

УДК 539.537.535

©1993

МАГНИТООПТИЧЕСКОЕ ПРИМЕСНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В ТОНКОМ ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ СЛОЕ

Б.С.Монозон

Теоретически исследуются оптические переходы между основным и возбужденными состояниями примесного электрона в квантовой яме в сильном магнитном поле. Рассматривается случай, когда магнитное поле ортогонально гетероплоскостям, а его воздействие на электрон значительно превышает влияние кулоновского поля примесного центра. Получены аналитические выражения для сил осцилляторов переходов, содержащие явные зависимости от параметров системы. Показано, что спектр оптического поглощения представляет собой квазикулоновскую серию дублетных уровней. Исследована динамика спектра, обусловленная смещением примеси от центра ямы к ее границам. По измеренной на опыте относительной интенсивности компонент дублета можно определить положение примесного центра в квантовой яме.

Продолжающиеся исследования многослойных полупроводниковых структур и одиночных квантовых ям показывают, что их оптические свойства в значительной степени определяются состояниями носителей тока, захваченных примесными центрами. Эффективным инструментом исследования этих свойств, а также воздействия на них является магнитное поле.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию оптических переходов примесного электрона (или дырки) из основного состояния в возбужденное в присутствии сильного магнитного поля. Под сильным магнитным полем понимается поле, влияние которого на электрон существенно превышает действие кулоновского поля примесного центра. Следуя терминологии работы [1], будем называть такой центр диамагнитным примесным центром (ДПЦ).

В настоящей работе получены аналитические выражения для сил осцилляторов переходов, поляризованных параллельно магнитному полю. Приведены явные зависимости от величины магнитного поля, толщина слоя, а также положения примеси относительно его границ. Показано, что в общем случае линии поглощения имеют дублетную структуру. Относительная интенсивность компонент дублета зависит от положения примеси в слое. При перемещении примеси в центральную плоскость слоя или при его неограниченном расширении одна из компонент исчезает. Она также исчезает при локализации примесного центра на поверхности слоя. Полученные теоретические результаты позволяют по экспериментально измеренной относительной интенсивности компонент дублета определить положение примеси относительно границ слоя.

1. Волновая функция электрона вблизи ДПП в квантовой яме

Рассмотрим полупроводниковый слой (квантовую яму) с диэлектрической проницаемостью ε_1 , ограниченный плоскостями $z = \pm d/2$ и окруженный средой с проницаемостью ε_2 . Положение кулоновского примесного центра определяется координатой $-d/2 \leq z = b \leq d/2$. Магнитное поле $\mathbf{H} \parallel oZ$ ортогонально плоскостям слоя. Характерными размерными параметрами задачи являются радиус примеси $a_0 = \varepsilon \hbar^2 / \mu e^2$, $\varepsilon = (\varepsilon_1 \varepsilon_2)^{1/2}$, магнитная длина $a_H = (\hbar c / eH)^{1/2}$ и ширина слоя d .

Будем в дальнейшем рассматривать ДПП, для которого выполняется условие

$$a_H \ll a_0 < d. \quad (1)$$

Неравенство $a_H \ll a_0$ указывает на значительное превышение действия магнитного поля по сравнению с кулоновским полем примеси. При условии $a_0 < d$ продольные относительно магнитного поля состояния сохраняют в основном квазикулоновский вид.

Состояния электрона вблизи ДПП в квантовой яме подробно исследовались в работе [1]. В однозонном (по подзонам Ландау) приближении волновая функция электрона представляется в виде

$$\Psi(\mathbf{r}) = \chi_{\perp N, m}(\boldsymbol{\rho}) f^{(N, m)}(z), \quad (2)$$

где

$$\chi_{\perp N, m}(\boldsymbol{\rho}) (N, |m| = 0, 1, 2 \dots)$$

— функция, описывающая движение в магнитном поле в плоскости XU [2]. Функция продольного движения $f_{N, m}(z)$ удовлетворяет уравнению

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} f''_{N, m}(z) + V_{N, m}(z) f_{N, m}(z) = \mathcal{E}_{N, m} f_{N, m}(z), \quad (3)$$

в котором

$$V_{N, m}(z) = -\frac{e^2}{\varepsilon} \int \frac{|\chi_{\perp N, m}(\boldsymbol{\rho})|^2}{\sqrt{\rho^2 + (z-b)^2}} d\rho, \quad (4)$$

$$\mathcal{E}_{N, m}^{(\nu)} = -\frac{e^2}{2\varepsilon a_0 \nu^2} = E - E_{\perp N, m},$$

$E_{\perp N, m}$ — энергия движения в плоскости XU (уровень Ландау), E — полная энергия.

В предположении квантовой ямы неограниченной глубины для функции $f_{N, m}(z)$ должно выполняться условие

$$f_{N, m} \left(\pm \frac{d}{2} \right) = 0. \quad (5)$$

Свойства функции $f_{N, m}(z)$ определяются потенциалом $V_{N, m}(z)$, ограниченными стенками ямы, который всюду, за исключением малой области $|z-b| \simeq a_H \ll a_0$, имеет кулоновский вид

$$V_{N, m}(z) = -\frac{e^2}{\varepsilon |z-b|}.$$

В таком потенциале волновая функция $f_{N,m}(z)$, удовлетворяющая условию (5), представляется в виде линейной комбинации функций Уиттекера $W_{\nu,1/2}$ и $M_{\nu,1/2}$ [3]

$$f_{N,m}(z) = \begin{cases} A_{\nu+} \left[W_{\nu,1/2}(t) - \frac{W_1(\nu)}{M_1(\nu)} M_{\nu,1/2}(t) \right], & t > 0, \\ A_{\nu-} \left[W_{\nu,1/2}(\tau) - \frac{W_2(\nu)}{M_1(\nu)} M_{\nu,1/2}(\tau) \right], & \tau = -t > 0, \end{cases} \quad (6, 7)$$

$$t = \frac{2(z-b)}{a_0\nu}; \quad W_j \equiv W_{\nu,1/2}(t_j), \quad M_j \equiv M_{\nu,1/2}(t_j), \quad j = 1, 2,$$

$$t_{1,2} = \frac{2}{a_0\nu} \left(\frac{d}{2} \mp b \right),$$

где $A_{\nu+}$ и $A_{\nu-}$ — коэффициенты.

В малой окрестности $|z-b| < a_H$ решение $f_{N,m}(z)$ строится методом итераций [4]. Квантовое число ν определяется из условий аналитичности функций $f_{N,m}(z)$ при $z=b$ и равномерного сшивания кулоновского (6), (7) и итерационного решений в области $a_H \ll |z-b| \ll a_0$. Для уровней энергии $\mathcal{E}_{0,0}^{(\nu)} \equiv \mathcal{E}_{\nu}$, примыкающих с длинноволновой стороны к основному уровню Ландау $E_{10,0} = \hbar e H / 2\mu c$, эти условия приводят к следующему трансцендентному уравнению для ν :

$$\begin{aligned} \varphi(\nu) + \lambda(\nu) = & -Q(\nu) + \frac{\Gamma(-\nu)}{2} \left(\frac{W_2}{M_2} + \frac{W_1}{M_1} \right) \pm \\ & \pm \left[Q^2(\nu) + \frac{\Gamma^2(-\nu)}{4} \left(\frac{W_2}{M_2} - \frac{W_1}{M_1} \right)^2 \right]^{1/2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\varphi(\nu) = \psi(1-\nu) + \frac{1}{2\nu} + 2C - 1,$$

$$\lambda(\nu) = 1 - \frac{1}{2}C + \frac{1}{2} \ln \frac{2a_H^2}{a_0^2\nu^2},$$

$$1 \ll Q(\nu) = \frac{\pi^{1/2}a_0}{2^{3/2}a_H} \left[\ln \frac{2^{1/2}a_H}{a_0\nu} + 1 - \frac{1}{2}C \right],$$

$\Gamma(u)$ и $\psi(u)$ — соответственно Γ -функция и ее логарифмическая производная, $C = 0.577$ — постоянная Эйлера. Уравнение (8) справедливо при условии (1) и $t_{1,2} \gg 2a_H/a_0\nu$. Последнее неравенство ограничивает близость центра к границам слоя расстояниями, превышающими a_H .

Из результатов работы [1] с учетом формулы (8) вытекают следующие соотношения между коэффициентами $A_{\nu+}$ и $A_{\nu-}$ в функциях (6), (7):

$$A_{\nu+,-} = \frac{\pm D_{\nu}}{-Q(\nu) \pm \frac{\Gamma(-\nu)}{2} \left(\frac{W_1}{M_1} - \frac{W_2}{M_2} \right) \pm \sqrt{Q^2(\nu) + \frac{\Gamma^2(-\nu)}{4} \left(\frac{W_1}{M_1} - \frac{W_2}{M_2} \right)^2}}, \quad (9)$$

D_ν — нормированный коэффициент. Коэффициенты $A_{\nu+,-}$ различаются знаком числителя и знаком перед вторым слагаемым в знаменателе выражения (9).

Простому основному состоянию ν_0 соответствует верхний знак перед радикалом в формулах (8), (9). Будем называть его квазичетным. Остальные состояния имеют дублетную структуру. Верхнему, положительному, знаку радикала в (8), (9) будет соответствовать квазичетное состояние, а нижнему, отрицательному, — квазинечетное. Если примесный центр располагается в плоскости симметрии слоя $b = 0$, то состояния классифицируются по четности. При этом $t_1 \rightarrow t_2$, $W_1 \rightarrow W_2$, $M_1 \rightarrow M_2$. Верхний знак радикала в (8) будет соответствовать четным энергетическим уровням, а в (9) — четным волновым функциям ($A_{\nu+}/A_{\nu-} = 1$, $f_{\nu N,m}(z) = f_{\nu N,m}(-z)$). Нижний знак радикала в (8) будет соответствовать нечетным уровням, а в (9) нечетным функциям ($A_{\nu+}/A_{\nu-} = -1$, $f_{\nu N,m}(z) = -f_{\nu N,m}(-z)$). В неограниченном кристалле ($d \rightarrow \infty$, $t_{1,2} \rightarrow \infty$); ($W_j M_j^{-1} \rightarrow 0$) уравнение (8) переходит в уравнения для четных и нечетных уровней ДПП в объемном полупроводнике [4].

Для окончательного определения явного вида функции $f_{\nu 00}(z) \equiv f_\nu(z)$ будем считать, что она имеет квазикулоновский вид не только в области $|z - b| > a_H$, но и при всех значениях z . Основанием для этого является следующее. Во-первых, относительная малость области $|z - b| \simeq a_H$ по сравнению с областью локализации кулоновского решения a_0 (см. условие (1)). Во-вторых, как показано в работах [4,5], функция $f_\nu(z)$, $\nu \simeq 1$, участвующая в дальнейшем в расчете силы осциллятора, в этой области невелика $f_\nu(t) \sim t$, $t \ll 1$. Относительная погрешность, вносимая распространением выражений (6), (7) на малую область $|z - b| \lesssim a_H$, имеет порядок $(a_H/a_0)^2 \ll 1$.

Упростим выражение (9), используя оценки содержащихся в нем величин. Из определения $Q(\nu)$, из явного вида функций Уиттекера при $\nu = 0.1$ [3], а также из решений уравнения (8) в логарифмическом приближении ($a_0/a_H \gg 1$, $\ln a_0/a_H \gg 1$ [4,5]) следует

$$Q_\nu \simeq \frac{a_0}{a_H} \ln \frac{a_H}{a_0},$$

$$\Gamma(-\nu) \simeq \begin{cases} \ln \frac{a_H}{a_0 \nu} & \text{— квазичетные состояния,} \\ Q(\nu) & \text{— квазинечетные состояния,} \end{cases}$$

$$\left(\frac{W_1}{M_1} - \frac{W_2}{M_2} \right) < 1, \quad a_0 < d.$$

Тогда уже в общем случае произвольных значений b

$$A_{\nu+} = A_{\nu-} = A_\nu$$

для квазичетных функций и

$$A_{\nu+} = -A_{\nu-} = A_\nu$$

для квазинечетных функций (6), (7). Как известно [4,5], корни уравнения (8) ν_k при условии (1) близки к значениям ($\nu \ll 1$)

$$\nu_k \simeq k, \quad k = 1, 2, 3 \dots$$

Это позволяет в дальнейшем при вычислении интегралов с участием функций Уиттекера использовать для них приближенные выражения

$$W_{\nu_k, 1/2} = W_{k, 1/2}, \quad M_{\nu_k, 1/2} = M_{k, 1/2}, \quad k = 0.1.$$

Тогда нормировочные коэффициенты A_ν вычисляются элементарно и могут быть представлены в виде

$$A_{\nu_k} = \left(\frac{2}{a_0 \nu_k} \right)^{1/2} (\chi_k(t_1) + \chi_k(t_2))^{-1/2}, \quad k = 0.1, \quad (10)$$

$$\chi_0(t) = \frac{e^t - e^{-t} - 2t}{(e^{t/2} - e^{-t/2})^2} \quad (11)$$

$$\chi_1(t) = [2 - (2 + 2t + t^2)e^{-t}] \left(\frac{W_{\nu_1, 1/2}(t)}{M_{\nu_1, 1/2}(t)} - 1 \right)^2. \quad (12)$$

В неограниченном кристалле ($d \rightarrow \infty$, $t_{1,2} \rightarrow \infty$), как и следует ожидать, функции $f_\nu(z)$ (6), (7) с учетом формул (10)–(12) переходят в нормированные функции частицы в одномерном кулоновском поле с центром в точке $z = b$ [5].

2. Силы осцилляторов оптических переходов

Рассмотрим, пренебрегая пространственной дисперсией световой волны в дипольном приближении, оптический переход электрона из основного состояния ν_0 в первое возбужденное квазинечетное состояние $\nu_1^{(-)}$ и второе возбужденное квазичетное состояние $\nu_1^{(+)}$ ($\nu_1^{(+,-)} \simeq 1$). Световая волна считается поляризованной параллельно $\mathbf{H} \parallel oZ$. 2 Сила осциллятора такого перехода I определяется матричным элементом координаты z , вычисленным на функциях основного f_{ν_0} и возбужденного f_{ν_1} состояний

$$I_{01} \sim |\langle \nu_0 | z | \nu_1 \rangle|^2. \quad (13)$$

С учетом ортогональности этих функций

$$\langle \nu_0 | z | \nu_1 \rangle = \left(\frac{a_0 \nu_0}{2} \right)^2 [R_1(t_1) - R_2(t_2)], \quad (14)$$

где

$$R_1(t_1) = \int_0^{t_1} f_{\nu_0}(t) t f_{\nu_1}(st) dt,$$

$$s = \frac{\nu_0}{\nu_1}, \quad t_{1,2} = \frac{2}{a_0 \nu_0} \left(\frac{d}{2} \mp b \right), \quad (15)$$

а функции $f_{\nu_{0,1}}(t)$ определены формулами (6), (10)–(12). Интеграл $R_2(t_2)$ может быть получен из выражения (15) путем замены в нем $t_1 \rightarrow t_2$, $t \rightarrow \tau$, причем в качестве функций $f_{\nu_{0,1}}(\tau)$ следует использовать выражение (7).

Опуская промежуточные вычисления, приведем окончательную формулу для $R_1(t)$ при условиях $s^2 \ll 1$, $\exp(-2t_{1,2}) \ll 1$

$$R_1(t) = \frac{R_0 \left[1 + \frac{1}{4}(1-3s)^{-1} e^{-\frac{1}{2}(1+s)} (-8 + 8st - t^2) \right]}{2(1-2te^{-t})^{1/2} (1-2e^{-t})^{-1/2} \left[1 + \frac{1}{2} e^{-st} (2 + 2st + s^2 t^2) \right]^{1/2}}, \quad (16)$$

$$R_0 = \frac{32s^{3/2}(1-3s)}{2^{1/2} a_0 \nu_0}. \quad (17)$$

Из соотношений для коэффициентов $A_{\nu+}$ и $A_{\nu-}$ следует, что для переходов в квазичетное состояние $\nu_1^{(+)}$

$$R_2^{(+)}(t) = R_1^{(+)}(t),$$

а для переходов в квазинечетное состояние ν_1^{-}

$$R_2^{(-)}(t) = -R_1^{(-)}(t).$$

С точки зрения эксперимента представляет интерес отношение сил осцилляторов

$$\frac{I_{01}^{(+)}}{I_{01}^{(-)}} = \left[\frac{R_1(t_1) - R_1(t_2)}{R_1(t_1) + R_1(t_2)} \right]^2. \quad (18)$$

При смещении примесного центра в плоскость симметрии слоя $b \rightarrow 0$, $t_1 \rightarrow t_2 = t_0 = d/a_0 \nu_0$ интенсивность перехода в четное состояние обращается в нуль. Интенсивность перехода в нечетное состояние оказывается при этом конечной. При неограниченном расширении кристалла ($d \rightarrow \infty$) до объемного образца отличным от нуля оказывается также лишь матричный элемент перехода в нечетное состояние

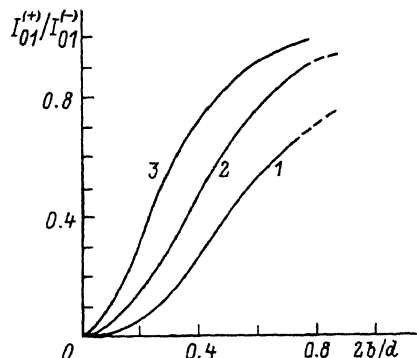
$$\langle \nu_0 | z | \nu_1 \rangle = \left(\frac{a_0 \nu_0}{2} \right)^2 R_0.$$

Кроме того, как отмечено в работе [1], спектр энергии ДПЦ, локализованного на границе ямы ($b = -d/2$), содержит только квазинечетные уровни. Таким образом, в этих предельных случаях дублетная структура линий исчезает. Если $b/d \ll 1$, а ширина слоя конечна, но настолько велика, что

$$t_0 = \frac{d}{a_0 \nu_0} \gg 1, \quad t_0^2 \exp\left(-\frac{t_0}{2}\right) \ll 1,$$

то соотношению (18) можно придать достаточно простой вид

$$\frac{I_{01}^{(+)}}{I_{01}^{(-)}} = \frac{(1+s)^2}{64(1-3s)^2} t_0^6 e^{-(1+s)t_0} \left(\frac{2b}{d} \right)^2.$$



Зависимость относительной интенсивности дублетных компонент линии примесного магнитооптического поглощения от смещения в примеси радиуса a_0 из центра квантовой ямы шириной d .

t_0 : 1 — 4, 2 — 6, 3 — 8, $t_0 = d/a_0\nu_0$.

В общем случае зависимость относительной интенсивности дублетных компонент от положения примеси в слоях различной толщины приведена на рисунке.

Полученные результаты позволяют проследить эволюцию спектра оптического поглощения примесным электроном в квантовой яме в сильном магнитном поле. Если примесный центр расположен в центральной плоскости слоя, то первоначальный спектр представляет собой квазикулоновскую серию дискретных линий. При смещении примеси из центра ямы вблизи каждой линии с коротковолновой стороны происходит возгорание новой компоненты. Линия приобретает дублетную структуру. По мере движения примеси к границе ямы интенсивность первоначальной компоненты убывает, а новой — возрастает. При локализации примесного центра на границе слоя одна из дублетных компонент исчезает. Напомним, что условие $t_{1,2} \gg 2a_H/a_0\nu$ не позволяет рассматривать примесный центр сколь угодно близко к границам ямы. Пограничные примеси требуют отдельного рассмотрения.

Дублетная структура оптического спектра предполагает, вообще говоря, что все примесные центры в слое характеризуются одной и той же координатой b . Очевидно, что экспериментальное наблюдение такой структуры возможно лишь тогда, когда уширение оптического пика $\delta\mathcal{E}_\nu$, обусловленное конечным интервалом δb распределения примеси внутри слоя ($\delta\mathcal{E}_\nu \sim \delta b$), не превышает расстояния между компонентами дублета $\Delta\mathcal{E}_\nu$. В слое $\frac{GaAs}{H \approx 5 \cdot 10^5}$ шириной $d \gtrsim 2a_0$, $a_0 \approx 10^{-6}$ см, $\epsilon = 13$ в магнитном поле \mathcal{E} величина $\Delta\mathcal{E}_\nu$ имеет порядок нескольких миллиэлектронвольт. В то же время, как показано в работе [1], при $d > a_0$ положение уровня \mathcal{E}_ν достаточно слабо зависит от координаты центра b . Можно ожидать, что при смещении центра δb на расстояние порядка долей радиуса примеси a_0 сдвиг уровня энергии $\delta\mathcal{E}_\nu$ не превысит его дублетное расщепление $\Delta\mathcal{E}_\nu$. В таком случае найденные количественные зависимости (см. рисунок) позволят по экспериментально измеренной относительной интенсивности дублетных компонент определить положение примесного центра относительно границ слоя. Полученные результаты смогут служить основой методики неразрушающего контроля положения примеси в тонких полупроводниковых слоях.

В заключение считаю нужным поблагодарить Д.Б.Турчиновича за проведение численных расчетов.

Список литературы

- [1] Монозон Б.С., Жилич А.Г. // ЖЭТФ. 1991. Т. 100. № 6(12). С. 1928-1938.
- [2] Жилич А.Г., Монозон Б.С. Магнито- и электропоглощение света в полупроводниках. Л., 1984. 204 с.
- [3] Справочник по специальным функциям / Под ред. М.Абрамовица и И.Стиган. М.: Наука, 1979. С. 264.
- [4] Hasegawa H., Howard R.E. // J. Phys. Chem. Sol. 1961. V. 21. P. 179-198.
- [5] Elliott R.J., Loudon R. // J. Phys. Chem. Sol. 1959. V. 15. P. 196-207.

Санкт-Петербургский
кораблестроительный
институт

Поступило в Редакцию
15 апреля 1993 г.
В окончательной редакции
12 июля 1993 г.

