1993 PHYSICS AND TECHNICS OF SEMICONDUCTORS vol. 27, N 5

АНИОНЫ В ОГРАНИЧЕННОЙ ОДНОМЕРНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Ювал Гефен,* Ора Энтин-Вольман **

Institute for Theoretical Physics University of California Santa Barbara,
California 93106—4030
(Получена 30 ноября 1992 г. Принята к печати 2 декабря 1992 г.)

Изучается модель анионов (anyons), движение которых ограничено пределами одномерного кольца. Показано, что периодичность Ааронова—Бома меняется при переходе от канонического к большому каноническому ансамблю, а также в пределах большого канонического ансамбля при повышении температуры.

В недавней работе [1] предложен полуклассический анализ анионов (anyons) в двумерных системах и к тому же проведено обсуждение экспериментальных данных [2], полученных на образцах с дробным квантовым эффектом Холла. Доказано, что туннелирование между противоположными краями образца происходит через островки в объеме. Эти островки связывают дискретные состояния, каждое из которых характеризуется энергией E и замкнутой полуклассической траекторией, охватывающей площадь $A(E)$. Когда число частиц на таком островке не сохраняется (сохраняется) фиксированным, период наблюдаемых осцилляций сопротивления может быть связан с изменением потока через $A(E)$ на величину $\varphi = hc/e$ ($\varphi^* = hc/|e^*|$, $e^* = \pm\nu e$). Здесь ν есть фактор заполнения нижнего уровня Ландау.

Нетривиальный характер проблемы требует модели, в которой было бы возможно аналитическое решение. В настоящей работе мы покажем, что периодичность Ааронова—Бома (AB) изменяется (см. также [3]) от φ^* к φ_0 при переходе от канонического к большому каноническому ансамблю (аналогично результату работы [1]), а также в пределах большого канонического ансамбля по мере роста температуры. Хотя наша модель и является плодом умозрительных рассуждений, однако мы надеемся, что она послужит отправной точкой в изучении более реалистических случаев с ограниченной геометрией.

Мы рассматриваем N анионов, или, альтернативно, бозонов, каждый из которых несет заряд e^*, и статистический поток есть $\theta\varphi^*$. Частицы двигаются по кольцу с периметром L. Они взаимодействуют через сильный потенциал ядра, предотвращающий их сближение на расстояние, меньше d, где $d \to 0$. Следуя анализу работы [4], достаточно учесть часть Гильбертова пространства $x_n < x_{n+1}$, $x_N < x_1 + L$, где $\{x_i\}$ — координаты частиц вдоль кольца. Разрешены только циклические перестановки, для которых выполняется требование равенства статистической фазы AB величине $\pi\theta\,(N-1)$. Волновая функция многих тел для этой системы может быть записана как определитель Слэтера [4] $\Phi = \det\,[e^{ik_l x_n}]$ [1].

---

* Постоянный адрес: Department of Physics Weizmann Institute of Science. Rehovot 76100, Israel.

** Постоянный адрес: Raymond and Beverly Sackler Faculty of Exact Sciences, School of Physics and Asrtonomy, Tel Aviv University. Tel Aviv 69978, Israel.

1 Дополнительный фазовый сдвиг возникает, если мы учитываем поперечные моды в кольце.

$$k_m = \frac{\pi(\theta - 1)(N - 1)}{L} + \frac{2\pi l_m}{L}. \tag{1}$$

Выражение для k_m содержит полный статистический поток через кольцо — $\varphi_s = \varphi^* (1-\theta)(N-1)/2$. Энергия системы в присутствии AB-потока φ_{AB} дается выражением

$$E = \frac{\hbar^2}{2M} \sum_{m=1}^{N} \left(k_m - \frac{2\pi}{L} \frac{(\varphi_{AB} + \varphi_s)}{\varphi^*} \right)^2. \tag{2}$$

Энергия основного состояния изменяется периодически с периодом $\Delta\varphi = \varphi^*$, и минимум сдвинут от исходного на φ_s для нечетных N и на $\varphi_s + 1/2\ \varphi^*$ для четных N.

Рассмотрим теперь термодинамические средние по большому каноническому ансамблю. Для определенности выбираем $\theta = \nu$, $1/\nu$ — нечетные. Из выражения (1) видно, что величины $\{k\}$, следовательно, и одночастичные состояния зависят от N. Заметим также, что статистическая сумма Z_{CG} может быть записана как сумма $1/\nu$ членов, которые одинаковым образом зависят от потока, но величины сдвига по потоку в них различны:

$$Z_{CG}(\mu, \varphi) = \sum_N Z_c(N, \varphi) \exp(\beta\mu N) =$$

$$= \sum_{l=0}^{1/\nu - 1} \sum_{\{N\}_l} Z_C \left[N, \varphi_{AB} + \varphi^* \left(\frac{1-\theta}{2} \right) l \right] \exp(\beta\mu N), \tag{3}$$

где сумма по $\{N\}_l$ ограничена номером частицы $\bar{N} + l + m/\nu$, где m — целое число. Здесь $\bar{N}\mu)$ есть термодинамическое среднее числа частиц. Вычисление усеченной суммы в уравнении (3) представляет собой большую проблему статистической механики. Мы будем искать решение путем разложения суммы вблизи среднего значения $\bar{N}$:

$$\sum_{\{N\}_l} Z_c(N, \varphi) \exp(\beta\mu N) \approx \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\beta F \left(\bar{N} + l + \frac{m}{\nu} \right) \right] \exp\left[\beta\mu (\bar{N}) \times \right.$$

$$\left. \times \left(\bar{N} + l + \frac{m}{\nu} \right) \right] = \exp[-\beta\Omega(\mu)] \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{2} \beta\Delta \left(l + \frac{m}{\nu} \right)^2 \right],$$

где $\Delta = \left. \frac{\partial^2 F}{\partial N^2} \right|_{\bar{N}}$ соответствует уровню, совпадающему с уровнем Ферми. Последняя сумма может быть легко определена в пределе больших или малых $\beta\Delta\,(1/\nu^2)$. В частности, для $\beta\Delta\,(1/\nu^2) \ll 1$ относительные веса членов в уравнении (3) одинаковы и эффективная периодичность потока становится равной $\nu\varphi^* = \varphi_0$.[2] Мы получаем переход от «дробных» к стандартным AB-осцилляциям при изменении температуры. Свободная энергия и ее производные легко рассчитываются [5]. Мы находим, к примеру, что в первом приближении величина термодинамического незатухающего тока уменьшается с температурой как

[2] Для $\theta \to 0$ (бозоны) или $\theta \to 1$ (фермионы) такой переход не имеет места при конечных температурах.

$\exp\left\{-\left[\pi kT/\sqrt{\mu\left(\frac{2\pi\hbar}{L}\right)^2\frac{1}{2M}}\right]\right\}$, но все-таки переход между разными частотами заметен.

Мы признательны профессору Д. Ж. Таулессу за полезную переписку. Это исследование частично поддержано Национальным научным фондом по гранту NPHY 89-04035, Германо-Израильским исследовательским фондом и Бинациональным научным фондом США—Израиль.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] S. A. Kivelson. Phys. Rev. Lett., **65**, 3369 (1990).
[2] J. A. Simmons, H. P. Wei, L. W. Engel, D. C. Tsui, M. Shayegan. Phys. Rev. Lett., **63**, 1731 (1989).
[3] D. J. Thouless, Y. Gefen. Phys. Rev. Lett., **66**, 806 (1991).
[4] D. J. Thouless, Q. Li. Phys. Rev., **B36**, 4581 (1987).
[5] H. F. Cheung, Y. Gefen, E. K. Reidel, W. H. Shin. Phys. Rev., **B37**, 6050 (1988).

Редактор Л. В. Шаронова