

03;04;12

## Динамика ускорения тел мм-размера в рельсотронах с внешним магнитным полем

© Б.И. Резников, Б.Г. Жуков, Р.О. Куракин, С.В. Бобашев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург  
E-mail: boris.reznikov@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 15 марта 2013 г.

Предложена физическая модель ускорения тел малого размера (1–3 мм) в рельсовом ускорителе с плазменным поршнем при наложении внешнего импульсного магнитного поля. При рабочих параметрах ускорителя исследовано влияние эрозии электродов, сопротивления среды и размеров тела на его конечную скорость. Показано, что насыщение скорости тел размером 1–2 мм происходит на коротких расстояниях (15–20 см) и в основном определяется захватом части эрозионной массы в плазменный поршень.

Разгон твердых тел мм-размеров до больших скоростей требует решения ряда технических проблем, сложность которых растет при уменьшении геометрических размеров ускорительных каналов. Максимальные скорости тел размером 1–3 мм, полученные в ускорителях, применяемых для инъекции макрочастиц, не превышают 3 км/с [1,2].

Малогабаритный рельсотрон с внешним импульсным магнитным полем, созданный в ФТИ, разгоняет в атмосферном воздухе тела мм-размера до максимальных скоростей порядка 5–6 км/с [3]. Динамика ускорения диэлектрического ударника плазменным поршнем (ПП) в таком устройстве является предметом данной работы. Используется модель компактного токового контура переменной массы, движущегося под действием амперовой силы, силы давления газа за ударной волной и силы, возникающей при захвате ПП и вовлечении в движение части эрозионной массы, поступающей в канал.

Исходная система уравнений, описывающая изменение скорости  $v$  и координаты центра масс ударника и плазмы  $x$ , имеет вид

$$m \frac{dv}{dt} = F - F_d - F_{er}, \quad F = F_i + F_e, \quad F_i = L' \frac{I^2}{2}, \quad F_e = BhI, \quad (1)$$

$$F_d = p_2 A = C \frac{\rho_1 A}{2} v^2, \quad C = 2(1 - \rho_1/\rho_2)^{-1}, \quad F_{er} = \dot{m}v, \quad (2)$$

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m} = kI, \quad v(0) = 0, \quad m(0) = m_0. \quad (3)$$

Предполагается, что ток  $I$ , протекающий в рельсах, электродах и в ПП, сосредоточен в тонком слое вблизи торца диэлектрического ударника.

В отличие от ранее рассмотренных динамических моделей [4–6] ускоряющая амперова сила  $F$  равна сумме сил  $F_i$  и  $F_e$ , созданных магнитным полем разрядного тока и приложенным внешним полем  $B$ . Остальные обозначения:  $L'$  — погонная индуктивность рельсов,  $p_2 = p_2(v)$  — давление газа за прямой ударной волной, генерируемой ударником,  $\rho_1, \rho_2$  — плотности газа до и за скачком уплотнения,  $A = h^2$  — площадь поперечного сечения канала, ширина и высота которого совпадают с ребром кубика  $h$ ,  $m$  — суммарная масса ударника и ПП. Сила —  $F_{er} \sim \dot{m}$ , тормозящая ударник (2), возникает из-за того, что вектор скорости эрозионной массы, поступающей в канал, нормален к поверхности электродов и оси канала.

Захваченная ПП масса  $\Delta m$  может быть заметно меньше массы  $\Delta m_{tot}$ , поступающей в канал в виде газа и капель со скоростью  $\dot{m}_{tot}$  за счет эрозии поверхности электродов [7]. Поэтому величина  $k = \dot{m}/I$ , определяющая скорость изменения массы материала, захваченного ПП, может быть существенно меньше величины  $k_{tot} = \dot{m}_{tot}/I$ . Для рельсо-тронов малого калибра величина  $k$  не оценивалась, однако состояние поверхностей рельсов и стенок канала после запуска показывает, что основным механизмом поступления дополнительной массы в канал является эрозия электродов [3].

Сила трения между ударником и стенками канала не учитывалась. При скоростях, превышающих 1 км/с, коэффициент трения порядка нескольких сотых. Фрикционное нагревание и возникновение жидкого или парового слоя между трущимися поверхностями еще больше снижают силу трения [8].

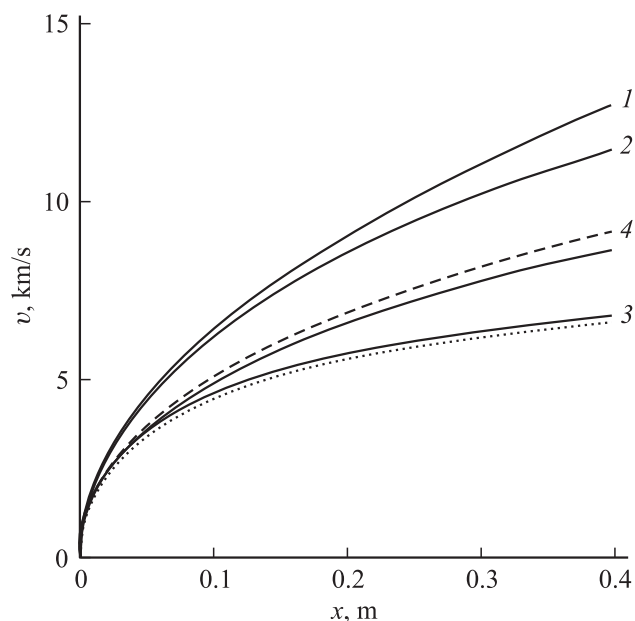
Весьма существенно, что зависимости  $I(t)$ ,  $B(t)$ ,  $F(t)$  заданы электрической схемой источников энергии (см. [3], рис. 2). После установления внешнего поля и разрядного тока они обеспечивают за время разгона примерно постоянные значения силы  $F(t)$ . Отсюда следует, что модель с постоянной ускоряющей силой позволяет выявить характерные особенности динамики разгона ударника. Принятая физическая модель адекватно описывает ускорение ударника при компактном ПП.

Выражение для верхнего предела скоростей при  $F = \text{const}$  выводится из равенства нулю правой части уравнения движения (1). Это дает естественные масштабы предельных скоростей  $v_d, v_e$ , обусловленных действием только силы давления газа в ударном слое или только эффектами переменности массы. Предельно достижимая скорость  $v_{\text{lim}}$  равна [6]

$$v_{\text{lim}} = \frac{v_d}{\chi(\beta)}, \quad v_d = \sqrt{\frac{2F}{C\rho_1 A}}, \quad v_e = \frac{F}{\dot{m}}, \quad \chi = \beta + \sqrt{1 + \beta^2}, \quad \beta = \frac{v_d}{2v_e}. \quad (4)$$

Будем задавать ток в рельсах и в ускоряющей плазме пропорциональным ширине рельсов (ребру кубика)  $I = j_{\text{max}}h$  и не зависящим от времени (см. [3], рис. 1). Здесь  $j_{\text{max}} = 40 \text{ kA/mm}$ , что примерно совпадает с максимальной линейной плотностью тока для меди  $43 \text{ kA/mm}$ , превышение которой приводит к электротермическому взрыву поверхности электродов [9]. Размер ускоряемого тела варьируется в диапазоне  $1 \leq h \leq 3 \text{ mm}$ , сечение канала квадратное, плотность материала ударника  $\rho_p = 1.2\text{--}1.3 \text{ g/cm}^3$ . Начальная масса ускоряемого кубика  $m_0 \sim h^3$  и при  $h = 2 \text{ mm}$  примерно равна  $10 \text{ mg}$ . Значение погонной индуктивности  $L' \approx 0.25 \mu\text{H/m}$ , индукция внешнего поля  $B = 8 \text{ T}$  [3]. При этом ускоряющие силы равны  $F_i = 800N$ ,  $F_e = 1280N$ ,  $F = 2080N$ . Начальная плотность газа в канале  $\rho_1$  равна значению для воздуха при давлении  $1 \text{ atm}$ . При  $I = \text{const}$  эффективный коэффициент эрозии  $k$  постоянная величина.

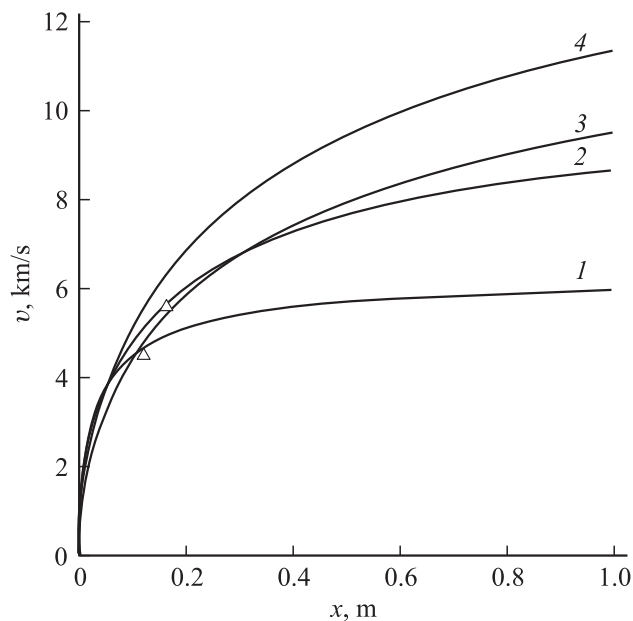
Динамика разгона кубика с ребром  $h = 2 \text{ mm}$  и влияние различных диссипативных факторов на ограничение скорости представлены на рис. 1. Видно, что для скоростей  $v(l) \approx 5\text{--}6 \text{ km/s}$ , которые достигнуты в коротких каналах  $l \leq 20 \text{ cm}$  [3] и много меньше  $v_d$ , сопротивление среды не слишком существенно (кривая 2). Гораздо больший эффект оказывает захват ПП части материала, поступающего в канал (кривая 3). Это приводит к увеличению ускоряемой массы, уменьшению ускорения и более раннему насыщению скорости ударника. Трение о стенку канала мало, так как при  $v > 2 \text{ km/s}$  коэффициент трения порядка нескольких сотых. При малых размерах канала эффект присоединения массы к ПП особенно значим и зависит не только от величины коэффициента  $k$ , но и от закона его изменения в процессе ускорения. Кривая 4 на рис. 1 представляет модельный расчет с постоянным  $k = k_1$  при малых скоростях  $v \leq v_1$  и убыванием  $k$  по закону  $k = k_1 v_1 / v$  при условии  $v > v_1$ . Из рис. 1 видно, что при убывании коэффициента



**Рис. 1.** Зависимости скорости ударника массой 10 мг от пройденного расстояния при различных моделях ускорения: 1 — постоянное ускорение при отсутствии сопротивления среды, присоединения массы и трения ударника о стенки канала; 2 — учтено влияние сопротивления среды; 3 — учтены сопротивление среды и влияние эрозионных эффектов, эффективный коэффициент эрозии  $k = 2 \text{ mg/C}$  (сплошная линия), пунктирная линия — дополнительно учтено трение о стенки канала; 4 — коэффициент эрозии убывает при возрастании скорости (детали см. в тексте), сплошная линия  $v_1 = 2 \text{ km/s}$ , пунктирная  $v_1 = 1.5 \text{ km/s}$ .

эрозии с увеличением скорости тела (кривая 4) скорость движения заметно увеличивается по сравнению с величинами, полученными при постоянном  $k$  (кривая 3).

Эффективный коэффициент эрозии оценивался по данным эксперимента для канала наименьшего размера  $h = 1 \text{ mm}$ . В этом случае влияние сопротивления среды минимально, и скорость движения тела ограничивается в основном эффектами переменной массы (рис. 2, кривая 1). На выходе из канала она близка к предельному значе-



**Рис. 2.** Зависимость скорости тела от координаты при различном размере канала  $h$  и наличии дополнительного внешнего поля: 1, 2, 3 —  $B = 8$  Т, 4 —  $B = 12$  Т,  $k = 1.8$  мг/С.  $h$ , мм: 1 — 1, 2 — 2, 3 — 3, 4 — 3. Экспериментальные данные для  $h = 1$  мм и  $h = 2$  мм показаны треугольниками.

нию  $v_e$ , которое обратно пропорционально  $\dot{m} = kI \sim h$ . Наилучшее совпадение расчетного значения скорости с экспериментальным значением  $v_{exp} = 4.5$  км/с в канале сечением  $1 \times 1$  мм<sup>2</sup> и длиной разгона  $l = 12$  см было достигнуто при  $k \approx 1.8$  мг/С. Будем считать, что при одинаковой линейной плотности  $j_{max}$  и одинаковом внешнем поле  $B$  величина  $k$  слабо зависит от размера канала. Используя значение  $k = 1.8$  мг/С, получаем для 2 мм канала с длиной разгона 16 см конечную скорость  $v(l) = 5.6$  км/с, что близко к измеренному в эксперименте значению [3].

Динамика ускорения для различных размеров канала  $h = 1-3$  мм при разгоне постоянным током  $I = j_{max}h$  и наличии внешнего поля представлена на рис. 2. Рисунок демонстрирует две стадии ускоре-

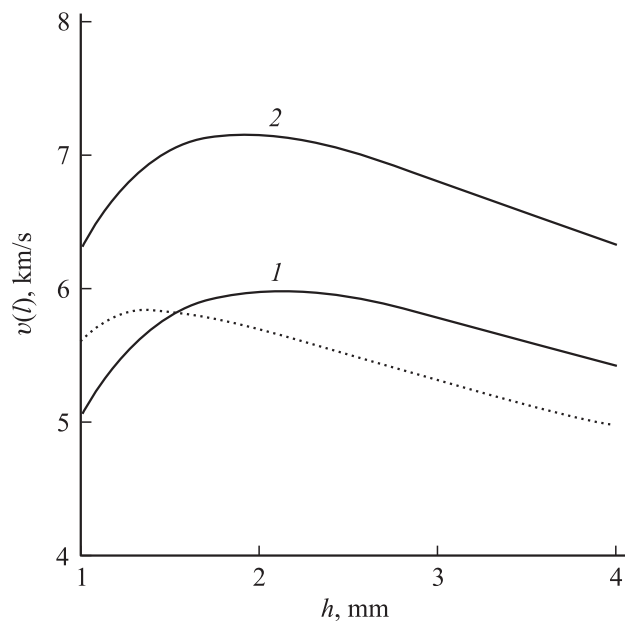
Параметры ускорителя при различном размере канала  $h$  (Длина канала  $l = 50$  см)

$h, \text{mm}$	$v_e, \text{km/s}$	$v_{\text{lim}}, \text{km/s}$	$\beta$	$F, \text{N}$	$t_{\text{sat}}, \mu\text{s}$	$l_{\text{sat}}, \text{m}$	$v(l), \text{km/s}$
1	7.2	6.5	1.38	520	53	0.34	5.7
2	14.4	10.5	0.69	2080	125	1.24	7.6
3	21.7	12.7	0.46	4680	197	2.5	7.9

ния: начальную с почти постоянным ускорением, когда  $v \sim \sqrt{x}$ , и завершающую ( $v \rightarrow v_{\text{lim}}$ ) с явно выраженными эффектами насыщения скорости. Для ускоряемых объектов малой массы ( $h = 1$  мм) эти эффекты достаточно сильно проявляются уже на расстояниях 15–20 см. С увеличением размеров тела и внешнего поля эффекты насыщения скорости проявляются на больших расстояниях, при этом достижение скоростей, близких к предельным, требует заметного увеличения длины канала. Для каналов  $l \geq 0.5$  м, в которых  $v \rightarrow v_{\text{lim}}$ , конечная скорость ударника растет с увеличением  $h$ . При поле  $B = 8$  Т, размере  $h = 2, 3$  мм и  $l \geq 0.4$  мм стационарная теория при  $F = \text{const}$  предсказывает результаты выше верхней границы диапазона скоростей 6–7 км/с, достигнутых в эксперименте.

Специальный интерес представляет ускорение тел в относительно коротких каналах, когда эффекты насыщения уже проявляются, однако еще не являются доминирующими. Проанализируем зависимость характерных параметров рельсотрона от размера тела  $h$  при токе  $I = j_{\text{max}}h$ ,  $k = 1.8$  мг/С и  $B = 8$  Т. Из уравнения (1) следует, что ускоряющая сила  $F \sim h^2$ , а отношение  $F_e/F_i$  не зависит от  $h$  и при  $L' = 0.25$  мН/м равно 1.6. Предельная скорость  $v_d$  (4) также не зависит от  $h$  и равна  $v_d = 19.8$  км/с. Расход  $\dot{m}$  и предельная скорость  $v_e \sim h$ . Остальные параметры, зависящие от  $h$ , приведены в таблице. Масштабы времени и длины  $t_{\text{sat}}, l_{\text{sat}} = v_{\text{lim}}t_{\text{sat}}$  определены из условий  $v(t_{\text{sat}}) = 0.8v_{\text{lim}}$ . Скорость  $v(l)$  в таблице рассчитана при численном интегрировании уравнения (1) до значения  $l = 0.5$  м.

Из таблицы следует, что с увеличением размера канала эффекты переменной массы уменьшаются, а роль сопротивления среды возрастает. Предельно достижимая скорость тела растет, однако при  $h = 3$  мм достижение скорости  $0.8v_{\text{lim}}$  требует увеличения длительности импульса тока до  $200$  мс, а длины канала примерно на порядок по сравнению



**Рис. 3.** Зависимость конечной скорости ударника  $v(l)$  от размера канала  $h$  при различных значениях внешнего поля.  $B, T$ : 1 — 8, 2 — 12. Пунктирная кривая —  $v(l)$  вычислялась при  $B = 8 T$  по аналитической зависимости  $v(l) \approx v_{\text{lim}}(1 - e^{-2l/l_{\text{sat}}})^{1/2}$ .

с каналом сечения  $1 \times 1 \text{ mm}^2$ . Кроме того, при увеличении скорости тела и постоянной ускоряющей силе возрастает расстояние, пройденное телом с малоэффективными ускорением. В результате с ростом  $h$  конечная скорость тела на вылете из рельсотрона (см. таблицу) растет значительно медленнее скорости  $v_{\text{lim}}$ . Это означает, что длина канала и размер его сечения должны быть согласованы, для чего необходимо знать зависимость конечной скорости  $v(l)$  от размера  $h$ .

На рис. 3 эта зависимость представлена для рабочего тока  $I = j_{\text{max}}h$  при  $l = 20 \text{ cm}$ . Пунктирная кривая рассчитана для  $B = 8 T$  по приближенной формуле и отклоняется от точного решения примерно на 10%. Функция  $v(l, h)$  немонотонна и имеет пологий максимум в окрестности  $h = 2 \text{ mm}$ . С увеличением поля положение максимума смещается в сторону меньших размеров. Немонотонность конечной

скорости ударника  $v(l, h)$  связана с зависимостью ускоряемой массы и действующих сил от размера ударника.

Увеличение длины канала как средство получения более высоких скоростей порождает существенные технические трудности при изготовлении каналов и эксплуатации ускорителя. Одним из возможных способов увеличения скорости, помимо увеличения внешнего поля, является снижение коэффициента эрозии, например, за счет нанесения на поверхность рельсов тонкого слоя материала с малой эрозионной константой (вольфрам, графит). Расчеты при различных коэффициентах эрозии  $1.8 \geq k \geq 1 \text{ mg/C}$  показывают, что при снижении значения  $k$  до уровня  $0.5\text{--}0.1 \text{ mg/C}$  скорость на выходе из канала ( $h = 2 \text{ mm}$ ,  $l = 20 \text{ cm}$ ) возрастает до значений, превышающих  $7 \text{ km/s}$ . При этом, поскольку  $X = x/l_{sat} \ll 1$ , скорость  $v(l)$  существенно меньше теоретически возможного верхнего предела скоростей.

Предложенная физическая модель находится в качественном и количественном согласии с экспериментом по ускорению тел миллиметровых размеров в рельсотронах с внешним магнитным полем. Из полученных результатов следует, что возможные направления увеличения конечной скорости ударника — уменьшение эффективного коэффициента эрозии и увеличение внешнего поля.

Работа поддержана программами президиума РАН П-02 и П-25 и грантом РФФИ № 12-08-01050.

## Список литературы

- [1] Combs S.K. et al. // Fusion Engineering and Design. 2012. V. 87. С. 634–640.
- [2] Кутеев Б.В. // ЖТФ. 1999. Т. 69. В. 9. С. 63–67.
- [3] Жуков Б.Г., Куракин Р.О., Сахаров В.А., Бобашев С.В., Поняев С.А., Резников Б.И., Розов С.И. // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. В. 12. С. 63–70.
- [4] Дьяков Б.Б., Резников Б.И. // ЖТФ. 1988. Т. 58. В. 1. С. 136–143.
- [5] Жуков Б.Г., Резников Б.И., Куракин Р.О., Розов С.И. // ЖТФ. 2007. Т. 77. В. 7. С. 43–49.
- [6] Бобашев С.В., Жуков Б.Г., Куракин Р.О., Поняев С.А., Резников Б.И., Розов С.И. // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. В. 2. С. 54–61.
- [7] Donaldson A.L. et al. // Trans. Magn. V. 22. N 6. P. 1441–1446.
- [8] Боуден Ф.П., Тейбор Д. Трение и смазка твердых тел. М.: Машиностроение, 1968.
- [9] Hawke R.S., Brooks A.L., Fowler C.M. et al. // AIAA J. 1982. V. 20. N 7. P. 978–985.