О ПЛАЗМЕННЫХ ВОЗБУЖДЕНИЯХ В НИЗКОРАЗМЕРНЫХ СИСТЕМАХ

Е. А. Андрюшин, А. П. Силин

Получены явные выражения для закона дисперсии плазмонов для ряда моделей низкоразмерных систем.

Интерес к исследованию видов и дисперсий плазменных колебаний в электронных системах резко возрос после открытия ВТСП. Авторы ряда предложенных моделей сверхпроводимости нуждались в существовании низкоэнергетических возбуждений, обмен которыми приводил бы к спариванию носителей. В структуре ряда «новых» сверхпроводников имеются проводящие плоскости CuO_2 и цепочки CuO. Соответственно появляются ветви плазменных колебаний с дисперсией, иной по сравнению с трехмерным электронным газом [1, 2].

Корневая дисперсия плазмона в двумерной системе была впервые получена в [3]. Плазмон в одномерной системе был получен в [4], а так называемые акустические плазмоны, частота ω которых пропорциональна волновому вектору q при малых q (в системах с различной геометрией q определяется по-разному), были впервые рассмотрены в системах двух связанных заряженных слоев [5, 6].

Таким образом, в подобных системах имеются плазменные колебания с низкой (в длинноволновом пределе) частотой, которые и использовались в моделях сверхпроводимости. Следует заметить, что плазменные механизмы сверхпроводимости предлагались и до открытия ВТСП [7–9]. Однако помимо моделей ВТСП на основе акустических плазмонов [1, 2, 10–16] вопрос представляет интерес и в связи с исследованием полупроводниковых гетероструктур и сверхрешеток, систем квантовых ям и квантовых нитей и возбуждений в них [17–24].

Как известно [25], дисперсия плазмона ω_{pl} (q) определяется из условия обращения в нуль динамической диэлектрической проницаемости ε (q, ω) системы. В низкоразмерных системах, моделируемых нами совокупностью плоскостей и нитей, вдоль которых движутся свободно электроны, ε (q, ω) определяется видом кулоновского взаимодействия между электронами из разных плоскостей и нитей. В [26, 27] было показано, что если расстояние между плоскостями или нитями меньше эффективного боровского радиуса a_x, то кулоновское взаимодействие в таких системах точно рассчитывается в приближении хаотических фаз (ПХФ). Этот радиус в полупроводниках значительно превышает атомное значение 0.52 Å в силу малой эффективной массы носителей и большой статической диэлектрической проницаемости. Более того, как отмечено в [28], применение ПХФ оправдано и для высокотемпературных сверхпроводников, которые относятся к категории «плохих металлов» [29] (сейчас более употребителен термин «странные металлы»).

Предположим, что как на нитях, так и на плоскостях закон дисперсии носителей

$$E(\mathrm{q}) = \frac{q^2}{2m}, \tag{1}$$

где $\mathbf{q}$ — соответственно одно- или двумерный импульс или волновой вектор (мы полагаем $\hbar = 1$) свободного движения носителей, m — эффективная масса носителей. (Обобщение на более сложный закон дисперсии не представляет принципиальной сложности). Дисперсия плазмонов в ПХФ определяется уравнением

$$1 - V(\mathbf{q})\,\Pi(\mathbf{q}, \omega) = 0, \tag{2}$$

где $V(\mathbf{q})$ — кулоновское взаимодействие, вид которого зависит от геометрии системы, а $\Pi(\mathbf{q}, \omega)$ — поляризационный оператор одно- или двумерных носителей.

При выполнении условия

$$\omega > \Omega_+, \quad \Omega_\pm = \frac{qP_F}{m} \pm \frac{q^2}{2m}, \tag{3}$$

где P_F — импульс Ферми в нити или на плоскости, $\Pi(\mathbf{q}, \omega)$ является чисто действительным. В одномерном случае $\Pi(\mathbf{q}, \omega)$ имеет следующий вид:

$$\Pi^{(1)}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{m}{\pi q} \ln \frac{\omega^2 - \Omega_-^2}{\omega^2 - \Omega_+^2}. \tag{4}$$

В двумерном случае в тех же обозначениях

$$\Pi^{(2)}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{m}{\pi q^2}\left[\sqrt{(\omega - \Omega_-)(\omega + \Omega_+)} - \sqrt{(\omega - \Omega_+)(\omega + \Omega_-)}\right] - \frac{m}{\pi}. \tag{5}$$

Подстановка (4) и (5) в (1) позволяет записать дисперсии плазмонов в виде

$$\omega_{\mathrm{pl}}^{(1)}(\mathbf{q}) = \frac{p_F q}{m}\left\{1 + \frac{q}{p_F}\,\frac{1}{\operatorname{th}\left(\dfrac{\pi q}{2mV(\mathbf{q})}\right)} + \frac{q^2}{4p_F^2}\right\}^{1/2} \tag{6}$$

— одномерный случай,

$$\omega_{\mathrm{pl}}^{(2)}(\mathbf{q}) = \frac{p_F q}{m}\,\frac{1 + \dfrac{mV(\mathbf{q})}{\pi}}{\sqrt{1 + \dfrac{2mV(\mathbf{q})}{\pi}}}\sqrt{1 + \frac{q^2}{p_F^2}\,\frac{\pi}{2mV(\mathbf{q})}\left(1 + \frac{\pi}{2mV(\mathbf{q})}\right)} \tag{7}$$

— двумерный случай.

Расмотрим теперь различные варианты геометрии системы.

1. Чисто двумерный случай — электроны в плоскости с поверхностной плотностью n

$$V(\mathbf{q}) = \frac{2\pi e^2}{\varepsilon_0 q}, \tag{8}$$

где ε_0 — диэлектрическая проницаемость подложки, получим

$$\omega_{\rm pl}(q) = q^{1/2}\Omega_p \frac{1 + qa_x}{\sqrt{1 + \dfrac{qa_x}{2}}} \sqrt{1 + \frac{q^3 a_x}{2p_F^2}\left(1 + \frac{qa_x}{2}\right)}\,, \tag{9}$$

где

$$a_x = \frac{\varepsilon_0 \hbar^2}{2me^2}\,,\ \Omega_p = \left(\frac{2\pi n e^2}{\varepsilon_0 m}\right)^{1/2}, \tag{10}$$

т. е. хорошо известную зависимость $\omega_{\rm pl}(q) \sim q^{1/2}$.

2. Для слоистого полупроводника с расстоянием c между слоями

$$V(\mathbf{q}) = V(q,\ y) = \frac{2\pi e^2}{\varepsilon_0 q}\frac{\operatorname{sh} qc}{\operatorname{ch} qc - \cos y}\,, \tag{11}$$

где $0 < y < 2\pi$ — безразмерный импульс для движения поперек слоев,

$$\omega_{\rm pl}(q,\ y) = q^{1/2}\Omega_p \left(\frac{\operatorname{sh} qc}{\operatorname{ch} qc - \cos y}\right)^{1/2} \frac{1 + qa_x \dfrac{\operatorname{ch} qc - \cos y}{\operatorname{sh} qc}}{\sqrt{1 + \dfrac{qa_x}{2}\dfrac{\operatorname{ch} qc - \cos y}{\operatorname{sh} qc}}} \times$$

$$\times \sqrt{1 + \frac{q^3 a_x}{2p_F^2}\left(1 + \frac{qa_x}{2}\frac{\operatorname{ch} qc - \cos y}{\operatorname{sh} qc}\right)}\,. \tag{12}$$

В предельном случае $q \gg 1/c$ (12) переходит в (9), в предельном случае $q \ll 1/c$ для $y = 0$ $(y = 2\pi)$ получим

$$\omega_{\rm pl}(q,\ 0) = \omega_{\rm pl}(q,\ 2\pi) = \tilde{\Omega}_p \frac{1 + \dfrac{q^2 q_x c}{2}}{\sqrt{1 + \dfrac{q^2 a_x c}{4}}} \sqrt{1 + \frac{q^3 a_x}{2p_F^2}\left(1 + \frac{q^2 a_x c}{4}\right)}\,, \tag{13}$$

где $\tilde{\Omega}_{pl}$ — трехмерная плазменная частота, $\rho = n/c$ — трехмерная плотность носителей тока,

$$\tilde{\Omega}_p = \left(\frac{4\pi e^2 \rho}{\varepsilon_0 m}\right)^{1/2}. \tag{14}$$

Если $1 - \cos y \gg q^2 c^2$, то

$$\omega_{\rm pl}(q,\ y) = \frac{qp_F}{m} \frac{1 + \dfrac{c}{a_x}\dfrac{1}{1 - \cos y}}{\sqrt{1 + \dfrac{2c}{a_x}\dfrac{1}{1 - \cos y}}} \sqrt{1 + \frac{q^3 a_x}{2p_F^2}\left(1 + \frac{a_x}{2c}(1 - \cos y)\right)} \tag{15}$$

и мы имеем акустический плазмон, который не затухает, так как его частота удовлетворяет условию (3).

3. Кулоновское взаимодействие между электронами в одномерной нити радиуса a есть

$$V(\mathbf{q}) = \frac{2e^2}{\varepsilon_0} K_0 (a|q|), \tag{16}$$

где K_0 (x) — функция Бесселя мнимого аргумента. При $a\,|q| \ll 1$

$$V(\mathbf{q}) = -\frac{2e^2}{\varepsilon_0} \ln \frac{|q|\,a}{2} \left[1 + \frac{a^2q^2}{2}\right] - C + (1 - C)\frac{a^2q^2}{2} + \ldots,$$

$C = 0.577$ — постоянная Эйлера. Подстановка (16) в (6) дает

$$\omega_{\text{pl}}(q) = |q| \sqrt{\frac{4e^2p_F}{\pi m\varepsilon_0} \ln \frac{1}{a\,|q|}} + O(|q|) \tag{17}$$

при $a\,|q| \ll 1$.

4. Рассмотрим теперь систему нитей радиуса a, расположенных в плоскости параллельно друг другу на расстоянии d друг от друга. Кулоновское взаимодействие зарядов из двух нитей, разделенных расстоянием nd (n — целое число), есть

$$V(q,\ n) = \frac{2e^2}{\varepsilon_0} K_0 (d|nq|). \tag{18}$$

Перейдем от дискретной переменной номера нити n к поперечному импульсу y $(0 \leqslant y \leqslant 2\pi)$

$$V(q,\ y) = \sum_{b=-\infty}^{+\infty} e^{iny} V(q,\ n) = \frac{2e^2}{\varepsilon_0} K_0(a\,|q|) + \frac{4e^2}{\varepsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \cos ny\, K_0 (nd\,|q|) =$$

$$= \frac{2e^2}{\varepsilon_0} K_0(a\,|q|) + \frac{2e^2}{\varepsilon}\left(C + \ln \frac{d\,|q|}{4\pi}\right) + \frac{2\pi e^2}{\varepsilon_0\sqrt{d^2q^2 + y^2}} +$$

$$+ \frac{2\pi e^2}{\varepsilon_0} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{\frac{1}{\sqrt{d^2q^2 + (2\pi k - y)^2}} + \frac{1}{\sqrt{d^2q^2 + (2\pi k + y)^2}} - \frac{1}{\pi k}\right\}. \tag{19}$$

При достаточно большом расстоянии d между нитями воспроизводится результат (17), а нетривиальный результат возникает в случае малого расстояния между нитями в пределе $qd \ll 1$. Тогда при $dq \ll y$ или $dq \ll 2\pi - y$

$$V(q,\ y) = \frac{2e^2}{\varepsilon_0} \ln \frac{d}{2\pi a} + \left[-2C - 2\psi\left(\frac{y}{2\pi}\right) - \pi \operatorname{ctg} \frac{y}{2}\right] \frac{e^2}{\varepsilon_0} + o(dq), \tag{20}$$

где ψ (x) — ψ-функция Эйлера, и

$$V(q,\ 0) = V(q,\ 2\pi) = \frac{2e^2}{\varepsilon_0} \ln \frac{d}{2\pi a} + \frac{2\pi e^2}{\varepsilon_0 dq} + o(dq). \tag{21}$$

Подстановка (20) в (6) дает

$$\omega_{\text{pl}}(q,\ y) = \frac{p_F q}{m} \sqrt{1 + \frac{2me^2}{\pi p_F \varepsilon_0} \left[\ln \frac{d}{2\pi a} - C - \psi\left(\frac{y}{2\pi}\right) - \frac{\pi}{2} \operatorname{ctg} \frac{y}{2} \right]}\ , \tag{22}$$

т. е. акустический закон дисперсии практически для всей плазменной зоны. А на ее краю в случае (21)

$$\omega_{\text{pl}}(q,\ 0) = \omega_{\text{pl}}(q,\ 2\pi) = q^{1/2}\Omega_p = \left(\frac{4p_F e^2}{\varepsilon_0 md}\, q\right)^{1/2}$$

(см. (9), (10)), т. е. переходит в частоту чисто двумерного плазмона, при этом n — эффективная поверхностная плотность носителей на плоскости нитей.

Таким образом, учет анизотропии движения и пространственного разделения зарядов во всех рассматривавшихся случаях, как в настоящей статье, так и ранее, приводит к акустической дисперсии плазмона, причем для большинства плазмонных ветвей. Как в одномерном, так и в двумерном случаях учет взаимодействия соответственно нитей и слоев приводит к акустической дисперсии плазмонов практически для всей плазмонной зоны, кроме ее границ. Отметим, что во всех случаях

$$v_s = \frac{\omega_{\text{pl}}}{q} > \frac{p_F}{m}\left(1 + \frac{q}{2}\right), \tag{23}$$

т. е. условие (3) выполняется и акустические плазмоны не затухают.

Взаимодействие электронов с акустическими плазмонами может увеличить критическую температуру сверхпроводника с фононным механизмом сверхпроводимости T_c^{ph} [1]

$$T_c = \left(T_c^{\text{ph}}\right)^{1-\alpha}\ \omega_{\text{pl}}^{\alpha},$$

$$\alpha = \frac{\lambda_{\text{pl}}}{\lambda_{\text{pl}} + \lambda_{\text{ph}}}, \tag{24}$$

$\lambda_{\text{ph (pl)}}$ — постоянная электрон-фононного (плазмонного) взаимодействия.

Список литературы

[1] Kresin V. Z., Moravitz H. // Phys. Rev. B. 1988. V. 37. N 13. P. 7854—7857.
[2] Tsay Sh.-F., Wang Sh.-Y. // Physics Letters A. 1990. V. 151. N 8. P. 439—446.
[3] Ritchie R. H. // Phys. Rev. 1957. V. 106. P. 874—881.
[4] Ferrel R. A. // Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13. P. 330.
[5] Eguiluz A., Lee T. K., Quinn J. J., Chui K. W. // Phys. Rev. B. 1975. V. 11. P. 4989—4993.
[6] Caillé A., Banville M. // Sol. St. Commun. 1976. V. 19. P. 951—954.
[7] Takada Y., Uemura Y. // Proc. of the 13th International Conference on the Physics of Semiconductors, Roma / Ed. F. G. Fumi. Amsterdam, 1976. P. 754—757.
[8] Tacada Y. // J. Phys. Soc. Japan. 1978. V. 45. P. 786—794.
[9] Бабиченко В. С. // ДАН СССР. 1978. Т. 242. № 2. С. 324—326.
[10] Kresin V. Z. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. N 5. P. 8716.
[11] Lee D. H., Ihm A. // Sol. St. Commun. 1987. V. 62. N 9. P. 811.
[12] Ruvalds J. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. N 9. P. 8869.

[13] Ashkenazi J., Kuper C. G., Tyk R. // Sol. St. Commun. 1987. V. 63. N 1. P. 63.
[14] Tewari S. P., Gumber P. K. // Physica C. 1990. V. 171. N 1. P. 147—150.
[15] Mahan G. D., Wu J. W. // Phys. Rev. B. 1989. V. 39. N 1. P. 265—273.
[16] Canright G. S., Vignale G. // Phys. Rev. B. 1989. V. 39. N 4. P. 2740—2743.
[17] Силин А. П. // УФН. 1985. Т. 147. № 3. С. 485—521.
[18] Покатилов Е. П., Фомин В. М., Берил С. И. Колебательные возбуждения, поляроны и экситоны в многослойных системах и сверхрешетки. Кишинев, 1990. 278 с.
[19] Bloss W. L. // Phys. Rev. B. 1991. V. 44. N 3. P. 1105—1112.
[20] Shmelev G. M., Chaikovski J. A., Pavlovich V. V., Epshtein E. M. // Phys. St. Sol. B. 1977. V. 82. P. 391—395.
[21] Qin G., Ginliani G. F., Quinn J. J. // Phys. Rev. B. 1983. V. 28. N 10. P. 6144—6146.
[22] Tselis A. C., Quinn J. J. // Phys. Rev. B. 1984. V. 29. N 6. P. 3318—3335.
[23] Datta S., Gunshor R. L. // J. Appl. Phys. 1983. V. 54. N 8. P. 4453—4456.
[24] Jain J. K., Allen P. B. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. N 22. P. 2437—2440.
[25] Пайнс Д. Электронные возбуждения в твердых телах. М.: Мир, 1965. 382 с.
[26] Андрюшин Е. А., Бабиченко В. С., Келдыш Л. В., Онищенко Т. А., Силин А. П. // Письма в ЖЭТФ. 1976. Т. 24. № 4. С. 210—214.
[27] Андрюшин Е. А., Келдыш Л. В., Силин А. П. // ЖЭТФ 1977. Т. 73. № 3. С. 1163—1173.
[28] Андрюшин Е. А., Силин А. П. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 12. С. 3579—3585.
[29] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. § 75.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева РАН
Москва

Поступило в Редакцию
16 июля 1992 г.