

12,13

Электрон-фононное рассеяние и проводимость квантового цилиндра в магнитном поле

© П.А. Эминов, А.А. Ульдин, Ю.И. Сезонов

Московский государственный университет приборостроения и информатики,
Москва, Россия

E-mail: peminov@mail.ru

(Поступила в Редакцию 3 сентября 2010 г.)

В окончательной редакции 3 февраля 2011 г.)

Исследован вклад электрон-фононного рассеяния в электропроводность квантового цилиндра в продольном магнитном поле. Показано, что проводимость нанотрубки испытывает осцилляции Ааронова–Бома при изменении магнитного потока через сечение нанотрубки. В аналитическом виде получены формулы, описывающие температурную зависимость сопротивления наноструктуры как в случае изотропного фононного спектра, так и с учетом эффектов размерного ограничения фононов.

1. Введение

В последнее время большое внимание уделяется теоретическому и экспериментальному изучению электронного транспорта в нанотрубках. В баллистическом приближении, когда длина свободного пробега электрона превосходит длину нанотрубки, исследования вольт-амперных характеристик однослойных углеродных нанотрубок были проведены многими авторами (подробнее см. в [1–4]). Было установлено, что углеродная нанотрубка в зависимости от радиуса и индексов хиральности может быть как проводником, так и диэлектриком. Новые возможности для влияния на проводимость нанотрубок открываются во внешних электромагнитных полях. В продольном магнитном поле ширина энергетической щели в углеродных нанотрубках становится функцией дробной части параметра Ааронова–Бома. Например, металлическая нанотрубка (20,10) при включении магнитного поля становится диэлектриком — ширина запрещенной зоны растет с увеличением параметра Φ/Φ_0 , принимая максимальное значение, когда $\Phi/\Phi_0 = 1/2$. После этого увеличение магнитного потока приводит к уменьшению ширины щели до нуля при $\Phi/\Phi_0 = 1$ [5].

Следует отметить, что даже при описании баллистического транспорта электронов сравнительно редко удается получить не только аналитические результаты, но и асимптотические формулы, описывающие зависимость кондактанса от температуры, интенсивности внешнего поля, хиральности и других свойств однослойной нанотрубки [6]. Поэтому актуально получение аналитических формул, описывающих электронные свойства нанотрубок в рамках различных моделей как с учетом, так и без учета хиральности, а также сравнение этих результатов в предельных случаях [6–10].

Что касается экспериментальных данных по проводимости нанотрубок, то проведенный в [3] анализ показывает следующее.

1) Ряд экспериментов при комнатной температуре свидетельствует в пользу того, что в однослойных угле-

родных нанотрубках с длиной менее или порядка $1 \mu\text{m}$ доминирует баллистический механизм проводимости.

2) В этих экспериментах температурная зависимость сопротивления находится в противоречии с теоретическими результатами, полученными в баллистическом приближении.

3) Имеются экспериментальные данные, согласно которым сопротивление однослойных углеродных нанотрубок существенно превышает баллистическую величину и немонотонным образом зависит от температуры.

Таким образом, наряду с баллистическим транспортом представляет интерес изучение вклада электрон-фононного рассеяния в сопротивление нанотрубки. В работах [11,12] вычислены кондактанс квантового кольца со спин-орбитальным взаимодействием с учетом рассеяния электронов короткодействующей примесью и индукционный ток в квантовом кольце, помещенном в переменное магнитное поле с учетом электрон-фононного рассеяния. Заметим, что в [12] фононный спектр считается изотропным, а влиянием границ квантового кольца на электрон-фононное взаимодействие пренебрегается. Вклад электрон-фононного взаимодействия в сопротивление металлической углеродной трубки с учетом ее хиральности и эффектов размерного ограничения фононов в нанотрубке был рассмотрен в [13]. В этой работе расчет проводится в предположении, что скорость акустических фононов мала по сравнению со скоростью электронов, энергия которых равна энергии Ферми, а электрон-фононное взаимодействие сводится к упругому рассеянию движущихся вдоль (против) оси трубки электронов на продольных акустических фононах. Фононный спектр и электрон-фононное взаимодействие в нанотрубках полупроводникового типа рассматриваются и в работе [14]. Результаты этой работы в предельном случае, когда $h \rightarrow 0$ (h — толщина трубки) и исчезает пьезовзаимодействие, согласуются с [13].

В настоящей работе для различных механизмов рассеяния электронов на акустических фононах вычислена проводимость квантового цилиндра в продольном магнитном поле.

В разделе 2 рассмотрен случай, когда электрон-фононное взаимодействие описывается гамильтонианом Фрелиха, а спектр фононов с линейным законом дисперсии, как и в [12], изотропен. В разделе 3 показывается, что учет особенностей электрон-фононного взаимодействия на цилиндрической поверхности кардинально меняет температурную зависимость электропроводимости нанотрубки с учетом взаимодействия электронов через деформационный потенциал с продольной акустической волной с линейным законом дисперсии. Здесь же исследован случай, когда в длинноволновом приближении электроны взаимодействуют с изгибной волной, имеющей квадратичный закон дисперсии. Обсуждение результатов работы и их сравнение в предельных случаях с результатами других авторов проводится в разделе 4. В разделе 5 перечислены основные результаты работы.

2. Рассеяние электронов в квантовом цилиндре на акустических фонах с изотропным спектром

Рассмотрим рассеяние электронов на длинноволновых акустических фонах с линейным законом дисперсии в случае, когда доминирует деформационный механизм рассеяния, а фонный спектр является изотропным. Гамильтониан взаимодействия электрона с фонами в этом случае задается формулой [12,15,16]

$$H_{e-ph} = \sum_{\mathbf{q}} \left(\frac{qB}{V} \right)^{1/2} [e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} b_{\mathbf{q}} + \text{c.c.}]. \quad (1)$$

Здесь $b_{\mathbf{q}}$ — оператор уничтожения фонона с импульсом \mathbf{q} , B — постоянная деформационного потенциала, $q = |\mathbf{q}|$, V — объем системы.

Для решения поставленной задачи воспользуемся кинетическим уравнением Больцмана в приближении времени релаксации. Движение электрона в невозмущенной электрическим полем задаче описывается решением стационарного уравнения Шредингера на цилиндрической поверхности, вдоль оси которой приложено постоянное магнитное поле. Волновые функции стационарных состояний и энергетический спектр задаются формулами [9]:

$$\psi(n, p_3) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp[in\varphi + izp_3], \quad (2)$$

$$E(n, p_3) = \varepsilon \left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 + \frac{p_3^2}{2m}, \quad (3)$$

где m — эффективная масса электрона, p_3 — продольный импульс, $S = 2\pi RL$ — площадь поверхности цилиндра длиной L и радиусом R ; $n \in \mathbb{Z}$ — азимутальное квантовое число, $\varepsilon = 1/(2mR^2)$ — энергия размерного конфинмента, $\Phi = \pi R^2 H$ — магнитный поток через сечение цилиндра, $\Phi_0 = 2\pi/|e|$ — квант магнитного

потока. Пусть далее вдоль оси OZ нанотрубки приложено постоянное и однородное электрическое поле. Интересуясь линейным откликом квантового цилиндра на внешнее электрическое поле, кинетическое уравнение Больцмана в приближении времени релаксации представим в виде

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \left(\frac{p_3}{m} \right) \left(\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) (eE_z) = -\frac{f_1}{\tau}. \quad (4)$$

Здесь $f_0 = f_0(n, p_3)$ — равновесная функция распределения электронов в исходном квантовом состоянии $p = (n, p_3)$, т. е.

$$f_0(n, p_3) = \left\{ \exp \left[\frac{E(n, p_3) - \mu}{T} \right] + 1 \right\}^{-1}, \quad (5)$$

f_1 — поправка к равновесной функции распределения f_0 , E_z — напряженность электрического поля, направленного вдоль оси цилиндра, μ — химический потенциал электронного газа квантового цилиндра, а в качестве механизма релаксации будем рассматривать рассеяние электронов на акустических фонах.

Таким образом, поправка f_1 к равновесной функции распределения описывается формулой

$$f_1(n, p_3) = (-e)\tau(n, p_3) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E(n, p_3)} \right) \left(\frac{p_3}{m} \right) E_z. \quad (6)$$

Суммируя вклады от каждой зоны энергии поперечного движения, для продольной проводимости нанотрубки в магнитном поле получаем следующую формулу:

$$\sigma = e^2 \sum_n \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2\pi^2 R} \right) \left(\frac{p_3}{m} \right)^2 \tau(n, p_3) \left[\frac{\partial f_0}{\partial E} \right] dp_3, \quad (7)$$

причем величина $\rho = \sigma^{-1}$ имеет смысл сопротивления единицы длины трубки.

Для вычисления проводимости необходимо сначала решить задачу о рассеянии электронов на акустических фонах, благодаря которому и возникает электрическое сопротивление нанотрубки. Рассматривая гамильтониан (1) как возмущение, вероятность квантовых переходов электрона за единицу времени из состояния (n, p_3) в состояние (n', p'_3) с поглощением (или испусканием) фонона с энергией $\omega(q) = vq$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} \omega(n, p_3 \rightarrow n', p'_3) &= (2\pi) \frac{1}{V} Bq J_{n-n'}^2(q_{\perp} R) \\ &\times \left\{ n_q \delta[E(n, p_3) + vq - E(n', p'_3)] \right. \\ &\left. + (1 + n_q) \delta[E(n, p_3) - vq - E(n', p'_3)] \right\}, \quad (8) \end{aligned}$$

где $J_{n-n'}(x)$ — функция Бесселя, v — скорость звука, n_q — среднее число фононов с энергией $\omega = vq$, задаваемое функцией распределения Бозе-Эйнштейна

$$n_q = \frac{1}{\exp \left(\frac{vq}{T} \right) - 1}. \quad (9)$$

Процесс поглощения (испускания) фонона электроном происходит при выполнении законов сохранения продольного импульса и энергии, т. е.

$$p'_3 = p_3 + q_3, \quad \varepsilon(n', p'_3) = \varepsilon(n, p_3) \pm vq. \quad (10)$$

Далее будем пренебрегать в (8) энергией фонона в аргументах δ -функций и единицей по сравнению с n_q , полагая число фононов достаточно большим [16].

Скорость хаотизации продольного импульса электрона определяется из уравнения

$$\frac{dp_3}{dt} = \sum_{p'_3 n'} (p'_3 - p_3) \omega(n, p_3 \rightarrow n', p'_3) = -\frac{p_3}{\tau}, \quad (11)$$

где τ — время релаксации.

Таким образом, из формулы (11) следует, что

$$\frac{1}{\tau} = - \sum_{p'_3 n'} \omega(n, p_3 \rightarrow n', p'_3) \frac{q_3}{p_3}. \quad (12)$$

Для вырожденного электронного газа квантового цилиндра из (12) с учетом (8) находим следующее представление для обратного времени релаксации:

$$\begin{aligned} \tau^{-1} &= \frac{1}{\pi} (B_D m) \frac{1}{p_F(n')} \int_0^\infty q_\perp J_{n-n'}^2(q_\perp R) \\ &\times \left[\left(1 - \frac{p_F(n')}{p_F(n)}\right) \frac{\sqrt{q_\perp^2 + (p_F - p'_F)^2}}{\exp\left(\frac{v}{T} \sqrt{q_\perp^2 + (p_F - p'_F)^2}\right) - 1} \right. \\ &\left. + \left(1 + \frac{p_F(n')}{p_F(n)}\right) \frac{\sqrt{q_\perp^2 + (p_F + p'_F)^2}}{\exp\left(\frac{v}{T} \sqrt{q_\perp^2 + (p_F + p'_F)^2}\right) - 1} \right] dq_\perp. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь $p_F(n)$ — продольный импульс Ферми n -й зоны энергии поперечного движения электрона, равный

$$p_F(n) = \frac{1}{R} \sqrt{(p_F R)^2 - \left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2} = \pi^2 R N_S^n, \quad (14)$$

причем $p_F = \sqrt{2mE_F}$, E_F — энергия Ферми, N_S^n — число электронов в n -й зоне, приходящееся на единицу площади поверхности квантового цилиндра, T — температура. Учитывая быструю сходимость, верхний предел интеграла в (13) мы растянули до бесконечности.

Заметим, что при заданной линейной концентрации N_L энергия Ферми вырожденного электронного газа квантового цилиндра и отношение числа электронов в n -й зоне к полному числу электронов находятся из уравнений

$$N_L = \frac{2}{\pi} \sum_n p_F(n), \quad (15)$$

$$\frac{N_L^n}{N_L} = \frac{N_S^n}{N_S} = \frac{\sqrt{(p_F R)^2 - \left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2}}{\sum_n \sqrt{(p_F R)^2 - \left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2}}, \quad (16)$$

где суммирование проводится по всем $n \in \mathbb{Z}$, для которых подкоренное выражение неотрицательно, N_S — полная поверхностная концентрация электронов. Воспользуемся далее тем, что в формуле (7) в случае вырожденного электронного газа

$$-\frac{\partial f_0}{\partial E} = \frac{m}{p_F(n)} [\delta(p_3 - p_F(n)) + \delta(p_3 + p_F(n))], \quad (17)$$

а время релаксации в (13) удовлетворяет условию

$$\tau(p_F(n)) = \tau(-p_F(n)). \quad (18)$$

В результате после интегрирования по переменной p_3 электропроводность квантового цилиндра в продольном магнитном поле можно представить в виде

$$\sigma = \sum_{n, n'} \sigma_{n, n'}, \quad (19)$$

где

$$\sigma_{n, n'} = e^2 \left(\frac{N_S^n}{m}\right) \tau(n, n'), \quad (20)$$

а обратное время релаксации определяется формулой (13).

Таким образом, в случае изотропного фононного спектра формулы (13), (19), (20) дают решение задачи о вкладе электрон-фононного рассеяния в сопротивление нанотрубки в присутствии продольного магнитного поля в приближении времени релаксации.

3. Рассеяние электронов на продольных и изгибных акустических фононах

В работах [13,14] отмечается, что по сравнению с трехмерными средами электрон-фононное взаимодействие через деформационный потенциал в низкоразмерных наноструктурах является более сложной функцией волнового вектора, вектора поляризации и реального спектра фононов, а особенности электрон-фононного взаимодействия на цилиндрической поверхности нанотрубок могут играть важную роль в электронных свойствах нанотрубок.

В этом разделе мы вычислим вклад в сопротивление квантового цилиндра от рассеяния электронов на продольных и изгибных акустических фононах. Пусть в нанотрубке возбуждена акустическая волна с квазиимпульсом q_3 вдоль оси нанотрубки и азимутальным квантовым числом l . Учитывая явный вид вектора поляризации для разных мод и соответствующих законов

дисперсии акустических колебаний в длинноволновом приближении, авторы работ [13,14] показали следующее.

1) Для аксиально-симметричного фонона ($l = 0$) в длинноволновом пределе электроны взаимодействуют через деформационный потенциал только с продольной волной, имеющей линейный закон дисперсии, а амплитуда взаимодействия описывается формулой [14]

$$\Gamma(q_3, 0) = iq_3 \sqrt{\frac{E_a^2}{2S\rho E_{\text{ph}}(q_3, 0)}}, \quad (21)$$

$$E_{\text{ph}}(q_3, 0) = v|q_3|. \quad (22)$$

Здесь E_a — постоянная деформационного потенциала, ρ — поверхностная плотность материала, из которого изготовлена нанотрубка, а скорость продольной акустической волны оценивается величиной $v \approx 10^4$ м/с.

2) В длинноволновом приближении, когда $|q_3|R \ll 1$, электроны взаимодействуют через деформационный потенциал практически только с изгибной волной, имеющей квадратичный закон дисперсии,

$$E_{\text{ph}}(q_3, l = \pm 1) = vRq_3^2, \quad (23)$$

$$\Gamma(q_3, l = \pm 1) = \frac{i}{R\sqrt{2}} \sqrt{\frac{E_a^2}{2S\rho E_{\text{ph}}(q_3, l = \pm 1)}}. \quad (24)$$

Последний результат соответствует закону дисперсии изгибных волн в упругих стержнях, а параметр v в (23) совпадает со скоростью продольной акустической волны. Таким образом, на цилиндрической поверхности гамилтонианы взаимодействий электрона и фононов с $l = 0$ и $l = \pm 1$ задаются формулами

$$H_{\text{int}}(l = 0) = \sum_{q_3} (iq_3) \sqrt{\frac{E_a^2}{2S\rho v|q_3|}} a(q_3) \times \exp(iq_3 z - iv|q_3|t) + \text{с.с.}, \quad (25)$$

$$H_{\text{int}}(l = \pm 1) = \sum_{q_3} \frac{i}{R\sqrt{2}} \sqrt{\frac{E_a^2}{2S\rho vRq_3^2}} a(q_3) \times \exp(iq_3 z \pm i\varphi - ivRq_3^2 t) + \text{с.с.} \quad (26)$$

В [14] подчеркивается, что при относительно низких температурах ($T \ll \frac{v}{R}$) взаимодействие (26) может играть доминирующую роль в термодинамике и кинетике нанотрубок, однако соответствующие расчеты в этой работе не приводятся.

Сначала рассмотрим случай, когда только продольная акустическая мода вносит вклад в скорость рассеяния. Переход электрона из состояния $p = (n, p_3)$ в конечное состояние $p' = (n', p'_3)$ сопровождается поглощением фонона в состоянии $q = (l = 0, q_3)$ или испусканием фонона в состоянии $-q = (0, -q_3)$. С учетом (25) для

вероятности квантовых переходов $p \rightarrow p'$ за единицу времени получаем выражение

$$\omega(p \rightarrow p') = \left(\frac{4\pi^2}{L}\right) A^2 |q_3| \times \left\{ n_p(1 - n_{p'}) n_q \delta \left[\frac{q_3^2}{2m} + \frac{p_3 q_3}{m} - v|q_3| \right] + n_p(1 - n_{p'})(n_{-q} + 1) \delta \left[\frac{q_3^2}{2m} + \frac{p_3 q_3}{m} + v|q_3| \right] \right\}, \quad (27)$$

где n_q — средние числа заполнения для фононов (Бозе-распределение с равным нулю химическим потенциалом), n_p — средние числа заполнения идеального Ферми-газа и принято обозначение

$$A = \sqrt{\frac{E_a^2}{8\pi^2 R \rho v}}. \quad (28)$$

Надо отметить, что при взаимодействии электрона с продольной акустической волной азимутальное квантовое число электрона не меняется, т.е. $n' = n$, и соответственно энергия поперечного движения сохраняется. Кроме того, в отличие от расчетов, проведенных в разделе 2, рассмотрим неупругое рассеяние и не будем пренебрегать энергией фонона в аргументах δ -функций в формуле (27). Проводя далее вычисления, аналогичные тем, которые описаны в разделе 2, получаем следующий результат для времени релаксации:

$$\tau^{-1} = (2\pi) A^2 4m [F(p_3) + F(-p_3)], \quad (29)$$

где принято обозначение

$$F(p_3) = \left(1 + \frac{mv}{p_3}\right) \frac{1}{\left(\exp\left(\frac{2v}{T} |p_3 + mv|\right) - 1\right)} \times \frac{1}{\left(\exp\left(-\frac{2v}{T} |p_3 + mv|\right) + 1\right)}. \quad (30)$$

Учитывая, что интегрирование по переменной p_3 в формуле (7) проводится в симметричных пределах, продольную проводимость квантового цилиндра можно представить в виде

$$\sigma = \sum_n \sigma_n. \quad (31)$$

Здесь

$$\sigma_n = \frac{e^2}{2m} N_S^n [\tau(p_F(n)) + \tau(-p_F(n))], \quad (32)$$

$$\tau(p_F(n)) = \frac{\left(\exp\left[\frac{2v}{T} |p_F(n) + mv|\right] - 1\right)}{8\pi m A^2 \left(1 + \frac{mv}{p_F(n)}\right)} \times \left(\exp\left(-\frac{2v}{T} |p_F(n) + mv|\right) + 1\right), \quad (33)$$

а импульс Ферми продольного движения и число электронов в n -й зоне энергии поперечного движения определяются формулами (13)–(15). В предельном случае, когда импульс Ферми продольного движения удовлетворяет условию

$$p_F(n) \gg mv, \quad (34)$$

где величина mv имеет смысл импульса электрона, движущегося со скоростью продольной акустической волны, из формул (32), (33) следует

$$\sigma_n = \frac{e^2}{4m} N_S^n \frac{\sinh\left(\frac{2vp_F(n)}{T}\right)}{\pi mA^2}. \quad (35)$$

Заметим также, что если выполнено условие (34), то энергией фонона можно пренебречь в аргументах δ -функций в формуле (27). Физически это соответствует упругому рассеянию электронов на продольных акустических фононах.

Как уже отмечалось, согласно [13,14], в предельном случае, когда $|q_3|R \ll 1$, доминирует взаимодействие (26) электронов с изгибной волной. Расчет проводимости проводится по той же схеме, что и выше. Следует только учесть, что процессы поглощения и испускания фонона происходят с изменением электронного азимутального квантового числа на единицу, т.е. $n' = n \pm 1$ соответственно. Вероятность квантового перехода $n \rightarrow n + 1$ за единицу времени определяется формулой

$$\begin{aligned} \omega(n, p_3 \rightarrow n' = n + 1, p'_3) &= \left(\frac{4\pi^2}{L}\right) A^2 \frac{1}{2R^3 q_3^2} \\ &\times \frac{1}{\left(\exp\left(\frac{vRq_3^2}{T}\right) - 1\right) \left(\exp\left(-\frac{vRq_3^2}{T}\right) + 1\right)} \\ &\times \left[\delta\left(-\alpha - \frac{q_3^2}{2m} - \frac{p_3 q_3}{m} + vRq_3^2\right) \right. \\ &\left. + \delta\left(-\alpha - \frac{q_3^2}{2m} - \frac{p_3 q_3}{m} - vRq_3^2\right) \right], \quad (36) \end{aligned}$$

где

$$\alpha = \varepsilon \left(2n + 1 + 2 \frac{\Phi}{\Phi_0}\right). \quad (37)$$

Здесь мы приведем результаты, полученные при пренебрежении энергией фонона в аргументах δ -функций, что представляется физически оправданным, и в силу условия

$$E_{\text{ph}} = \frac{v}{R} (Rq_3)^2 \ll \frac{v}{R}. \quad (38)$$

Учитывая также переход $n \rightarrow n - 1$, для проводимости нанотрубки получаем следующую формулу:

$$\sigma = \sum_n \sigma_n, \quad (39)$$

$$\sigma_n = \frac{e^2}{m} N^n s \tau(n), \quad (40)$$

$$\tau^{-1}(n) = F_{n,n+1} + F_{n,n-1}, \quad (41)$$

где

$$\begin{aligned} F_{n,n+1} &= \frac{(2\pi)m}{p_F(n)p_F(n+1)} \left[\frac{1}{p_F(n) - p_F(n+1)} \right. \\ &\times \frac{1}{\sinh\left(\frac{vR}{T} [p_F(n) - p_F(n+1)]^2\right)} + \frac{1}{p_F(n) + p_F(n+1)} \\ &\left. \times \frac{1}{\sinh\left(\frac{vR}{T} [p_F(n) + p_F(n+1)]^2\right)} \right] \frac{A^2}{2R^3}. \quad (42) \end{aligned}$$

4. Обсуждение

Как уже отмечалось, в работе [13] вычислен вклад упругого электрон-фононного рассеяния в сопротивление металлической углеродной нанотрубки. Исследовано взаимодействие электронов с продольной акустической волной с линейным законом дисперсии в предположении, что электроны совершают только продольное движение. В нашей задаче этому соответствует предельный случай, когда выполнены условия

$$2 \frac{\Phi}{\Phi_0} < 1, \quad N_L < \frac{2}{\pi R} \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_0}\right). \quad (43)$$

Тогда электроны могут находиться только в основном состоянии ($n = 0$), и они совершают, как и в [13], продольное движение, а импульс Ферми определяется формулой

$$p_F(n = 0) = \frac{\pi N_L}{2}, \quad (44)$$

где N_L — линейная концентрация электронов.

Из формул (32) и (35) для этого частного случая находим

$$\sigma = 2\pi(e^2)N_S^0 \frac{Rv\rho}{m^2 E_a^2} \sinh(2vp_F(0)/T). \quad (45)$$

В высокотемпературном приближении отсюда следует, что проводимость квантового цилиндра обратно пропорциональна температуре. Это согласуется с результатом (4.9)–(4.11) работы [13], где также приводится линейная зависимость от температуры для сопротивления металлических углеродных нанотрубок в пределе больших температур, причем такое поведение сопротивления не зависит от хиральности нанотрубки. Согласно формулам (35) и (45), время релаксации и соответственно проводимость 1D-нанотрубки пропорциональны радиусу нанотрубки, что также находится в согласии с результатом (4.13) работы [13].

Рассмотрим далее наиболее интересный случай, когда электрон-фононное взаимодействие может сопровождаться изменением энергии поперечного движения электрона. Пусть выполнено условие [13,14]

$$q_{\perp} R \ll 1, \quad (46)$$

а фоннный спектр является изотропным [12].

Тогда в предельном случае относительно низких температур

$$T \ll \frac{v}{R}, \quad (47)$$

где v — скорость акустической волны с линейным законом дисперсии; для обратного времени релаксации из (13) находим следующее представление:

$$\begin{aligned} \tau^{-1} = & \left(\frac{mB_D}{\pi} \right) \left[\frac{p_F(n) - p_F(n')}{p_F(n)p_F(n')} \int_{\frac{v|p_F - p'_F|}{T}}^{\infty} \frac{x^2}{e^x - 1} dx \right. \\ & \left. + \frac{p_F(n) + p_F(n')}{p_F(n)p_F(n')} \int_{\frac{v|p_F - p'_F|}{T}}^{\infty} \frac{x^2}{e^x - 1} dx \right] \left(\frac{T}{v} \right)^3. \quad (48) \end{aligned}$$

Из формулы (48) получаем следующую асимптотику для обратного времени релаксации в области умеренно низких температур:

$$\begin{aligned} \tau^{-1} = & (4mB_D) \left(\frac{1}{\pi} \right) \xi(3) \frac{1}{p_F(n')} \left(\frac{T}{v} \right)^3, \\ & v|p_F + p'_F| \ll T \ll \frac{v}{R}, \quad (49) \end{aligned}$$

где $\xi(x)$ — дзета-функция Римана.

Таким образом, в случае изотропного фононного спектра вклад электрон-фононного рассеяния в удельное сопротивление квантового цилиндра меняет свою температурную зависимость от линейной в области высоких температур, которая связана с рэлей-джинсовской аппроксимацией средних чисел заполнения для фононов, до кубической при умеренно низких температурах (рис. 1). Последний результат существенно отличается от результатов, следующих из формул (31)–(33) и (39)–(42), полученных с учетом эффектов размерного ограничения фононов.

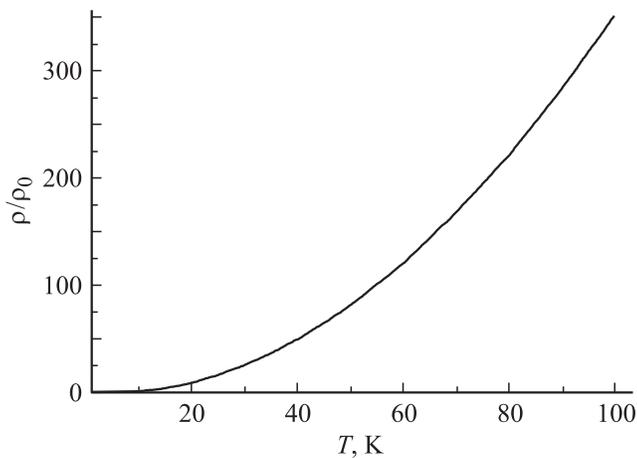


Рис. 1. Зависимость сопротивления единицы длины нанотрубки в свободном случае от температуры для изотропного фононного спектра. Радиус нанотрубки $R = 5$ нм, линейная концентрация $N_L = 0.25 \cdot 10^9 \text{ м}^{-1}$, $\rho_0 = \rho(T = 10 \text{ К})$.

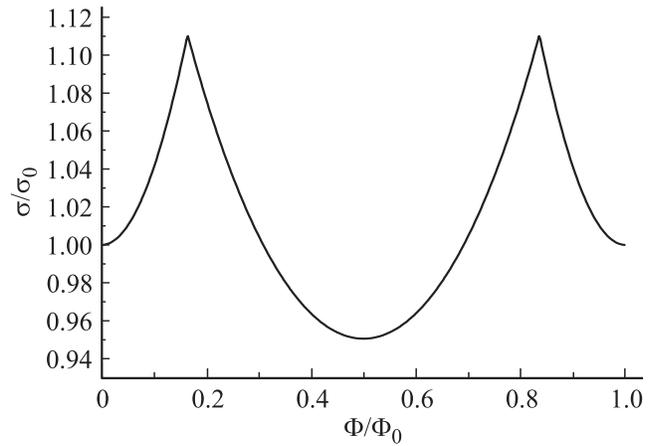


Рис. 2. Зависимость проводимости нанотрубки от параметра Ааронова–Бома. σ_0 — проводимость нанотрубки радиуса $R = 5$ нм в свободном случае; линейная концентрация $N_L = 0.25 \cdot 10^9 \text{ м}^{-1}$, температура $T = 15 \text{ К}$. Заполняются уровни $n = 0, 1, -1, -2$.

Результаты численного расчета зависимости проводимости нанотрубки от параметра Ааронова–Бома в случае изотропного фононного спектра приведены на рис. 2. Изменение дробной части параметра Ааронова–Бома сопровождается изменением проводимости по сравнению с проводимостью нанотрубки в свободном случае, когда нет магнитного поля, примерно на 10–20%. Существенно, что осциллирующая зависимость электропроводности от магнитного потока через сечение трубки имеет место и в результатах раздела 3, полученных с учетом особенностей электрон-фононного взаимодействия на цилиндрической поверхности.

5. Заключение

Перечислим основные результаты, полученные в работе.

1) Вычислен вклад электронного рассеяния на продольных акустических фононах в сопротивление квантового цилиндра во внешнем магнитном поле.

2) Показано, что проводимость квантового цилиндра является осциллирующей функцией параметра Ааронова–Бома, равного отношению магнитного потока через сечение нанотрубки к кванту магнитного потока.

3) В аналитическом виде получена формула, описывающая зависимость сопротивления наноструктуры от температуры с учетом эффектов размерного ограничения фононов. Показано, что в высокотемпературном пределе сопротивление 1D-нанотрубки линейно зависит от температуры. Такое же поведение сопротивления углеродных нанотрубок металлического типа, причем независимо от их хиральности, было получено ранее в работе [13].

4) Исследована температурная зависимость проводимости квантового цилиндра в случае изотропного фо-

нонного спектра с линейным законом дисперсии. Показано, что в предельном случае относительно низких температур сопротивление квантового цилиндра пропорционально третьей степени температуры.

Список литературы

- [1] M.S. Dresselhaus, G. Dresselhaus, P.C. Eklund. Science of fullerenes and carbon nanotubes. Acad. Press, N.Y. (1996). 965 p.
- [2] T. Ando. NPG Asia mater. **1**, 1, 17 (2009).
- [3] А.В. Елецкий. УФН **179**, 3, 225 (2009).
- [4] M.F. Lin, K.W.K. Shung. Phys. Rev. B **51**, 7592 (1995).
- [5] С.С. Савинский, А.В. Белослудцев. ФТТ **46**, 1333 (2004).
- [6] В.Э. Каминский. ФТТ **44**, 3, 460 (2002).
- [7] А.А. Григорькин, С.М. Дунаевский. ФТТ **49**, 3, 557 (2007).
- [8] Д.В. Завьялов, С.В. Крючков, Н.Е. Мещерякова. ФТТ **47**, 6, 1130 (2005).
- [9] П.А. Эминов. ЖЭТФ **135**, 1029 (2009).
- [10] V.A. Margulies, A.V. Shorokhov, M.P. Trushin. Phys. Lett. A **276**, 180 (2000).
- [11] В.М. Ковалев, А.В. Чаплик. ЖЭТФ **130**, 5, 902 (2006).
- [12] Л.И. Магарилл, М.В. Энтин. Письма в ЖЭТФ **80**, 6, 477 (2004).
- [13] H. Suzuura, T. Ando. Phys. Rev. B **65**, 235412 (2002).
- [14] А.И. Ведерников, А.В. Чаплик. ФТП **38**, 11, 1358 (2004).
- [15] М. Строшио, М. Дутта. Фононы в наноструктурах. Физматлит, М. (2006). 320 с.
- [16] И.А. Квасников. Теория неравновесных систем. УРСС, М. (2003). 448 с.