

©1993

## АКУСТИЧЕСКАЯ ЭМИССИЯ ВИНТОВОЙ ДИСЛОКАЦИИ, ВЫХОДЯЩЕЙ НА ВНУТРЕННЮЮ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА В КРИСТАЛЛЕ

*К.А. Чижко*

Проанализировано звуковое излучение, сопровождающее акт выхода прямолинейной винтовой дислокации на поверхность, по обе стороны которой изотропная среда имеет различные упругие модули. Такая ситуация является адекватной моделью переходного излучения дислокации на большеугловой межзеренной границе в поликристалле. Получены спектральный состав и пространственно-временная форма поля скоростей смещения элементов среды и поля напряжений в волновой зоне на больших расстояниях от места выхода дислокации. В составе переходного излучения винтовой дислокации присутствуют цилиндрические волны сдвига, скорости распространения и угловое распределение которых различно в обоих полупространствах. В среде с меньшей скоростью поперечного звука вдоль границы раздела распространяется боковая волна, имеющая плоский фронт. Спектральный состав и пространственно-временное распределение звуковых полей в боковой волне отличаются от соответствующих характеристик объемного излучения.

Переходное излучение звука дислокациями, пересекающими области неоднородностей в кристаллах, является характерным механизмом акустической эмиссии, надежно регистрируемым в эксперименте. К настоящему времени имеются теоретический анализ этого явления <sup>[1,2]</sup> на примере винтовых и краевых дислокаций, выходящих на свободную поверхность изотропной среды, а также его экспериментальное обнаружение <sup>[3,4]</sup> при регистрации звукового излучения, сопровождающего процесс двойникования кальцита.

Одной из разновидностей переходного излучения является механизм испускания звуковых импульсов при выходе скользящей дислокации на межзеренную границу. Процесс такого рода является типичным элементарным актом акустической эмиссии в пластически деформируемых поликристаллах. Цель настоящей работы — расчет звукового излучения прямолинейной винтовой дислокации, выходящей на плоскую границу сопряжения двух упруго-изотропных полупространств с различными свойствами. Такая постановка вполне адекватна переходному излучению на большеугловой границе в случае, когда характерная длина волны излучения мала по сравнению со средними размерами зерен в материале, т.е. для достаточно крупноблочных поликристаллов. Ниже мы будем предполагать, что указанное условие выполнено.

Рассмотрим два упругоизотропных полупространства, контактирующих по плоскости  $x = 0$ . Все величины, относящиеся к правому полупространству ( $x > 0$ ), будем отмечать индексом  $A$ , а относящиеся к левому полупространству ( $x < 0$ ) — индексом  $B$ . Пусть винтовая дислокация

скользит в правой полупространстве, оставаясь в процессе движения параллельной плоскости  $x = 0$ : будем считать линию дислокации параллельной оси  $oZ$ , а  $z$ -компоненту ее вектора Бюргерса обозначим через  $b$ . Будем предполагать также, что дислокация входит в плоскость  $x = 0$  в момент времени  $t = 0$  и полностью стопорится на ней, не проникая в левое полупространство (такое предположение наилучшим образом моделирует реальную ситуацию, когда скольжение запирается на границе зерна). Мы будем предполагать, что плоскость скольжения дислокации составляет угол  $\alpha$  с нормалью  $x = 0$ . В этом случае у дислокации отличны от нуля две компоненты скорости  $\mathbf{V} = -V(t)(\cos \alpha, \sin \alpha, 0)$  и соответственно две компоненты тензора плотности потока дислокаций [5]

$$j_{\alpha z}(\mathbf{R}, t) = \nu_{\alpha} J(\mathbf{R}, t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{R}$  — двумерный радиус-вектор в плоскости  $XoY$ , индекс  $\alpha$  здесь и в дальнейшем принимает значения  $x, y$ ,

$$J = bV(t)\Theta(-t)\delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0(t)), \quad \nu = (\sin \alpha, -\cos \alpha, 0) \quad (2)$$

$\mathbf{R} = \mathbf{R}_0(t)$  — закон движения дислокации;  $\Theta(t)$  — ступенчатая функция Хэвисайда, которая учитывает то обстоятельство, что дислокационный поток обращается в нуль после остановки дислокации на границе в момент времени  $t = 0$ .

В указанной геометрии дислокационный поток, а с ним и упругие поля системы зависят от координаты  $z$ . Кроме того, отлична от нуля единственная  $z$ -компонента поля скоростей полного геометрического смещения точек среды, которую мы обозначим  $v(\mathbf{R}, t)$ . Она удовлетворяет уравнениям

$$c_{tA}^{-2} \frac{\partial^2 v^{(A)}}{\partial t^2} - \Delta v^{(A)} = \cos \alpha \frac{\partial}{\partial y} J(x, y, t), \quad (3)$$

$$c_{tB}^{-2} \frac{\partial^2 v^{(B)}}{\partial t^2} - \Delta v^{(B)} = 0. \quad (4)$$

Здесь  $c_{tx}$  — скорость сдвиговых объемных волн в полупространстве с индексом  $X = A, B$ .

Поле напряжений в рассматриваемой системе имеет две отличные от нуля компоненты

$$\sigma_{\alpha z}^{(X)}(\mathbf{R}, t) = \mu_X \left\{ \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \int \partial t' v^{(X)}(\mathbf{R}, t') + \nu_{\alpha} \int \partial t' J(\mathbf{R}, t') \right\}, \quad (5)$$

где  $\mu_X = \rho^X c_{tX}^2$  — модуль сдвига,  $\rho^X$  — плотность среды в полупространстве с индексом  $X$ . Легко видеть, что (5) отличается от закона Гука в тех точках материала, где расположена линия дислокации [6].

Упругие поля дислокации должны также удовлетворять определенным граничным условиям на границе сопряжения полупространств  $x = 0$ . Если в процессе деформации среды не нарушается макроскопическая сплошность границы (например, такого рода нарушениями могут быть

трещины, раскрывающиеся по сопрягающимся поверхностям), поле скоростей смещения точек среды остается непрерывным при  $x = 0$

$$[v]_{x=0} = v|_{x=+0} - v|_{x=-0} = 0 \quad (6)$$

Выход отдельной дислокации на границу сопряжения кристаллитов не нарушает ее сплошности, так что в интересующем нас процессе условие (6) можно считать выполненным. Кроме того, должно быть выполнено условие для поля напряжений

$$[\sigma_{xz}]_{x=0} = 0, \quad (7)$$

которое с учетом (4) может быть переписано в виде

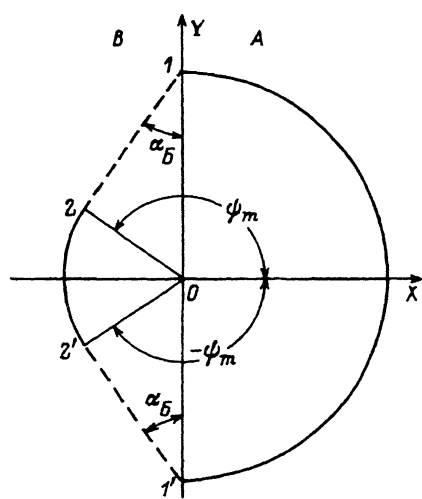
$$\left[ \frac{\partial v}{\partial x} \right]_{x=0} = J(\mathcal{R}, t)|_{x=0}. \quad (8)$$

Необходимое нам решение задачи (3), (4), (6), (8) получается методом Фурье. Произведя преобразование Фурье по координате  $y$  и времени  $t$  поля скоростей  $v^{(X)}$  и объемных сил  $J$ , получим для трансформант Фурье поля скоростей  $v^{(X)}(x|\omega, k)$  следующее выражение

$$v^{(X)}(x|\omega, k) = \frac{\mu_A b}{2} (\operatorname{tg} \alpha + 2v_0 \frac{k}{\omega} \cos \alpha) \exp(-|x|q_{tX}) / (\mu_A q_{tA} + \mu_B q_{tB}). \quad (9)$$

Здесь  $q_{tX} = (k^2 - \omega^2/c_{tX}^2)^{1/2}$ ,  $k$  и  $\omega$  — волновой вектор и частота Фурье-гармоники,  $V_0$  — скорость дислокации в момент выхода на границу  $x = 0$ . При записи (9) сохранена лишь та часть упругих полей, которая отвечает взаимодействию дислокации с границей сопряжения полупространств. Так, первый член в (9), не зависящий от скорости дислокации, обусловлен возмущением границы при образовании на ней конечного сдвига величины  $b$  в момент выхода винтовой дислокации. Второй член в (9), пропорциональный скорости дислокации  $V_0$  в момент выхода на границу, связан с резко нестационарным (за времена порядка  $b/V_0$ ) обращением в нуль дислокационного потока при остановке дислокации на границе. В целом физический смысл решения (9) вполне подобен таковому для переходного излучения на свободной границе кристалла [2]. Фурье-трансформанты поля напряжений  $\sigma_{\alpha z}^{(X)}(x|\omega, k)$  имеют структуру, аналогичную (9), и для краткости мы не будем их здесь выписывать. Легко проверить также, что решение (9) отвечает граничным условиям (6).

Для получения спектральных компонент полей звукового излучения необходимо произвести в (9) обратное преобразование Фурье по  $k$ . В пределе волновой зоны  $\omega \mathcal{R}/c_t \ll 1$  асимптотическое интегрирование по  $k$  выполняется методом стационарной фазы [7] аналогично тому, как это сделано для переходного излучения винтовой дислокации, выходящей на свободную поверхность кристалла [1,2]. В отличие от излучения винтовой дислокации в полупространстве рассматриваемая здесь задача имеет определенную специфику, связанную с различием упругих свойств контактирующих полупространств. Речь идет о появлении и составе излучения так называемой боковой волны [8,9], свойства которой подробно



Фронты волновых возбуждений, возникающих при выходе дислокации на границу раздела. 1-1' и 2-2' — фронты цилиндрических волн, 1-2 и 1'-2' — фронты боковых волн ( $c_{tB} < c_{tA}$ ).

описаны в литературе на примере отражения звуковой волны от границы раздела разнородных сред [9,10].

Для того чтобы корректно вычислить интересующие нас спектральные компоненты полей излучения, введем цилиндрические координаты  $\mathcal{R}, \psi$  с центром в точке выхода дислокации на границу. Аналитические свойства Фурье-амплитуды (9) определяются наличием точек ветвления  $k = 0, k = \pm|\omega|/c_{tA}$  и  $k = \pm|\omega|/c_{tB}$ , разрезы от которых следует вести на бесконечность в верхнюю или нижнюю полуплоскость в зависимости от выбора пути интегрирования. Контур интегрирования должен быть таким, чтобы решение отвечало принципу причинности и представляло бы собой в каждом из полупространств расходящуюся от начала координат цилиндрическую волну при  $|x| \rightarrow \infty$ . Выбор контура интегрирования подробно описан в [9], и здесь мы не будем специально обсуждать этот вопрос.

В зависимости от расположения стационарных точек  $k_s = \pm|\omega| \sin \psi / c_{tX}$  по отношению к точкам ветвления получаются решения двух типов. Пусть для определенности  $c_{tA} > c_{tB}$ . В этом случае в правом полупространстве ( $|\psi| < \pi/2$ ) везде имеется расходящаяся с фазовой скоростью  $c_{tA}$  от места возбуждения  $\mathcal{R} = 0$  цилиндрическая волна. В левом полупространстве распространяющаяся с фазовой скоростью  $c_{tB}$  цилиндрическая волна существует только в секторе  $|\psi| > \psi_m$  (см. рисунок), где критический угол  $\psi_m = \arcsin(c_{tB}/c_{tA})$ . В секторах  $\pi/2 \leq |\psi| \leq \psi_m$  при этом возникает так называемая боковая волна [9,10], вклад которой в поля излучения определяется интегралом по контуру, обходящим точку ветвления  $|\omega|/c_{tA}$  вдоль разреза параллельно мнимой оси. При этом стационарная точка, отвечающая цилиндрической волне, находится в промежутке между двумя ненулевыми точками ветвления  $|\omega|/c_{tA} \leq k_s = |\omega| \sin \psi / c_{tA} \leq |\omega|/c_{tB}$

В результате находим

$$v^{(X)}(\mathcal{R}, \psi|\omega) = i \operatorname{sign} \omega \frac{\mu_A b}{2} (1 - \Theta(|\psi| - \pi/2)\Theta(\psi_m - |\psi|)) \times$$

$$\begin{aligned} & \times (\operatorname{tg} \alpha + 2V_0 \cos \alpha \sin \psi / c_{tX}) \left[ \mu_X \cos \psi + \mu_Y (c_{tX}^2 / c_{tY}^2 - \sin^2 \psi)^{1/2} \right]^{-1} \times \\ & \times (c_{tX} / (2\pi |\omega| \mathcal{R}))^{1/2} \exp(-i\omega \mathcal{R} / c_{tX} + i\frac{\pi}{4} \operatorname{sign} \omega) - \\ & - \frac{2}{3} \delta_{XB} \Theta(|\psi| - \pi/2) \Theta(\psi_m - |\psi|) (\sin \psi - \sin \psi_m) (\operatorname{tg} \alpha + 2V_0 \cos \alpha / c_{tA}) \times \\ & \times (\mu_A^2 / \mu_B^2) b (2 \sin \psi_m)^{1/2} \cos^{-2} \psi_m \exp \left( -i\omega \mathcal{R} / c_{tB} \cos(\psi - \psi_m) + i\frac{\pi}{4} \operatorname{sign} \omega \right), \end{aligned} \quad (10)$$

а также

$$\sigma_{\alpha z}^{(X)}(\mathcal{R}, \psi | \omega) = (\mu_X / c_{tX}) N_\alpha(\psi) v^{(X)}(\mathcal{R}, \psi | \omega), \quad (11)$$

где  $N(\psi) = \mathbf{R} / \mathcal{R} = (\cos \psi, \sin \psi, 0)$  — орт радиус-вектора точки наблюдения;  $\psi$  — полярный угол, отсчитываемый от положительного направления оси  $oX$ . Индексы  $X$  и  $Y$ , обозначающие в (10) принадлежность соответствующих величин к правому или левому полупространству, принимают значения  $A$  и  $B$  таким образом, что ряду значений  $X = A, B$  отвечает ряд значений  $Y = B, A$ , и наоборот;  $\delta_{XB}$  — дельта-символ Кронекера.

Второй член (10) отвечает боковой волне, испускаемой винтовой дислокацией при выходе на границу раздела. Волновые поверхности решения этого типа представляют собой семейство конических поверхностей  $\mathcal{R} \cos(\psi - \psi_m) = \text{const}$  с образующими, параллельными оси  $oZ$  (см. рисунок). Фазовая скорость боковой волны изменяется по закону

$$c_B(\psi) = c_{tB} / \cos(\psi - \psi_m) \quad (12)$$

непрерывно от значения  $c_B(\psi) = c_{tA}$  на границе  $x = 0$  ( $\psi = \pi/2$ ). Поле смещений в боковой волне должно сшиваться при  $x = 0$  по непрерывности с полем цилиндрической волны в правом полупространстве, а также по непрерывности и гладкости на луче  $\psi = \psi_m$  на левом полупространстве. В действительности соответствующий член решения (10) не удовлетворяет указанным условиям, поскольку выписанное асимптотическое представление становится неприменимым при  $\psi \rightarrow \psi_m$  и  $\psi \rightarrow \pi/2 + 0$  (когда стационарная точка  $k_s = \omega \sin \psi / c_{tB}$  сливается соответственно с точкой ветвления  $k = \omega / c_{tA}$  либо  $k = \omega / c_{tB}$ ). Вопрос об уточнении решения в указанных предельных случаях детально изучен в [10]; мы же, интересуясь прежде всего качественной картиной переходного излучения винтовой дислокации, ограничимся представлением (10).

Пространственно-временная форма излучаемых звуковых импульсов получается посредством обратного преобразования Фурье по  $\omega$  в формулах (10), (11). Выполняя необходимое интегрирование, находим

$$\begin{aligned} v^{(X)}(\mathcal{R}, \psi, t) &= -\frac{\mu_A b}{2} (1 - \Theta(|\psi| - \pi/2) \Theta(\psi_m - |\psi|)) \times \\ & \times (\operatorname{tg} \alpha + 2V_0 \cos \alpha \sin \psi / c_{tX}) \left[ \mu_X \cos \psi + \mu_Y (c_{tX}^2 / c_{tY}^2 - \sin^2 \psi)^{1/2} \right]^{-1} \times \\ & \times (c_{tX} / (2\mathcal{R}))^{1/2} \Theta(t - \mathcal{R} / c_{tX}) (t - \mathcal{R} / c_{tX})^{-1/2} - \frac{2\sqrt{2}}{3} b \delta_{XB} \Theta(|\psi| - \pi/2) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \Theta(\psi_m - |\psi|)(\sin \psi - \sin \psi_m)(tg \alpha + 2V_0 \cos \alpha / c_{tA}) \sin^{-3/2} \psi_m \cos^{-2} \psi_m \times \\ & \times \left\{ \delta [t - \mathcal{R} \cos(\psi - \psi_m) / c_{tB}] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\pi} (t - \mathcal{R} \cos(\psi - \psi_m) / c_{tB})^{-1} \Theta(t - \mathcal{R} \cos(\psi - \psi_m) / c_{tB}) \right\}, \end{aligned} \quad (13)$$

а также

$$\sigma_{\alpha z}^{(X)}(\mathcal{R}, \psi, t) = (\mu_X / c_{tX}) N_\alpha(\psi) v^{(X)}(\mathcal{R}, \psi, t). \quad (14)$$

Часть звукового излучения дислокаций, состоящая из цилиндрических волн, вполне аналогична переходному излучению винтовой дислокации на свободной границе изотропного полупространства [1,2]. Что же касается боковой волны (второй член в (13)), то эта составляющая полной эмиссии характерна только для среды, содержащей границу разрыва упругих модулей. Обратим внимание на то, что, хотя свойства боковой волны достаточно подробно исследованы в литературе [9,10], в связи со звуковым излучением дислокаций этот тип волновых решений нигде не обсуждался. Рассмотрим подробнее его свойства в исследуемой нами системе.

Боковая волна, порождаемая винтовой дислокацией, вышедшей на межзеренную границу, имеет плоский фронт, составляющий с плоскостью  $x = 0$  угол  $\alpha_B = \arccos \psi_m$ , распространяющийся только в среде  $B$ , где скорость поперечных звуковых волн меньше (см. рисунок). Фазовые скорости различных точек фронта различны (см. (12)), на самом фронте при  $t = \mathcal{R} \cos(\psi - \psi_m) / c_{tB}$  имеется нефизическая расходимость полей, после чего импульс в точке  $\mathcal{R} = \text{const}$  убывает при  $t \rightarrow \infty$  степенным образом. Фронт боковой волны непрерывно переходит во фронт цилиндрической волны в левом полупространстве, соприкасаясь с ним вдоль прямой  $\psi = \psi_m$ ,  $\mathcal{R} = c_{tB}t$ . Фронт боковой волны допускает в нашем случае интересную интерпретацию, не отмеченную в [9,10]. Если иметь в виду, что левое полупространство возбуждается с поверхности  $x = 0$  волновым сигналом, распространяющимся со скоростью  $c_{tA} > c_{tB}$ , то можно считать, что на поверхности полупространства  $B$  движется источник силы, который является сверхзвуковым для полупространства  $x < 0$ . В этом случае область в левом полупространстве, охваченная волновым движением, ограничена конусом Маха с углом раствора  $\alpha_B = \arccos(c_{tB}/c_{tA})$ , что как раз отвечает фронту боковой волны. Заметим еще раз, что решение, отвечающее боковой волне в (13), не сшивается по непрерывности с объемными волнами при  $\psi = \pi/2$  и  $\psi = \psi_m$ ; кроме того, оно имеет пространственно-временную форму, отличную от объемного решения. Как упоминалось выше, это связано с тем, что использованное нами приближение пригодно для углов  $\psi$ , не слишком близких к  $\psi_m$  или к  $\pi/2$ . Для получения решения, непрерывного во всем интервале углов  $\psi$ , следует выполнить более тонкие асимптотические оценки при вычислении спектральных компонент излучения, как это сделано в [10]. Выполнение соответствующих расчетов выходит за рамки настоящей работы, тем более что полученные нами здесь выражения дают вполне адекватную качественную картину интересующего нас явления.

Важным примером физической ситуации, в которой будет наблюдаться излучение боковой волны, является выход дислокации на границу твердое тело — жидкость, поскольку скорость звука в жидкости всегда

мала по сравнению со скоростями звука в твердом теле. Для возбуждения боковой волны в идеальной жидкости необходимо, однако, чтобы поле скоростей смещения точек твердой среды имело бы отличную от нуля компоненту, перпендикулярную границе раздела. В вязкой жидкости волна может быть возбуждена при любых смещениях границы контакта. При постановке задачи о возбуждении звука дислокацией, выходящей на границу кристалла с жидкостью, следует также иметь в виду, что скорости смещения граничных элементов твердого тела могут оказаться не малыми по сравнению со скоростью звука в жидкости, так что в уравнениях движения жидкости должен быть сохранен конвективный член, и последние оказываются нелинейными. Анализ указанной ситуации выходит за рамки настоящей работы и станет предметом дальнейших публикаций.

Работа поддержана Государственным фондом фундаментальных исследований ГКНТ при КМ Украины (тема 2/178, шифр «Двойник»).

### Список литературы

- [1] Надик В.Д. // Письма в ЖЭТФ. 1968. Т. 8. № 6. С. 324–328.
- [2] Надик В.Д., Чишко К.А. // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 3. С. 381–389.
- [3] Бойко В.С., Кривенко Л.Ф. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. № 1. С. 255–261.
- [4] Бойко В.С., Кривенко Л.Ф. // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 5. С. 821–825.
- [5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 203 с.
- [6] Косевич А.М. Дислокация в теории упругости. Киев: Наукова думка, 1978. 219 с.
- [7] Федорюк М.В. Асимптотика. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1987. 544 с.
- [8] Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. Киев: Наукова думка, 1981. 283 с.
- [9] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
- [10] Бреховских Л.М. // ЖТФ. 1948. Т. 18. № 4. С. 455–472.

Физико-технический институт  
низких температур АН Украины  
Харьков

Поступило в Редакцию  
12 марта 1993 г.