

УДК 539.2

©1993

ВЛИЯНИЕ СЛАБОЙ ЛОКАЛИЗАЦИИ С УЧЕТОМ СПИНОВЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ НА ПОВЕДЕНИЕ СЛАБОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА ВБЛИЗИ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЕРЕХОДА

Н.В.Шедрина, М.И.Шедрин

В модели слабого ферромагнетизма электронов проводимости исследуется вопрос о влиянии эффектов слабой локализации на температуру фазового перехода и радиус корреляции флуктуаций. Фазовый переход рассматривается в приближении самосогласованного поля без учета взаимодействия флуктуаций, а в потенциале упругого рассеяния учитывается как спин-орбитальное, так и чисто магнитное взаимодействие. Результаты получены с точностью до второго порядка отношения комбинаций частот рассеяния к энергии Ферми. Обсуждаются возможные причины различного проявления примесей в процессах с малым значением передачи энергии-импульса, дающих основной вклад в модели слабого ферромагнетизма, от процессов с малым суммарным значением энергии-импульса, существенных в теории сверхпроводимости.

1. В рамках модели взаимодействующих посредством хаббардовского потенциала электронов, движущихся в случайном поле примесей, рассматривается влияние эффектов разупорядочения [1,2] на статическую поперечную восприимчивость ферромагнитного металла при отличных от нуля температурах T , но существенно ниже температуры вырождения. Эти вопросы представляют значительный интерес, поскольку упругое примесное рассеяние, ответственное за хаотизацию носителей, и межэлектронное взаимодействие, приводящее при определенных условиях к упорядочению, оказывают друг на друга сильное влияние, что отражается на поведении многих физических свойств металла в окрестности температуры ферромагнитного фазового перехода T_i . Различным аспектам проблемы локализации и корреляционным эффектам посвящено достаточно большое число работ. Для неферромагнитного металла получены поправки к электропроводности в присутствии примесей, приводящих как к спин-орбитальному, так и магнитному рассеянию [3]. Поправки к магнетосопротивлению рассматривались в [3,4]. Вклад в электропроводность ферромагнитного металла с примесями получен в [5], причем при рассеянии на примесях принималась во внимание возможность переворота спина. Электропроводность и магнетосопротивление с учетом высших поправок по электрон-электронному взаимодействию для нормальных металлов вычислены в [6,7], однако без учета магнитных примесей и переворота спина. В этих работах обсуждается также спиновая восприимчивость. Для ферромагнитного металла рассмотрен сдвиг температуры фазового перехода, обусловленный взаимным влиянием эффек-

тов слабой локализации из-за нормальных, бесспиновых примесей и высших порядков электронных хаббардовских взаимодействий [8]. Показано, что учет взаимодействия флуктуаций дает дополнительный сдвиг точки перехода в область более высоких температур, т.е. усиливает тенденцию к упорядочению. Для объемных образцов этот сдвиг $\sim (\delta/\mu)^2$, где $\delta = \hbar/2\tau$; τ — время релаксации, обусловленное рассеянием на примесях; μ — химпотенциал. В [9] исследуется динамическое поведение спиновой восприимчивости в модели ферромагнетика с нормальными примесями.

Здесь исследуется вопрос о сдвиге температуры перехода T_i и изменении корреляционной длины вблизи T_i в высокосимметричной фазе. Сам фазовый переход рассматривается в приближении самосоглазованного поля, а в потенциале упругого рассеяния учитывается как спин-орбитальное, так и чисто магнитное взаимодействие.

2. Рассматривается однозонная модель ферромагнетика с хаббардовским взаимодействием между подзонами с разным значением спина ($\sigma = \pm 1$)

$$H_i = \frac{U}{2} \int d\mathbf{r} \psi_\alpha^\dagger \psi_\beta^\dagger \psi_\beta \psi_\alpha. \quad (1)$$

Энергия, связанная с одночастичным упругим рассеянием на статической примеси, записывается в виде

$$H_{\text{imp}} = \int d\mathbf{r} V_{\alpha\beta}(\mathbf{r}) \psi_\alpha^\dagger(\mathbf{r}) \psi_\beta(\mathbf{r}). \quad (2)$$

Для короткодействующего потенциала примеси $V_{\alpha\beta}(\mathbf{r}) = V_{\alpha\beta} \delta(\mathbf{r})$, так что Фурье-компонента — просто постоянная величина. Имеем [3,5]

$$V_{\alpha\beta} = a\delta_{\alpha\beta} + ib(\mathbf{p} \times \mathbf{p}')\sigma_{\alpha\beta} + c\mathbf{S}\sigma_{\alpha\beta}. \quad (3)$$

Здесь a, b, c — постоянные; \mathbf{p} и \mathbf{p}' — импульсы налетающей и рассеянной частиц; \mathbf{S} — спин магнитной примеси; $\sigma = (\sigma^x, \sigma^y, \sigma^z)$, — набор матриц Паули.

Затравочная примесная вершина $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}^0$ имеет вид

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}^0 = n\overline{V_{\alpha\beta}V_{\gamma\delta}} = A_0\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta} + A_i\sigma_{\alpha\beta}^i\sigma_{\gamma\delta}^i, \quad (4)$$

где n — средняя концентрация, черта означает пространственное усреднение по хаотическому расположению примесей, $A_0 = na^2$, $A_i = n(c^2\overline{S_i^2} - b^2\overline{(\mathbf{p} \times \mathbf{p}')_i^2})$, $i = x, y, z$. Здесь предполагается, что нет корреляции между расположением примесей различных типов, а также между различными компонентами одного и того же типа

$$\overline{S_i S_j} \sim \delta_{ij}, \overline{(\mathbf{p} \times \mathbf{p}')_i (\mathbf{p} \times \mathbf{p}')_j} \sim \delta_{ij}, \overline{S_i (\mathbf{p} \times \mathbf{p}')_j} = 0, \dots$$

Отметим свойства симметрии $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}^0$. Можно переставить пары индексов $(\alpha\beta) \rightleftharpoons (\gamma\delta)$, а также одновременно переставлять индексы в первой и второй паре. Кроме того, для кубической симметрии все $A_x = A_y = A_z$,

для тетрагональной $A_x = A_y \neq A_z$ и для орторомбической все A_i разные. Из 16 компонент матрицы $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}^0$ отличными от нуля являются следующие:

$$\Gamma_{1111}^0 = \Gamma_{-1-1-1-1}^0 = A_0 + A_z, \quad \Gamma_{1-1-11}^0 = \Gamma_{-111-1}^0 = A_x + A_y,$$

$$\Gamma_{11-1-1}^0 = A_0 - A_z, \quad \Gamma_{1-11-1}^0 = \Gamma_{-11-11}^0 = A_x - A_y.$$

Для тетрагональной симметрии последние элементы обращаются в нуль. Если же одна из пар индексов ($\alpha\beta$) или ($\gamma\delta$) равна, а вторая нет, то такой элемент равен нулю, т.е. среди индексов $\alpha\beta\gamma\delta$ не может быть нечетное число одинаковых.

Отметим, что элементы Γ_{1111}^0 и $\Gamma_{-1-1-1-1}^0$ связаны с процессами рассеяния двух частиц с одинаковыми спинами без переворота, а Γ_{11-1-1}^0 — с разными спинами без переворота; вероятность таких процессов оказывается различной. Процесс рассеяния двух частиц с одинаковыми спинами одновременно с переворотом $\sim (A_x - A_y)$, так что исчезает для систем с тетрагональной симметрией. Обратим также внимание, что конкретный характер зависимости рассматриваемой величины от спиновых индексов может существенно ограничить вклад некоторых матричных элементов. Так, для поперечной восприимчивости результат вообще не зависит от $\Gamma_{\alpha\alpha\alpha\alpha}^0$.

Величины A_0 и A_i в (4) обычно выражаются через частоты столкновений ν_0, ν_{so}, ν_s (или соответственно времена релаксации $\tau_0 = \nu_0^{-1}, \tau_{so} = \nu_{so}^{-1}, \tau_s = \nu_s^{-1}$) для соответствующих процессов рассеяния — чисто упругого без переворота спина, спин-орбитального, чисто магнитного. Как будет показано ниже, эти формулы имеют вид

$$A_0 = (2\pi N)^{-1}\nu_0, \quad A_i = (2\pi N)^{-1}(\nu_s^i - \nu_{so}^i), \quad (5)$$

где N — плотность состояний на поверхности Ферми (на один спин), а индекс i означает, что вводятся частоты столкновений для разных направлений, так что, например, $\nu_s = \nu_s^x + \nu_s^y + \nu_s^z$ и т.д. В изотропном случае просто $\nu_s = 3\nu_s^x$. Полная частота столкновений $\nu = \nu_0 + \nu_{so} + \nu_s$.

3. Свойства невзаимодействующих электронов в подзонах α описываются затравочной температурной функцией Грина

$$G_{\alpha\beta}^0(\omega_n, \mathbf{k}) = \delta_{\alpha\beta} G^0(\omega_n, \mathbf{k}),$$

$$G^0(\omega_n, \mathbf{k}) = (i\omega_n - \varepsilon_{\mathbf{k}} + \mu)^{-1}.$$

Здесь $\varepsilon_{\mathbf{k}} = k^2/2m$. В первом порядке по U и V имеем следующие вклады:

$$\sum_{\alpha\beta}^U(T) = \delta_{\alpha\beta} U n_{-\alpha}(\mathbf{r} = 0, \tau = 0),$$

$$n_{-\alpha} = T \sum_{\nu} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} G_{-\alpha}(\omega_{\nu}, \mathbf{k}) \exp(i\omega_{\nu}\tau), \quad \tau \rightarrow 0, \quad (6)$$

$$\sum_{\alpha\beta}^V(\omega_n) = \Gamma_{\alpha\mu\mu\beta}^0 \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} G_{\mu}(\omega_n, \mathbf{k}). \quad (7)$$

Из уравнения Дайсона имеем в этом приближении

$$G_{\alpha}^{-1}(\omega_n, \mathbf{k}) = i\omega_n - \varepsilon_{\alpha}(\mathbf{k}) + i\delta \text{sign}\omega_n, \quad (8)$$

где обозначено

$$\varepsilon_{\alpha}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu + \alpha\Delta/2.$$

Выражение (8) получается из самосогласованного решения уравнения Дайсона с (6) и (7), при этом $\varepsilon_{\alpha}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu + Un_{-\alpha}$. С учетом нормировки $n_1 + n_{-1} = n_0$ имеем

$$\varepsilon_1(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu + \Delta/2 + Un_0/2, \quad \varepsilon_{-1}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu - \Delta/2 + Un_0/2.$$

Таким образом, $\Delta(T)$ есть энергетическая щель между двумя подзонами с разными спинами

$$\Delta(T) = \varepsilon_1(\mathbf{k}) - \varepsilon_{-1}(\mathbf{k}) = U(n_{-1} - n_1),$$

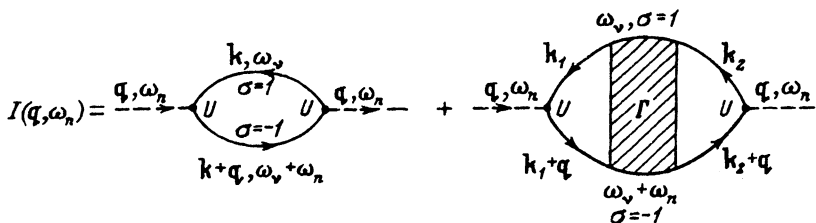
n_0 — полная концентрация носителей заряда. Затухание $\delta = \text{Im} \sum_R^V$, где индекс R указывает, что нужно перейти к запаздывающей функции $i\omega_n \rightarrow \omega$. Вещественная же часть \sum_R^V , как обычно [10], означает просто перенормировку химпотенциала μ . Отметим также, что с учетом отличных от нуля $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}^0$ в (7) и в уравнении Дайсона для $\sum_{\alpha\beta}^V$ получаем систему уравнений, в которой недиагональные элементы \sum_{1-1}^V и \sum_{-11}^V связаны только между собой системой однородных уравнений и поэтому в общем случае имеют нулевое решение. Диагональные элементы \sum_{11}^V и \sum_{-1-1}^V связаны друг с другом неоднородным уравнением и всегда имеют ненулевое решение. Поэтому можно считать в (7) матрицу $\sum_{\alpha\beta}^V$ диагональной. Таким образом, в первом порядке в самосогласованное решение (8) выражение (7) вносит в основном полное затухание, а (6) отвечает за перенормировку энергетического спектра. Взаимодействие U сдвигает обе подзоны α вверх по энергии на разную величину, при этом за начало отсчета энергии можно принять постоянную $Un_0/2$. В этом приближении G оказывается диагональной по спиновым индексам с одинаковым затуханием в подзонах.

Восприимчивость системы χ определяется двухчастичной функцией Грина [11],

$$G_{II}(x, x') = \langle T\psi_1(x)\psi_{-1}(x')\bar{\psi}_1(x')\psi_{-1}(x) \rangle.$$

Полус в статической восприимчивости указывает на нестабильность основного состояния системы и определяет температуру фазового перехода T_i . При температурах T , не слишком близких к T_i , фазовый переход обычно описывается в приближении хаотических фаз [11]. Для гамильтониана (1) в этом случае имеем

$$G_{II}(q, \omega_n) = \frac{I(\mathbf{q}, \omega_n)}{1 - UI(\mathbf{q}, \omega_n)}, \quad (9)$$



Диаграммное представление I .

где для чистого кристалла I представляет собой вклад петлевой диаграммы

$$I_{1-1}(x, x') = -G_1(x, x')G_{-1}(x', x)$$

с Фурье-компонентой в общем случае

$$I_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega_n) = -T \sum_{\nu} J_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega_n, \omega_\nu),$$

где

$$J_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega_n, \omega_\nu) = \int \frac{dk}{(2\pi)^3} G_{\alpha}(\mathbf{q} + \mathbf{k}, \omega_n + \omega_\nu) G_{\beta}(\mathbf{k}, \omega_\nu), \quad (10)$$

причем гриновские функции G_{α} здесь с $\delta = 0$. В примесном кристалле внутри петлевой диаграммы может входить любое число примесных линий и после усреднения по хаотическому распределению примесей возникает зависимость от $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}^0$ (4). Отметим, что при $\omega_n = 0$ матрица $J_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, 0, \omega_\nu)$ симметрична по спиновым индексам.

Как и в [9], мы будем рассматривать здесь примеси в лестничном приближении, но используя диаграммную технику при $T \neq 0$. В общем случае диаграммное представление для величины I приведено на рисунке. Здесь Γ — полная вершинная примесная часть. Напомним, что при упругом рассеянии примесные линии не несут частоты ω_ν , у всех частичных линий в верхней части диаграмм частоты ω_ν , а в нижней $\omega_\nu + \omega_n$. Кроме того, согласно определению G_{11} , концевые спиновые индексы на диаграммах строго фиксированы: сверху 1, снизу -1; поэтому с учетом свойств $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}^0$, указанных выше, все внутренние петли диаграмм имеют также разные индексы (нет диагональных петель $J_{\alpha\alpha}$).

В лестничном приближении петлевые вклады факторизуются и для Γ имеем следующее уравнение:

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}(\mathbf{q}, \omega_n, \omega_\nu) = \Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}^0 + \Gamma_{\alpha\mu\nu\delta}^0 J_{\mu\nu}(\mathbf{q}, \omega_n, \omega_\nu) \Gamma_{\mu\beta\gamma\nu}(\mathbf{q}, \omega_n, \omega_\nu). \quad (11)$$

Здесь $J_{\mu\nu}$ дается формулой (10), но G берутся с $\delta \neq 0$. Для поперечной восприимчивости из (11) требуется только один матричный элемент Γ_{11-1-1} . Выписывая явно из системы (11) уравнения, содержащие Γ_{11-1-1} , получим

$$\Gamma_{11-1-1} = \frac{(A_0 - A_z) + [(A_x - A_y)^2 - (A_0 - A_z)^2] J_{-11}}{1 - (A_0 - A_z)(J_{1-1} + J_{-11}) + [(A_0 - A_z)^2 - (A_x - A_y)^2] J_{1-1} J_{-11}}. \quad (12)$$

Видно, что для поперечной спиновой восприимчивости из-за строгой фиксации значений внешних спинов влияние рассеивателей, переворачивающих спин, оказывается ограниченным. При тетрагональной симметрии, когда в плоскости ферромагнитной пластины XY нет анизотропии $A_x = A_y$, имеем просто

$$\Gamma_{11-1-1} = \frac{A_0 - A_z}{1 - (A_0 - A_z)J_{1-1}}, \quad (13)$$

т.е. остается зависимость только от одного матричного элемента $\Gamma_{11-1-1}^0 = A_0 - A_z$, который описывает процесс без переворота спина. В этом случае вклады с переворотом спина учитываются только в δ .

С учетом (12) имеем вклад примесных диаграмм в I

$$I = T \sum_{\nu} \frac{[1 - (A_0 - A_z)J_{-11}]J_{1-1}}{[1 - (A_0 - A_z)J_{1-1}][1 - (A_0 - A_z)J_{-11}] - (A_x - A_y)^2 J_{-11} J_{1-1}}. \quad (14)$$

4. Температура фазового перехода чистого образца определяется из уравнения

$$1 - UI_0(T_c) = 0 \quad \text{при} \quad \omega_n = 0, \mathbf{q} = 0,$$

где индексом „0“ обозначено I при $\delta = 0$. Аналогично для примесного образца $1 - UI(T_i) = 0$, откуда имеем связь двух температур перехода $I_0(T_c) = I(T_i)$. Отметим, что, поскольку левая и правая части берутся в соответствующих точках перехода, во всех расчетах в гриновских функциях величина щели $\Delta = 0$.

Для I_0 имеем

$$\begin{aligned} I_0(\mathbf{q}, \omega_n, T) &= T \sum_{\nu} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{1}{i\omega_{\nu} + \mu - \varepsilon_{\mathbf{k}}} \frac{1}{i(\omega_{\nu} - \omega_n) + \mu - \varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}} = \\ &= - \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{n_{\mathbf{k}} - n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}{i\omega_n + \varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}, \end{aligned} \quad (15)$$

где $n_{\mathbf{k}}$ — функция Ферми,

$$n_{\mathbf{k}} = \left[1 + \exp\left(-\frac{\varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu}{T}\right) \right]^{-1}.$$

Отсюда статическое значение

$$I_0(T) = - \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{\partial n_{\mathbf{k}}}{\partial \varepsilon_{\mathbf{k}}}.$$

Если же в (15) вначале произвести интегрирование по импульсу, то

$$I_0(T) = \frac{i(2m)^{3/2}T}{8\pi} \sum_{\nu} \frac{\text{sign}\omega_{\nu}}{\sqrt{i\omega_{\nu} + \mu}}.$$

Этот ряд по частотам формально расходится. Расходится также ряд и для примесной $I(T)$ в (14). Причина этой расходимости хорошо известна

[^{10,12}], и существуют различные способы регуляризации таких рядов. В частности, после вычитания из обеих частей равенства $I_0(T_i)$ имеем

$$I_0(T_c) - I_0(T_i) = I(T_i) - I_0(T_i).$$

В левой части теперь стоит разность двух известных функций, вычисленных „правильным“ образом, а в правой за счет вычитания сумма становится сходящейся.

Следующее обстоятельство, которое следует иметь в виду, касается способа вычисления интеграла в формуле (10). Одним из распространенных методов оценки таких интегралов (особенно это касается динамических характеристик) является переход в ξ -представление $\xi = \varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu$ с последующим переходом к симметричным пределам интегрирования $-\infty < \xi < \infty$. Это означает, что на нижнем пределе интегрирования $\mu \rightarrow \infty$. В таком случае опускаются поправки $\sim \mu^{-s}$, где $s > 0$. В этом приближении вклад определяется полюсами подинтегрального выражения, и если полюса находятся по одну сторону от вещественной оси, результат обращается в нуль. Так, для (10) в этом случае имеем

$$J_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega_n, \omega_\nu) = -\frac{i\pi N}{2} \int_{-1}^1 dx \times \\ \times \frac{\theta(\omega_\nu) - \theta(\omega_\nu + \omega_n)}{i\omega_n + \frac{(\alpha-\beta)}{2}\Delta - \frac{q^2}{2m} - vqx + i\delta[\text{sign}(\omega_\nu + \omega_n) - \text{sign}\omega_\nu]},$$

где v — скорость на поверхности Ферми. Видно, что $J_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega_n, \omega_\nu) \neq 0$ только при условии $\omega_\nu(\omega_n + \omega_\nu) < 0$. Статический вклад в этом приближении равен нулю.¹ Написанное выше неравенство определяет область существования диффузона, он дает вклад в термодинамические величины лишь при учете взаимодействия флуктуаций [8]. Поэтому, если мы интересуемся более точными оценками для термодинамических величин, расчет следует производить либо в \mathbf{k} -представлении, либо в ξ -представлении, но без предельного перехода $\mu \rightarrow \infty$. Отметим, что указанная ситуация характерна именно для диаграмм с малой передачей энергии-импульса; для диаграмм с малым суммарным значением энергии-импульса даже в статическом случае полюса находятся по разные стороны от вещественной оси, поэтому даже при $\omega_n = 0$ и $\mu \rightarrow \infty$ результат отличен от нуля [13].

Поскольку в дальнейшем нас будут интересовать поправки по малым параметрам $\sim \mu^{-s}$, то интеграл по \mathbf{k} в (10) берется точно

$$J_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega_\nu, T) = \frac{(2m)^{3/2}}{4\pi} \frac{i \text{sign}\omega_\nu}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}, \quad (16)$$

где

$$a = \mu + i\omega_\nu + i\delta \text{sign}\omega_\nu - \alpha\Delta/2 - q^2/4m,$$

¹ Именно в этом смысле (т.е. с точностью до μ^{-s}) можно утверждать, что примеси оказывают малое влияние на термодинамические свойства.

$$b = \mu + i\omega_\nu + i\delta \text{sign}\omega_\nu - \beta\Delta/2 - q^2/4m.$$

При $\omega_n = 0$ из (14) полное I может быть представлено в виде

$$I_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, T) = \frac{T}{2} \sum_{\nu} \left\{ \frac{J_{\alpha\beta}}{1 - \frac{\nu_1}{2\pi N} J_{\alpha\beta}} + \frac{J_{\alpha\beta}}{1 - \frac{\nu_2}{2\pi N} J_{\alpha\beta}} \right\}. \quad (17)$$

где

$$\nu_1 = (2\pi N)(A_0 - A_z + A_x - A_y), \quad \nu_2 = (2\pi N)(A_0 - A_z - A_x + A_y).$$

Сначала рассмотрим изменение температуры фазового перехода T_c . Из (17) при $\omega_n = 0$, $\mathbf{q} = 0$ и $\Delta = 0$ имеем

$$I(T) - I_0(T) = i \frac{2\pi N}{8\sqrt{\mu}} T \sum_{\omega_\nu > 0} \sum_{j=1,2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{i\omega_\nu + i\delta + \mu - \frac{i\nu_j}{4\sqrt{\mu}}}} - \frac{1}{\sqrt{i\omega_\nu + \mu}} - \text{к.с.} \right\}. \quad (18)$$

(Здесь учтено, что $2\pi N = \sqrt{2}m^{3/2}\mu^{1/2}/\pi$).

Мы рассматриваем ситуацию, когда температура перехода ниже температуры вырождения электронного газа, поверхность Ферми хорошо определена, при этом малыми являются отношения δ/μ , ν_j/μ . Разлагая (18) по этим параметрам, получаем

$$I(T) - I_0(T) = \frac{2\pi N}{8\sqrt{\mu}} T \sum_{\omega_\nu > 0} \left\{ \frac{\delta}{(i\omega_\nu + \mu)^{3/2}} - \frac{(\nu_1 + \nu_2)}{4\sqrt{\mu}(i\omega_\nu + \mu)} + \frac{i\delta(\nu_1 + \nu_2)}{4\sqrt{\mu}(i\omega_\nu + \mu)^2} - \frac{3}{4} \frac{i\delta^2}{(i\omega_\nu + \mu)^{5/2}} - \frac{i(\nu_1^2 + \nu_2^2)}{16\mu(i\omega_\nu + \mu)^{3/2}} + \dots + \text{к.с.} \right\}. \quad (19)$$

Уже из (19) видно, что слагаемые первого порядка малости не содержат A_x и A_y , они появляются только начиная со второго порядка. Приведем оценки сумм по частотам ω_ν . Используя формулу

$$\frac{1}{\sqrt{i\omega_\nu + \mu}} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + \mu + i\omega_\nu}, \quad (20)$$

первую сумму представим как

$$\begin{aligned} \sum_{\omega_\nu > 0} \left\{ \frac{1}{(i\omega_\nu + \mu)^{3/2}} + \text{к.с.} \right\} &= -\frac{\partial}{\partial \mu} \frac{4}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx (x^2 + \mu) \sum_{\omega_\nu > 0} \frac{1}{\omega_\nu^2 + (\mu + x^2)^2} = \\ &= -\frac{1}{\pi T} \frac{\partial}{\partial \mu} \int_{-\infty}^{\infty} dx \text{th} \left(\frac{\mu + x^2}{2T} \right) = -\frac{1}{2\pi T^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\text{ch}^2 \left(\frac{\mu + x^2}{2T} \right)} \approx -\frac{15}{8\pi} \frac{1}{\sqrt{\mu} T} \left(\frac{\pi T}{\mu} \right)^3, \end{aligned} \quad (21)$$

а вторую сумму — как

$$\sum_{\omega_\nu > 0} \frac{1}{\omega_\nu^2 + \mu^2} = \frac{1}{4\mu T} \operatorname{th}\left(\frac{\mu}{2T}\right) \approx \frac{1}{4\mu T}. \quad (22)$$

Далее

$$\frac{i\delta(\nu_1 + \nu_2)}{4\sqrt{\mu}} \sum_{\omega_\nu > 0} \left[\frac{1}{(i\omega_\nu + \mu)^2} - \frac{1}{(-i\omega_\nu + \mu)^2} \right] = \frac{-i\delta(\nu_1 + \nu_2)}{4\sqrt{\mu}} \frac{1}{(2\pi T)^2} \times \\ \times \left[\Psi' \left(\frac{1}{2} - i\frac{\mu}{2\pi T} \right) - \Psi' \left(\frac{1}{2} + i\frac{\mu}{2\pi T} \right) \right] \approx \frac{\delta(\nu_1 + \nu_2)}{8\mu^{3/2}(2\pi T)} \left[1 + \frac{7}{4} \left(\frac{2\pi T}{\mu} \right)^2 \right]. \quad (23)$$

Здесь $\Psi(z)$ — дигамма-функция Эйлера, использована асимптотика при больших значениях аргумента [14]. Сумма от $(i\omega_\nu + \mu)^{-5/2}$ получается просто дифференцированием по μ суммы от $(i\omega_\nu + \mu)^{-3/2}$. Для последних имеем

$$\sum_{\omega_\nu > 0} \left[\frac{1}{(i\omega_\nu + \mu)^{3/2}} - \frac{1}{(-i\omega_\nu + \mu)^{3/2}} \right] = \frac{i}{\pi^2 T} \frac{\partial}{\partial \mu} \int_{-\infty}^{\infty} dx \left[\Psi \left(\frac{1}{2} - i\frac{\mu + x^2}{2\pi T} \right) + \right. \\ \left. + \Psi \left(\frac{1}{2} + i\frac{\mu + x^2}{2\pi T} \right) \right] \approx \frac{i}{2\pi\sqrt{\mu}T} \left[1 - \frac{21}{32} \left(\frac{2\pi T}{\mu} \right)^2 \right]. \quad (24)$$

Окончательно получаем

$$I(T) - I_0(T) = -N(\theta_1 - \theta_2),$$

где

$$\theta_1 = \frac{\pi\nu_3}{16\mu},$$

$$\theta_2 = [\nu_3^2 + (\nu - \nu_3)^2 + 2\nu_4^2] / 16\mu^2,$$

$$\nu_3 = \nu_0 - \nu_s^z + \nu_{so}^z, \quad \nu_4 = \nu_s^x - \nu_s^y - \nu_{so}^x + \nu_{so}^y. \quad (25)$$

Для $I_0(T)$ в том же приближении имеем

$$I_0(T) \approx N \left[1 - \frac{1}{12} \left(\frac{\pi T}{\mu_0} \right)^2 \right], \quad \mu_0 = \mu(T=0). \quad (26)$$

Сдвиг температуры перехода можно представить в виде

$$T_i - T_c = \frac{6\mu_0^2}{\pi^2 T_c} \frac{I - I_0}{N}. \quad (27)$$

5. Из (25) и (27) следует, что поправка первого порядка отрицательна, т.е. понижает температуру фазового перехода (при $\nu_0 - \nu_s^z + \nu_{so}^z > 0$),

и определяется только процессами рассеяния без переворота спина (z -компоненты ν_s и ν_{s0} определяют ту часть рассеяния на магнитных примесях и при учете спин-орбитального взаимодействия, которая идет без переворота спина). Процессы с переворотом спина дают вклад в статическую поперечную восприимчивость начиная только со второго порядка, причем вся поправка второго порядка положительна.

Отметим возможные частные случаи. При отсутствии магнитных примесей и спин-орбитального взаимодействия может иметь место сдвиг T_c только в область низких температур ($\sim \nu_0/\mu$). Обычно $\nu_0 \gg \nu_{s0}$ и наличие магнитных примесей уменьшает вероятность процессов, идущих без переворота спина. Если концентрация магнитных примесей достаточно велика, так что $\nu_0 \approx \nu_s^2$, то существенную роль могут играть поправки второго порядка, в которые заметный вклад начинают вносить процессы с переворотом спина. При большой концентрации магнитных примесей в принципе возможно изменение знака эффекта. Последнее слагаемое в (25) учитывает анизотропию в плоскости XY и для тетрагональной симметрии оно отсутствует.

Вблизи температуры перехода при малых q макроскопическую восприимчивость χ можно представить как

$$\chi \sim G_{11} = \left[\alpha' \left(\frac{T - T_i}{T_i} \right) + Dq^2 + \dots \right]^{-1}, \quad (28)$$

где постоянная α' обратно пропорциональна константе Кюри—Вейса. Тогда из (25) получаем $\alpha' = \alpha'_0(1 + \theta_1 - \theta_2)$, где α'_0 относится к бездефектному кристаллу. Эта зависимость определяет изменение формы кривой восприимчивости. Из (28) следует длина когерентности

$$\xi = \left[D/\alpha' \left(\frac{T - T_i}{T_i} \right) \right]^{1/2}$$

и для вычисления D требуется (17) разложить по q до квадрата. Тогда

$$I(\mathbf{q}, T) - I(T) \simeq \frac{(2\pi N)\sqrt{\mu}}{32} T \left(\frac{q}{q_F} \right)^2 \sum_{\omega_\nu > 0} \left\{ 2 \left[\frac{i}{(i\omega_\nu + \mu)^{3/2}} - \frac{i}{(-i\omega_\nu + \mu)^{3/2}} \right] + 3\delta \left[\frac{1}{(i\omega_\nu + \mu)^{5/2}} + \frac{1}{(-i\omega_\nu + \mu)^{5/2}} \right] - \frac{1}{2} \frac{(\nu_1 + \nu_2)}{\sqrt{\mu}} \left[\frac{1}{(i\omega_\nu + \mu)^2} + \frac{1}{(-i\omega_\nu + \mu)^2} \right] \right\}. \quad (29)$$

Вычисляя суммы по частотам в (29) аналогично приведенным выше (20)–(24), получаем

$$I(\mathbf{q}, T) - I(T) \approx -N \left(\frac{q}{4q_F} \right)^2 \left[1 - \frac{1}{5} \left(\frac{\delta}{\mu} \right)^2 - \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{32\mu^2} + \frac{3}{128} \frac{\delta(\nu_1 + \nu_2)}{\mu^2} + \dots \right]. \quad (30)$$

Подставляя это разложение в (9), имеем следующее выражение для D :

$$D \approx D_0 \left\{ 1 - \frac{1}{16\mu^2} \left[\frac{\nu^2}{20} - \frac{3}{4} \nu(\nu - \nu_3) + \nu_3^2 + \nu_4^2 \right] \right\}, \quad (31)$$

где D_0 — значение D в чистом кристалле. Из (31) следует для ξ

$$\xi = \left[D_0 / \alpha'_0 \left(\frac{T - T_i}{T_i} \right) \right]^{1/2} \left\{ 1 - \frac{\pi \nu_3}{32 \mu} + \frac{1}{32 \mu^2} \times \right. \\ \left. \times \left[2\nu_3^2 + (\nu - \nu_3)^2 + 3\nu_4^2 - \frac{1}{20} \nu^2 + \frac{3}{4} \nu(\nu - \nu_3) \right] \right\}. \quad (32)$$

Коэффициент D является квадратичной функцией частот столкновений; в ξ присутствует линейный член, определяемый, как и для T_i , характерной частотой ν_3 . При этом квадратичная зависимость от частот столкновений может иметь место лишь при условии аномальной малости ν_3 .

В заключение сделаем несколько замечаний относительно тех приближений, которые используются при расчете ферромагнитных свойств в модели ферромагнетизма электронов проводимости. Обычно малыми параметрами являются отношения T/μ и ν/μ . Поэтому при вычислении интегралов по \mathbf{k} в выражениях типа (10) мы можем считать, что полюса расположены достаточно близко к вещественной оси. Это означает, что используется разложение

$$\sqrt{i\omega_\nu + i\delta + \mu} \approx \sqrt{i\omega_\nu + \mu} + \frac{1}{2} \frac{i\delta}{\sqrt{i\omega_\nu + \mu}} + \frac{1}{8} \frac{\delta^2}{(i\omega_\nu + \mu)^{3/2}} + \dots \quad (33)$$

Отметим также, что эффекты затухания в рассматриваемой модели входят двумя различными способами: через ν или δ в самой гриновской функции, где различные механизмы рассеяния учтены аддитивным образом, и через вершинную часть $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}$, где те же процессы рассеяния отображаются видом суммируемых диаграмм. В результате этого различные взаимодействия проявляются неэквивалентным образом. Если теперь в (33) сделать еще дополнительное приближение, которое, например, было использовано в [9] для диаграммной техники при $T = 0$, а именно пренебречь зависимостью от частоты в членах, содержащих затухание, то, как нетрудно видеть из (18), при отсутствии магнитных взаимодействий, происходит взаимное сокращение линейных по δ вкладов.

Действительно, если вместо (33) положить

$$\sqrt{i\omega_\nu + i\delta + \mu} \approx \sqrt{i\omega_\nu + \mu} + \frac{i\delta}{2\sqrt{\mu}} + \frac{\delta^2}{8\mu^{3/2}} + \dots,$$

то (18) дает

$$I(T) - I_0(T) = N \left\{ \frac{\pi}{16\mu} (\nu - \nu_s) + \frac{1}{128} \frac{[(\nu - \nu_1)^2 + (\nu - \nu_2)^2]}{\mu^2} - \frac{2\pi T}{64} \left(\frac{\nu}{\mu} \right)^2 \sum_{\omega_\nu > 0} \frac{\omega_\nu}{\mu^2 + \omega_\nu^2} \right\}. \quad (34)$$

Поскольку в первые два слагаемые (34) входят разности $(\nu - \nu_i)$, немagnetное рассеяние ν_0 исчезает. В этом случае линейный вклад обусловлен целиком только магнитным и спин-орбитальными взаимодействиями. Однако, как видно из (34), учет частотной зависимости в членах, описывающих затухание, приводит к расходимости следующих членов ряда, в связи с чем возникает вопрос о корректности такого приближения.

Отметим, что для диаграмм с малым суммарным значением энергии импульса, в рамках тех приближений, о которых говорилось выше, учет рассеяния на примесях в лестничном приближении приводит к сокращению вкладов нормальных примесей, так что сдвиг температуры сверхпроводящего перехода в линейном приближении определяется только магнитными взаимодействиями [12,13]. Физические процессы, связанные с рассматриваемой здесь моделью слабого ферромагнетизма носителей заряда, отличаются от тех, которые приводят к сверхпроводимости. Математически это проявляется в различном положении полюсов в диаграммах, дающих основной вклад и определяющих неустойчивость основного состояния. По-видимому, именно с этим и связано отличие в характере влияния примесей различной природы на термодинамические свойства, описываемые этими двумя моделями.

Авторы выражают благодарность Г.М. Генкину за постоянное внимание и интерес к работе.

Список литературы

- [1] Bergman G. // Phys. Rep. 1981. V. 107. N 1. P. 1-58.
- [2] Lee P.A., Ramakrishnan T. // Rev. Mod. Phys. 1985. V. 57. N 2. P. 287-337.
- [3] Hikami S., Larkin A.I., Nagaoka Y. // Prog. Theor. Ph. 1980. V. 63. N 2. P. 707-710.
- [4] Альтшулер Б.Л., Аронов А.Г. // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 33. № 10. С. 515-518.
- [5] Генкин Г.М., Шедрина Н.В., Шедрин М.И. // ФТТ. 1992. Т. 34. № 3. С. 110-115.
- [6] Fukuyama H. // J. Phys. Soc. Jpn. 1981. V. 50. N 10. P. 3407-3414.
- [7] Isawa Y., Fukuyama H. // J. Phys. Soc. Jpn. 1984. V. 53. N 4. P. 1415-1428.
- [8] Fukuyama H. // J. Phys. Soc. Jpn. 1985. V. 54. N 6. P. 2092-2095.
- [9] Singh A., Fradkin E. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. N 13. P. 6894-6901.
- [10] Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статической физике. М.: ГИФМЛ, 1962. 443 с.
- [11] Уайт Р. Квантовая теория магнетизма. М.: Мир, 1985. 304 с.
- [12] Абрикосов А.А. Основы теории металлов. М.: Наука, 1987. 520 с.
- [13] Горьков Л.П. // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. № 5 (11). С. 1407-1416.
- [14] Грандштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1963. 1100 с.

Институт инженеров
водного транспорта
Нижний Новгород

Поступило в Редакцию
13 июля 1992 г.