

09

Граница обобщенной синхронизации в системе двух однонаправленно связанных генераторов на туннельном диоде

© О.И. Москаленко, А.С. Павлов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: moskalenko@nonlin.sgu.ru

Поступило в Редакцию 30 июня 2011 г.

Исследовано расположение границы обобщенной синхронизации в системе двух однонаправленно связанных генераторов на туннельном диоде. Обнаружены особенности ее поведения в области относительно больших значений расстройки собственных частот взаимодействующих систем. С помощью анализа трансформации спектрального состава сигнала с ведомой системы объяснены характер расположения границы и физические механизмы, приводящие к установлению режима обобщенной синхронизации.

Синхронизация хаотических колебаний — одно из важнейших нелинейных явлений, привлекающих к себе широкое внимание исследователей [1], имеющих как теоретическое, так и практическое значение (например, в биологических и физиологических задачах, при скрытой передаче информации с помощью хаотических сигналов, при управлении системами сверхвысокочастотной электроники и т. п.) [2–4]. В настоящее время выявлено несколько типов хаотической синхронизации, среди которых наибольший интерес представляет режим обобщенной синхронизации [5], а также его взаимосвязь с фазовой синхронизацией [6]. Режим обобщенной синхронизации означает, что между состояниями взаимодействующих однонаправленно связанных ведущего $x_d(t)$ и ведомого $x_r(t)$ хаотических осцилляторов существует такая функциональная зависимость $F[\cdot]$, при которой после завершения переходного процесса устанавливается функциональное соотношение $x_r(t) = F[x_d(t)]$. Известно несколько методов для диагностирования режима обобщенной синхронизации между хаотическими осцилляторами,

таких как метод ближайших соседей [5,7], метод расчета условных ляпуновских экспонент [8] и метод вспомогательной системы [9]. Фазовая же синхронизация означает, что происходит захват фаз хаотических сигналов, в то время как амплитуды этих сигналов остаются не связанными друг с другом и выглядят хаотическими [6].

В работе [10] было показано, что в связанных хаотических системах Ресслера в зависимости от величины расстройки управляющих параметров эти режимы ведут себя по-разному. Если параметры взаимодействующих систем расстроены относительно слабо, режим обобщенной синхронизации оказывается сильнее фазовой, в то время как при достаточно больших значениях расстройки параметров взаимодействующих систем пороговое значение параметра связи, соответствующее установлению фазовой синхронизации, существенно превосходит последнее для режима обобщенной синхронизации. В этом случае критическое значение параметра связи, соответствующее установлению обобщенной синхронизации, практически не зависит от величины расстройки между системами [11,12], а возникновение/разрушение фазовой синхронизации сопровождается появлением/потерей фазовой когерентности хаотического аттрактора одной из взаимодействующих систем [13,14].

Позднее в работах [15,16] были объяснены причины такого поведения границ возникновения синхронных режимов и выявлены физические механизмы, приводящие к их установлению. В частности, установлено, что в области относительно слабых значений расстройки собственных частот взаимодействующих систем Ресслера обобщенная синхронизация возникает за счет синхронизации основной спектральной компоненты и ее субгармоник (фазовая синхронизация в данном случае возникает по сценарию захвата собственных частот взаимодействующих систем), в то время как в области относительно больших значений частотной расстройки установление обобщенной синхронизации сопровождается синхронизацией двух спектральных компонент, соответствующих собственной частоте ведущей системы и основной частоте ведомой системы.

В данной работе проводится исследование характера расположения границ обобщенной и фазовой синхронизации в системе двух однонаправлено связанных генераторов на туннельном диоде [13]. Данная модель в безразмерном виде описывается следующей системой

дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_d &= \omega_d^2(hx_d + y_d - z_d), \\
 \dot{y}_d &= -x_d, \\
 \dot{z}_d &= (x_d - f(z_d))/\mu, \\
 \dot{x}_r &= \omega_r^2(h(x_r - \varepsilon(y_d - y_r)) + y_r - z_r), \\
 \dot{y}_r &= -x_r + \varepsilon(y_d - y_r), \\
 \dot{z}_r &= (x_r - f(z_r))/\mu,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где в качестве безразмерной характеристики нелинейного элемента $f(\xi)$ использовалась зависимость $f(\xi) = -\xi + 0.002\text{sh}(5\xi - 7.5) + 2.9$, $h = 0.2$, $\mu = 0.1$ — управляющие параметры, ε — параметр связи. Управляющий параметр ведомой системы $\omega_r = 1.02$, характеризующий основную частоту колебаний, был фиксирован, а аналогичный параметр ведущей системы ω_d варьировался в диапазоне от 0.94 до 1.12 для того, чтобы задать расстройку взаимодействующих осцилляторов. При указанных значениях управляющих параметров h , μ , ω_r во всем диапазоне значений параметра ω_d хаотические аттракторы обеих систем в отсутствие связи являются фазово-когерентными [13].

На рис. 1 показано расположение границы возникновения режима обобщенной синхронизации, фазовой синхронизации и границы фазовой когерентности системы двух связанных хаотических осцилляторов (1) на плоскости управляющих параметров (ω_d, ε) . Линия 1 соответствует границе установления режима фазовой синхронизации, линия 2 — границе установления режима обобщенной синхронизации, а линия 3 — границе возникновения/потери фазовой когерентности хаотическим аттрактором ведомой системы. Порог возникновения обобщенной синхронизации определялся с помощью вычисления условных ляпуновских экспонент для системы (1) и уточнялся с помощью метода вспомогательной системы. Для определения момента потери/возникновения фазовой когерентности хаотического аттрактора ведомой системы была вычислена мера когерентности [14] при изменении параметра связи. Наличие фазовой синхронизации определялось выполнением условия захвата фаз. Мгновенная фаза хаотического сигнала вводилась традиционным способом как угол поворота на плоскости (x, y) .

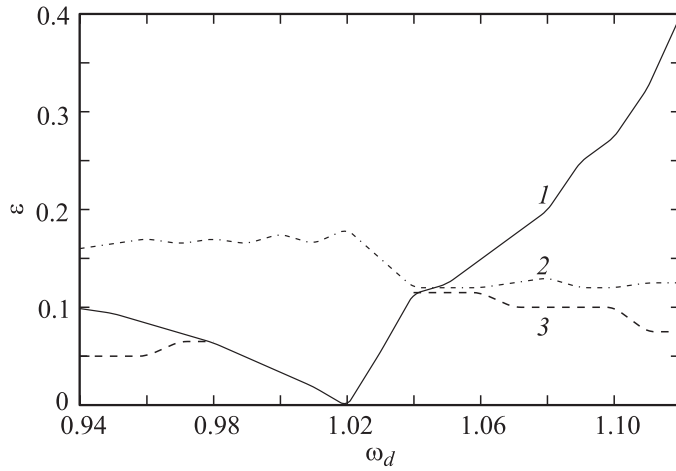


Рис. 1. Границы возникновения режима обобщенной синхронизации (GS), фазовой синхронизации (PS) и граница фазовой когерентности (CM) для двух однонаправленно связанных генераторов на туннельном диоде (1) на плоскости управляющих параметров (ω_d, ε) .

Из рис. 1 видно, что границы возникновения синхронных режимов являются принципиально асимметричными относительно линии $\omega_d = \omega_r$, что обусловлено сильным влиянием диссипации в ведомой системе при увеличении параметра связи. В то же самое время порог возникновения режима обобщенной синхронизации при малых расстройках взаимодействующих систем оказывается существенно выше, чем при больших. Однако такая особенность наблюдается только для значений $\omega_d > \omega_r$, в то время как в области $\omega_d < \omega_r$ имеет место слабая зависимость порогового значения установления синхронного режима от параметра ведущей системы. В то же самое время и слева, и справа от $\omega_d = \omega_r$ в области относительно больших значений расстройки собственных частот разрушение фазовой синхронизации происходит через потерю фазовой когерентности хаотического аттрактора (рис. 1, линии 3). Однако пороговое значение параметра связи, соответствующее установлению фазовой синхронизации в области относительно больших значений расстройки собственных частот при $\omega_d < \omega_r$, ока-

зывается существенно ниже, чем для той же величины расстройки справа от $\omega_d = \omega_r$. Оно соответствует тем значениям параметра связи, при которых режим фазовой синхронизации реализуется в области относительно слабых значений частотной расстройки в случае, если $\omega_d > \omega_r$.

Объяснить причины такого поведения границ обобщенной и фазовой синхронизации на плоскости параметров (ω_d, ε) можно следующим образом. Понятно, что в области относительно слабых значений расстройки собственных частот ($\omega_d \in [0.98, 1.04]$), где разрушение фазовой синхронизации происходит без потери фазовой когерентности хаотического аттрактора ведомой системы, также как и в случае систем Ресслера, фазовая синхронизация возникает за счет захвата основных частотных компонент ведущей и ведомой систем, в то время как режим обобщенной синхронизации обусловлен синхронизацией основной спектральной компоненты ведомой системы и ее субгармоник [15,16]. В области $\omega_d > 1.04$ наблюдается поведение, аналогичное последнему для однонаправленно связанных систем Ресслера в случае относительно больших значений расстройки собственных частот: ниже границы фазовой синхронизации хаотический аттрактор ведомой системы (1) становится фазово-некогерентным, что и приводит к разрушению режима фазовой синхронизации. Кроме того, как нетрудно видеть из рис. 1, границы обобщенной синхронизации в области относительно больших значений расстройки частот и линии возникновения/потери фазовой когерентности хаотического аттрактора оказываются близки к друг к другу. Понятно, что в данном случае обобщенная синхронизация возникает за счет синхронизации двух четко выраженных спектральных компонент (на частотах ведущей и ведомой систем), интенсивности которых вблизи порога обобщенной синхронизации примерно совпадают.

Значительно интереснее обстоит дело с областью больших расстроек, где $\omega_d < 0.98$. Возникновение/разрушение режима фазовой синхронизации в этом случае по-прежнему связано с появлением/потерей фазовой когерентности хаотического аттрактора ведомой системы, в то время как соотношение режимов обобщенной и фазовой синхронизации аналогично последнему в случае относительно слабых значений расстройки собственных частот. Более того, граница обобщенной синхронизации в этом случае примерно в два раза превосходит пороговое значение параметра связи, соответствующее установлению режима обобщенной синхронизации при $\omega_d > 1.04$, и практически не зависит от

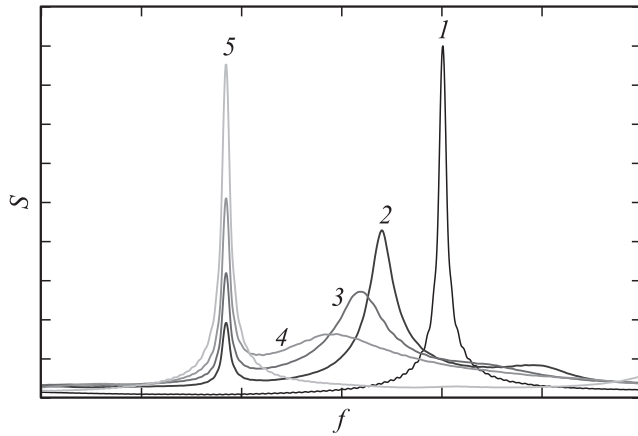


Рис. 2. Фурье-спектры ведомой системы (1) при различных значениях параметра связи: 1 — $\varepsilon = 0$; 2 — $\varepsilon = 0.04$; 3 — $\varepsilon = 0.05$; 4 — $\varepsilon = 0.06$; 5 — $\varepsilon = 0.1$. Значение параметра ведущей системы $\omega_d = 0.96$.

значения $\omega_d < 0.98$. Понятно, что механизм возникновения обобщенной синхронизации в данном случае должен быть иным.

Исследуем взаимосвязь между режимами обобщенной и фазовой синхронизации, а также возникновением/потерей фазовой когерентности хаотического аттрактора в этой области более детально. Зафиксируем параметр ведущей системы $\omega_d = 0.96$. При выбранных значениях управляющих параметров в системе двух однонаправлено связанных генераторов на туннельном диоде (1) при увеличении параметра связи происходит следующее: при $\varepsilon = \varepsilon_{CM} = 0.048$ аттрактор ведомой системы теряет фазовую когерентность, при $\varepsilon = \varepsilon_{PS} = 0.075$ возникает режим фазовой синхронизации, при $\varepsilon = \varepsilon_{GS} = 0.175$ реализуется режим обобщенной синхронизации.

На рис. 2 приведены фурье-спектры сигнала с ведомой системы при различных значениях параметра связи. Видно, что при увеличении параметра связи интенсивность спектральной компоненты на частоте ведомой системы уменьшается, а на частоте ведущей системы — увеличивается. При этом происходит сдвиг основной частоты колебаний ведомой системы в сторону меньших значений параметра связи, а

так как $\omega_d < \omega_r$, при некотором значении параметра связи (когда интенсивность спектральной компоненты на частоте ведущей системы в спектре ведомой системы станет значительной) произойдет захват основных частот взаимодействующих систем, а следовательно, установление фазовой синхронизации. Ниже порога возникновения фазовой синхронизации из-за наличия двух спектральных компонент в спектре ведомой системы ее аттрактор будет фазово-некогерентным. Однако возникновение фазовой синхронизации будет реализовано по сценарию, характерному для случая относительно слабых значений расстройки собственных частот. Действительно, уже при $\varepsilon = 0.1$ в фурье-спектре ведомой системы присутствует одна четко выраженная спектральная компонента на частоте ведущей системы. Понятно, что режим обобщенной синхронизации в данном случае будет возникать также по сценарию, характерному для относительно малых значений расстройки собственных частот: возникновение этого режима обусловлено синхронизацией основной спектральной компоненты ведущей системы и ее субгармоник.

Таким образом, в данной работе рассмотрен вопрос о возникновении обобщенной синхронизации в системе двух однонаправленно связанных генераторов на туннельном диоде. Показано, что возникновение режима обобщенной синхронизации в случае относительно сильно расстроенных параметров возможно по сценарию, характерному для относительно слабых значений расстройки собственных частот. При помощи анализа трансформации спектрального состава сигнала с ведомой системы объяснен характер расположения границы установления синхронного режима в исследуемой системе, а также его взаимосвязь с режимом фазовой синхронизации.

Работа выполнена при поддержке ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009–2013 годы.

Список литературы

- [1] *Boccaletti S., Kurths J., Osipov G.V., Valladares D. L., Zhou C.S.* // *Physics Reports*. 2002. V. 366. P. 1–100.
- [2] *Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е.* // *УФН*. 2009. Т. 179. № 12. С. 1281–1310.
- [3] *Glass L.* // *Nature*. 2001. V. 410. N 6825. P. 277–284.

- [4] Трубецков Д.И., Короновский А.А., Храмов А.Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. XLVII. № 5–6. Р. 305–331.
- [5] Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I. // Phys. Rev. E. 1995. V. 51. N 2. P. 980–994.
- [6] Pikovsky A.S., Rosenblum M.G., Kurths J. // Int. J. Bifurcation and Chaos. 2000. V. 10. N 10. P. 2291–2305.
- [7] Parlitz U., Junge L., Lauterborn W., Kocarev L. // Phys. Rev. E. 1996. V. 54 (2). 1996. P. 2115–2117.
- [8] Pyragas K. // Phys. Rev. E. 1997. V. 56 (5). P. 5183–5188.
- [9] Abarbanel H.D.I., Rulkov N.F., Sushchik M. // Phys. Rev. E. 1996. V. 53. N 5. P. 4528–4535.
- [10] Zheng Z., Hu G. // Phys. Rev. E. 2000. V. 62 (6). P. 7882–7885.
- [11] Hramov A.E., Koronovskii A.A., Moskalenko O.I. // Europhysics Letters. 2005. V. 72. N 6. P. 901–907.
- [12] Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е. // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. В. 3. С. 40–48.
- [13] Короновский А.А., Куровская М.К., Москаленко О.И., Храмов А.Е. // ЖТФ. 2007. Т. 77. В. 1. С. 21–29.
- [14] Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K. // Phys. Rev. E. 2007. V. 75. P. 036205.
- [15] Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е. // Радиотехника и электроника. 2007. Т. 52. № 8. С. 949–960.
- [16] Москаленко О.И. // ЖТФ. 2010. Т. 80. В. 8. С. 1–7.