HH1E1. Его положение не зависит от H во всем диапазоне применявшихся полей. Возникающие в магнитном поле максимумы имеют точкой экстраполяции при $H = 0$ энергию, превышающую положение основного состояния экситона приблизительно на энергию связи состояния (значения R_0 (HH1E1) из нашего расчета и из работы [18] практически совпадают).

Штриховыми линиями мы показываем положения гипотетических переходов между подзонами Ландау, полученные сложением расчетных энергий связи R_l , найденными в настоящей работе по теории возмущений, с энергиями максимумов, определенными экспериментально. Нетрудно убедиться в том, что такая процедура приводит к удовлетворительному воссозданию веерной диаграммы для подзон Ландау, лежащему в основе всех расчетов параметров зонной структуры. Примечательно, что в общей картине веерной диаграммы в результате проделанного построения свое место занимает и нулевой уровень Ландау, экситонное состояние которого прослеживается от $H = 0$ и, как отмечалось, не зависит по положению от магнитного поля.

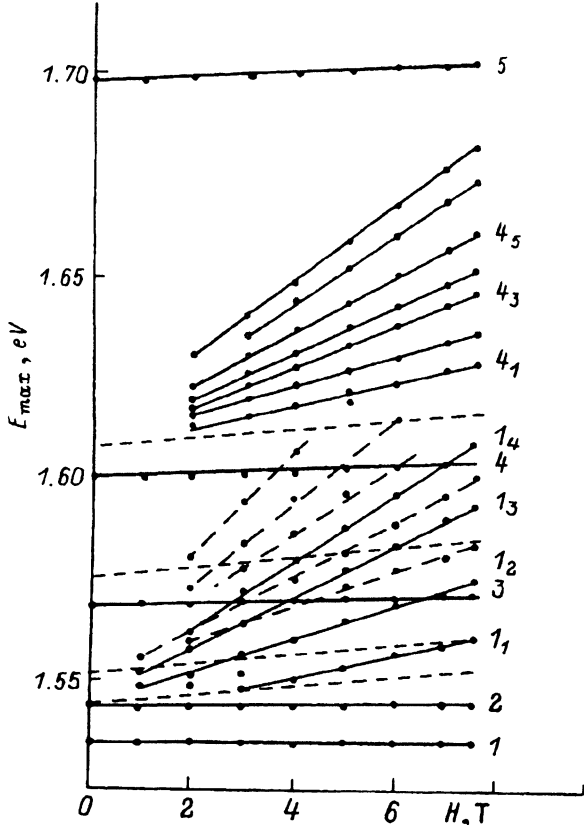


Рис. 5. Веерная диаграмма для квантовых ям GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As с $L_z = 130$ х, σ^+ — циркулярная поляризация по [8]. Пунктирные линии — нулевые уровни Ландау квантово-размерных состояний: 1 — HH1E1, 2 — LH1E1, 3 — HH3E1, 4 — HH2E2, полученные смещением экспериментальных точек на расчетные энергии связи R_H ; подстрочный индекс — номер уровня Ландау l .

Построение веера для переходов между уровнями Ландау дает все основания для анализа эффективных масс. Как и в [8], мы усредним все полученные на опыте точки, осуществляя построение для энергии $E_{\max} - E_{\text{GaAs}}$ в зависимости от $\hbar\omega_0 (l_c + 1/2)$, где E_{GaAs} — ширина запрещенной зоны для объемного GaAs, ω_0 — циклотронная частота свободного электрона (рис. 7). Мы видим, что точки (включая $l=0$) достаточно хорошо ложатся на прямую с $\mu_{\perp}^{-1} = 17.8$, что незначительно превышает величину 17.3, полученную в [8] без учета энергий связи, и свидетельствует о применимости массы электрона, соответствующей объемному кристаллу.

Таким образом, мы убеждаемся в плодотворности применения произведенных расчетов, как вариационного (прежде всего для «слабополевого» приближения), так и по ТВ (начиная с 2—3 Т и для $l > 1$). Применение данных по силе осциллятора могло бы оказаться особенно полезным в тех случаях, когда осциллирующая структура почти не наблюдается, но имеет место заметная зависимость интенсивности максимума основного состояния от магнитного поля. Однако этому препятствует, как правило, преимущественно негомогенный характер уширения экситонных линий в спектре.

Заключение. Энергия связи, сила осциллятора и радиационное время жизни экситона были рассчитаны для основного и возбужденных экситонных состояний

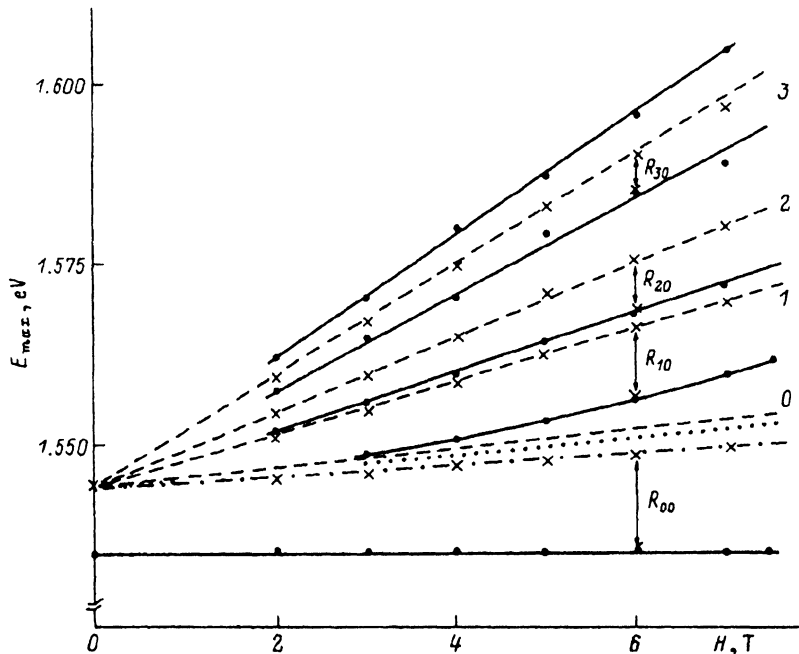


Рис. 6. Фрагмент рис. 5. для переходов на состояния диамагнитного экситона, связанные с квантово-размерными уровнями $HH1E1$. Штриховые линии — энергии для переходов между подзонами Ландау электронов и дырок, полученные сдвигом экспериментальных положений максимумов на R_H (H , D), рассчитанные теоретически.

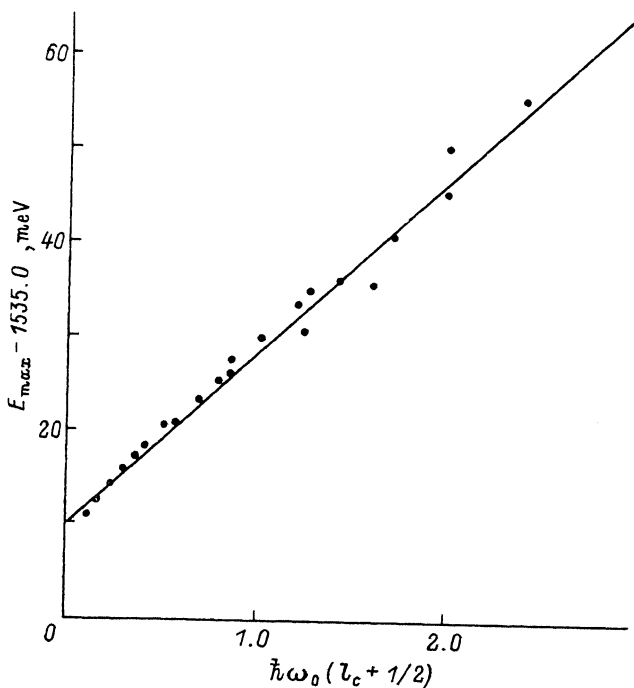


Рис. 7. Энергии максимумов осциллирующего магнитопоглощения для верной диаграммы, соответствующей квантово-размерному состоянию $HH1E1$ в гетероструктурах $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ с $L_z = 130$ Å, в зависимости от $\hbar\omega_0(l_c + 1/2)$. Наклон зависимости дает $\mu_L^{-1} = 17.8$.

в узкой квантовой яме ($L_z < 3a_B$) как функции внешнего магнитного поля, ориентированного перпендикулярно плоскости ямы. Используя адиабатическое разделение переменных в уравнении Шредингера для экситона, мы выразили энергию связи экситона через боровский радиус экситона в плоскости, который находится в результате решения однопараметрической вариационной задачи. Для квантующих сильных полей энергия связи экситона на данном уровне Ландау рассчитана по теории возмущений. Проанализирована роль дополнительной локализации дырочной волновой функции в адиабатическом кулоновском потенциале, создаваемом электроном. Установлено, что энергия связи всех экситонных состояний с увеличением магнитного поля испытывает сублинейный рост благодаря сжатию экситонной волновой функции в плоскости ямы. По этой же причине сила осциллятора экситона растет суперлинейно с полем, а радиационное время жизни экситона падает.

Эти расчеты были применены для описания «веерных диаграмм» — экспериментально измеренных по спектрам пропускания света зависимости энергий различных экситонных переходов от магнитного поля. Сравнение с экспериментом и «восстановление» системы не проявляющихся на практике подзон Ландау позволяют построить вполне реалистическую картину их полевой зависимости и снять противоречия, возникающие при интерпретации оригинального спектра без учета кулоновского взаимодействия электрона и дырки, участвующих в переходах. Анализ веерных диаграмм позволил количественно оценить зонные параметры структуры, в частности эффективные массы носителей вдоль плоскости квантовой ямы, и убедиться в возможности удолетворительного количественного описания магнитооптических спектров.

Авторы благодарны Е. Л. Ивченко за полезные дискуссии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] R. J. Elliott, K. London. *J. Phys. Chem. Sol.* 8, 382 (1959); 15, 196 (1960).
- [2] Б. П. Захарченя, Р. П. Сейсян. УФН, 97, 194 (1969).
- [3] Р. П. Сейсян. Спектроскопия диамагнитных экситонов. М. (1984).
- [4] R. P. Seisyan, V. P. Zakharchenya. In: *Landau Level Spectroscopy* (ed. by G. Landwehr, E. I. Rashba), 27.1, 345. Amsterdam (1991).
- [5] С. Ц. Кохановский, Ю. М. Макушенко, Р. П. Сейсян, Ал. Л. Эфрос, Т. В. Язева, М. А. Абдуллаев. ФТТ, 33, 1719 (1991).
- [6] A. Petrou, B. D. McComb. In: *Landau Level Spectroscopy* (ed. by G. Landwehr, E. I. Rashna), 27.2, 679. Amsterdam (1991).
- [7] L. Vina, G. E. W. Bauer, M. Potemski, J. C. Maan, E. E. Mandez, W. I. Wang. *Phys. Rev. B*, 41, 10767 (1990).
- [8] Н. Д. Ильинская, С. И. Кохановский, Р. П. Сейсян. ФТП, 26, 182 (1993).
- [9] O. Akimoto, H. Hasegawa. *J. Phys. Soc. Japan*, 22, 181 (1967).
- [10] И. В. Лернер, Ю. В. Лозовик. ЖЭТФ, 78, 1167 (1980).
- [11] R. L. Gveen, K. K. Bajaj. *Phys. Rev. B*, 31, 6498 (1985).
- [12] S. R. Eric Yang, Z. J. Sham. *Phys. Rev. Lett.*, 58, 2598 (1987).
- [13] Ал. Л. Эфрос. ФТП, 20, 1281 (1986).
- [14] E. Delepoite, J. M. Bevoir, G. Bastard, C. Delalande, J. M. Hong, L. L. Chang. *Phys. Rev. B*, 42, 5891 (1990); *Superlatt. Microstruct.*, 8, 171 (1990).
- [15] E. L. Ivchenko, A. V. Kavokin, V. P. Kochereshko, G. R. Pozina, I. N. Vraltsev, D. R. Yakovlev, R. N. Bichnell-Tassius, A. Waag, G. Landwehr. *Phys. Rev. B*, 46 (1992).
- [16] A. V. Kavokin V. P. Kochereshko, G. R. Pozina, I. N. Uvaltsev, D. R. Yakovlev, R. N. Bichnell-Tassius, A. Waag, G. Landwehr. *Phys. Rev. B*, 46, (1992).
- [17] С. И. Покутный. ФТП, 25, 628 (1991).
- [18] G. D. Sanders, Yia-Chung. *Phys. Rev. B*, 32, 5517 (1985).
- [19] E. L. Ivchenko, V. P. Kochereshko, P. S. Kop'ev, Y. A. Kosobukin, I. N. Uraltsev, D. R. Yakovlev. *Sol. St. Commun.*, 70, 529 (1989).