03,07,13

Диффузия в пористом карбиде кремния

© Е.Л. Панкратов[1], М.Г. Мынбаева[2], Е.Н. Мохов[2], К.Д. Мынбаев[2]

[1] Нижегородский архитектурно-строительный университет,
Нижний Новгород, Россия
[2] Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: elp2004@mail.ru, mynkad@mail.ioffe.ru

*(Поступила в Редакцию 25 августа 2010 г.
В окончательной редакции 8 ноября 2010 г.)*

На примере диффузии ванадия и эрбия в пористом карбиде кремния проведено моделирование модификации пористой структуры в полупроводнике при термическом отжиге и рассмотрено влияние этой модификации на диффузию примесей. Сопоставление расчетных и экспериментальных профилей распределения эрбия и ванадия в пористом карбиде кремния показывает, что учет модификации пористой структуры, происходящей путем перераспределения вакансий, позволяет удовлетворительно описать диффузию в пористом полупроводнике.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента России (проект № МК-548.2010.2) и внутривузовского гранта Нижегородского архитектурно-строительного госуниверситета в 2009 г. (приказ № 241).

1. Введение

Считается, что присутствие пор в твердом теле, в частности полупроводнике, способствует ускорению диффузии примесей благодаря наличию ее ускоренных путей: внутренних свободных поверхностей (стенок каналов пор) и самих пор, где возможен транспорт в газовой фазе [1–3]. Однако известно, что при сильном нагреве полупроводника с пористой структурой происходит ее модификация — рост крупных пор за счет исчезновения мелких; этот эффект изучался в пористом Si (см., например, [4–8]) и пористом SiC [9,10]. Эксперименты показали, что при низкотемпературной ($900-1000^\circ$C) диффузии эффективные коэффициенты диффузии в пористом SiC существенно выше, чем в SiC, а при высокотемпературной ($2000-2200^\circ$C) диффузии эти величины в пористом SiC и SiC близки [11]. Профили распределения примесей при высокотемпературной диффузии в пористом SiC не описывались erfc-функцией, что свидетельствовало о концентрационно-зависимом характере диффузии. На основании полученных данных был сделан вывод, что для интерпретации данных по высокотемпературной диффузии в пористом SiC необходимо рассмотрение вклада процесса модификации пористой структуры, происходящей под воздействием высоких температур. Необходимость подобного рассмотрения связана и с тем, что основным механизмом как миграции примесей, так и укрупнения пор при высокотемпературном отжиге SiC является вакансионный [12–14]. В настоящей работе проведено моделирование модификации пористой структуры в SiC при термическом отжиге и изучено влияние этой модификации на диффузию примесей на примере ванадия и эрбия.

2. Моделирование

Рассмотрим слой пористого SiC, в который через границу $x = 0$, начиная с момента времени $t = 0$, поступает примесь. Перераспределение примеси можно описать с помощью закона Фика в виде

$$\frac{\partial C(x,y,z,t)}{\partial t} = \operatorname{div}\left\{D_C \operatorname{grad}\left[C(x,y,z,t)\right]\right\} + \operatorname{div}\left\{\frac{D_{CS}}{Vkt}\operatorname{grad}\left[\mu(x,y,z,t)\right]\right\} \quad (1)$$

со следующими граничными и начальным условиями:

$$C(0,y,z,0) = C_0, \quad C(x>0,y,z,0) = 0,$$

$$C(0,y,z,t) = C_0, \quad \frac{\partial C(L_x,y,z,t)}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial C(x,0,z,t)}{\partial y} = \frac{\partial C(x,L_y,z,t)}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial C(x,y,0,t)}{\partial z} = \frac{\partial C(x,y,L_z,t)}{\partial z} = 0.$$

В уравнении (1) введены следующие обозначения: T — температура, $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K — постоянная Больцмана, $\bar{V}$ — молярный объем, $\mu(x,y,z,t) = RT\ln(V_2/V_1)$ — химический потенциал, V_1 и V_2 — начальный и конечный объемы пор, $R = 8.31\,\mathrm{J/(mol\cdot K)}$ — молярная газовая постоянная, $C(x,y,z,t)$ — концентрация примеси, D_C и D_{CS} — коэффициенты объемной и поверхностной (на стенках пор) диффузии примеси (см., например, [15]). Последние две величины зависят от концентрации примеси и вакансий, и эта зависимость может быть аппроксимирована следующей функцией (см. соответственно [16] и [17,18]):

$$D_C = D_{CL}(T)\left[1+\xi_V \frac{C^\eta(x,y,z,t)}{P^\eta(x,y,z,T)}\right]\left[1+\zeta_V \frac{V(x,y,z,t)}{V_\infty}\right],$$

$$D_{CS} = D_{CSL}(T)\left[1+\xi_S \frac{C^\eta(x,y,z,t)}{P^\eta(x,y,z,T)}\right]\left[1+\zeta_S \frac{V(x,y,z,t)}{V_\infty}\right], \quad (2)$$

где V_∞ — равновесное распределение концентрации вакансий, $\xi_V, \xi_S, \zeta_V, \zeta_S$ (индекс V соответствует объемной диффузии, индекс S — поверхностной диффузии) и η (принимает целые значения, обычно равные 1, 2 или 3 [16]) — параметры, зависящие от легируемого материала и примеси, $P(x,y,z,T)$ — предел растворимости примеси. Распределение концентрации вакансий опишем с помощью следующего уравнения:

$$\frac{\partial V(x,y,z,t)}{\partial t} = \operatorname{div}\{D_V(T)\operatorname{grad}[V(x,y,z,t)]\} + \operatorname{div}\left\{\frac{D_{VS}(T)}{VkT}\operatorname{grad}[\mu(x,y,z,t)]\right\} \quad (3)$$

с начальным и граничными условиями

$$V(x,y,z,t)\,\big|_{S_1+\mathbf{V}_n t} = V_\infty\left(1+\frac{2\gamma\omega}{kT\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}}\right),$$

$$V(x,y,z,t)\,\big|_{S_2} = V_\infty,$$

$$V(x,y,z,0) = f_V(x,y,z) = V_\infty\left(\frac{2\gamma\omega}{kT\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}}e^{-\frac{x}{x_1}}e^{-\frac{y}{y_1}}e^{-\frac{z}{z_1}} - 1\right),$$

где S_1 — исходные поверхности пор, S_2 — поверхность внешней границы пористой области, V_n — модуль нормальной скорости движения поверхности растущей или уменьшающейся поры [15], γ — удельная поверхностная энергия [1], $\omega = a^3$, a — межатомное расстояние. Целесообразность использования уравнения (3) для описания процесса эволюции формы вакансионной поры под действием отжига подробно рассмотрена в [15]. Граничные и начальные условия для данного уравнения являются трехмерным обобщением граничных условий, подробно разобранных в [1], с учетом увеличения или уменьшения размера пор.

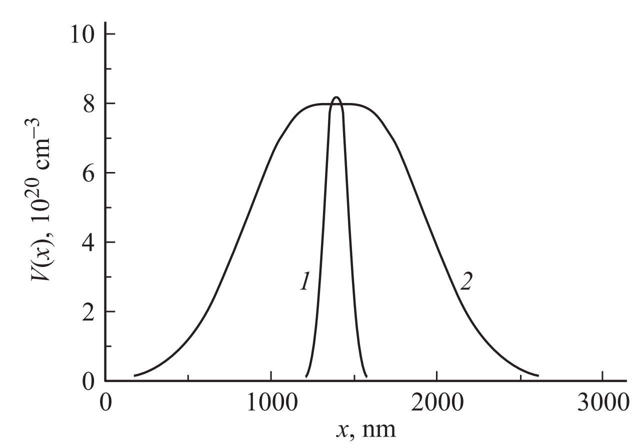

Рис. 1. Типичное распределение концентрации вакансий в окрестности поры в пористом SiC до (*1*) и после (*2*) отжига длительностью 120 min при температуре 1700°C.

Типичное распределение вакансий в окрестности пор, полученное в результате моделирования с использованием уравнения (3), приведено на рис. 1. Здесь в качестве исходной принималась цилиндрическая пора радиусом 40 nm [14]. Как видно из данного рисунка, в результате отжига произошло увеличение радиуса поры. Полученный результат хорошо соответствует данным [9,10], где увеличение радиуса пор в SiC в результате отжига наблюдалось экспериментально средствами сканирующей и просвечивающей электронной микроскопии.

Для решения диффузионной задачи поставим в соответствие уравнениям (1) и (3) следующие интегральные уравнения с учетом граничных и начальных условий:

$$\begin{aligned}
C(x,y,z,t) &= C(x,y,z,t) \\
&+ \Bigg\{\int_0^t\int_0^y\int_0^z D_C(x,v,w,T)C(x,v,w,\tau)\,dw\,dv\,d\tau \\
&- \int_0^t\int_{L_x}^x\int_0^y\int_0^z \frac{\partial D_C(u,v,w,T)}{\partial u}C(u,v,w,\tau)\,dw\,dv\,du\,d\tau \\
&+ \int_0^t\int_0^x (x-u)\int_0^z D_C(u,y,w,T)\frac{\partial C(u,y,w,\tau)}{\partial y}\,dw\,du\,d\tau \\
&- \int_0^t\int_0^{L_x}\int_0^z D_C(u,y,w,T)\frac{\partial C(u,y,w,\tau)}{\partial y}(L_x-u)\,dw\,du\,d\tau \\
&+ \int_0^t\int_0^x (x-u)\int_0^y D_C(u,v,z,T)\frac{\partial C(u,v,z,\tau)}{\partial z}\,dv\,du\,d\tau \\
&- \int_{L_x}^x\int_0^y\int_0^z C(u,v,w,t)\,dw\,dv\,du \\
&- \int_0^t\int_0^{L_x}\int_0^y D_C(u,v,z,T)\frac{\partial C(u,v,z,\tau)}{\partial z}\,dv(L_x-u)\,du\,d\tau \\
&- C_0\int_0^t\int_0^y\int_0^z D_L(x,v,w,T)\left[1+\zeta\frac{V(x,v,w,\tau)}{V_\infty}\right] \\
&\times\left[\frac{\xi C_0^\eta}{P^\eta(x,v,w,T)}+1\right]dw\,dv\,d\tau\Bigg\}(L_xL_yL_z)^{-\frac{4}{3}}, \quad (4)
\end{aligned}$$

$$V(x,y,z,t) = V(x,y,z,t) + \left\{ \int\limits_0^t \int\limits_0^y (y-v) \right.$$

$$\times \int\limits_0^z (z-w) D_V(T) V(x,v,w,\tau)\, dw\, dv\, d\tau$$

$$- \int\limits_0^t \int\limits_0^x \int\limits_0^y (y-v) \int\limits_0^z (z-w) V(u,v,w,\tau)$$

$$\times \frac{\partial D_V(T)}{\partial u}\, dw\, dv\, du\, d\tau + \int\limits_0^t \int\limits_0^x (x-u) \int\limits_0^z (z-w)$$

$$\times D_V(T) V(u,y,w,\tau)\, dw\, dv\, d\tau - \int\limits_0^t \int\limits_0^x \int\limits_0^y \int\limits_0^z (z-w)$$

$$\times V(u,v,w,\tau) \frac{\partial D_V(T)}{\partial v}\, dw\, dv (x-u)\, du\, d\tau$$

$$+ \int\limits_0^t \int\limits_0^x (x-u) \int\limits_0^y (y-v) D_V(T) V(u,v,z,\tau)\, dv\, du\, d\tau$$

$$- \int\limits_0^t \int\limits_0^x (x-u) \int\limits_0^y (y-v) \int\limits_0^z V(u,v,w,\tau)$$

$$\times \frac{\partial D_V(T)}{\partial w}\, dw\, dv\, du\, d\tau + \int\limits_0^t \int\limits_0^y (y-v)$$

$$\times \int\limits_0^z \frac{\partial \mu(x,v,w,\tau)}{\partial x} \frac{D_{VS}(T)}{VkT} (z-w)\, dw\, dv\, d\tau$$

$$+ \int\limits_0^t \int\limits_0^x (x-u) \int\limits_0^z (z-w) \frac{D_{VS}(T)}{VkT} \frac{\partial \mu(u,y,w,\tau)}{\partial y}\, dv\, du\, d\tau$$

$$+ \int\limits_0^t \int\limits_0^x (x-u) \int\limits_0^y (y-v) \frac{\partial \mu(u,v,z,\tau)}{\partial z} \frac{D_{VS}(T)}{VkT}\, dv\, du\, d\tau$$

$$- \int\limits_0^t \int\limits_0^x (x-u) \int\limits_0^y \int\limits_0^z V(u,v,w,\tau)(z-w)\, dw (y-v)\, dv\, du\, d\tau$$

$$\left. + \psi + \varphi(xy + xz + yz) \right\} \Big/ L_x^2 L_y^2 L_z^2. \qquad (5)$$

Параметры φ и ψ приведены в Приложении из-за их громоздкости. Решение уравнений (4) и (5) осуществлялось методом осреднения функциональных поправок [19,20]. В рамках данного метода первые приближения концентраций примеси и вакансий получены путем замены функций $C(x,y,z,t)$ и $V(x,y,z,t)$ на их пока неизвестные средние значения (соответственно α_{1C} и α_{1V}) в правых частях уравнений (4) и (5). Данная замена не вызывает математических трудностей и не приводится из-за громоздкости. Параметры α_{1C} и α_{1V} определяются следующими соотношениями [19,20]:

$$\alpha_{1C} = \frac{1}{L_x L_y L_z \Theta} \int\limits_0^\Theta \int\limits_0^{L_x} \int\limits_0^{L_y} \int\limits_0^{L_z} C_1(x,y,z,t)\, dz\, dy\, dx\, dt, \qquad (6)$$

$$\alpha_{1V} = \frac{1}{L_x L_y L_z \Theta} \int\limits_0^\Theta \int\limits_0^{L_x} \int\limits_0^{L_y} \int\limits_0^{L_z} V_1(x,y,z,t)\, dz\, dy\, dx\, dt, \qquad (7)$$

где Θ — длительность диффузионного отжига.

Подстановка первых приближений концентраций примеси и вакансий позволяет получить уравнения для параметров α_{1C} и α_{1V}. Решения данной системы опущены из-за их громоздкости.

Приближения концентраций примеси и вакансий более высоких порядков могут быть получены заменой в правой части данных уравнений: $C(x,y,z,t) \to \alpha_{iC} + C_{i-1}(x,y,z,t)$ и $V(x,y,z,t) \to \alpha_{iV} + V_{i-1}(x,y,z,t)$, где $i \geq 2$ — порядок приближения. В результате простых преобразований получены вторые приближения искомых концентраций, они не приводятся из-за громоздкости. Параметры α_{iC} и α_{iV} при $i \geq 2$ определяются следующими соотношениями [19,20]:

$$\alpha_{iC} = \frac{1}{L_x L_y L_z \Theta} \int\limits_0^\Theta \int\limits_0^{L_x} \int\limits_0^{L_y} \int\limits_0^{L_z} [C_i(x,y,z,t)$$

$$- C_{i-1}(x,y,z,t)]\, dz\, dy\, dx\, dt, \quad i \geq 2, \qquad (8)$$

$$\alpha_{iV} = \frac{1}{L_x L_y L_z \Theta} \int\limits_0^\Theta \int\limits_0^{L_x} \int\limits_0^{L_y} \int\limits_0^{L_z} [V_i(x,y,z,t)$$

$$- V_{i-1}(x,y,z,t)]\, dz\, dy\, dx\, dt, \quad i \geq 2. \qquad (9)$$

Подстановка первых и вторых приближений концентраций примеси и вакансий в соотношения (8) и (9) позволяет получить уравнения для определений параметров α_{2C} и α_{2V}. Решение данных уравнений не приводит к математическим трудностям, поэтому значения параметров α_{2C} и α_{2V} опущены из-за их громоздкости. Хотя концентрации примеси и вакансий могут быть получены более точно, однако приближения второго порядка обычно оказывается вполне достаточно для получения качественных и некоторых количественных результатов [20–22].

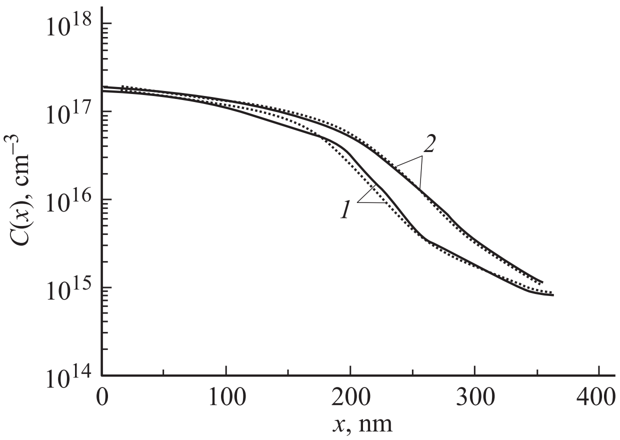

Рис. 2. Распределение ванадия в непористом (*1*) и пористом (*2*) SiC. Температура отжига 2200°C, длительность отжига 120 min. Сплошные кривые — решение уравнения (4) с учетом решения уравнения (5), пунктирные — экспериментальные данные [11].

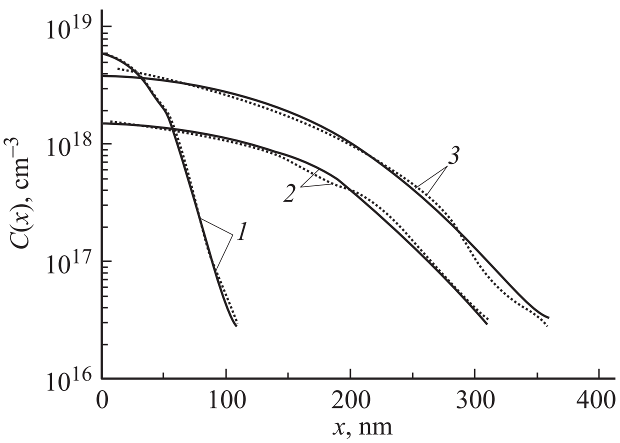

Рис. 3. Распределение эрбия в непористом (*1*), нанопористом (*2*) и микропористом (*3*) SiC. Температура отжига 1700°C, длительность отжига 120 min. Сплошные кривые — решение уравнения (4) с учетом решения уравнения (5), пунктирные — экспериментальные данные [11].

3. Анализ результатов

С помощью полученных в предыдущем разделе соотношений можно провести анализ распределения примесей при их диффузии в пористом и непористом карбиде кремния. До достижения примесями границ раздела пористой области распределения их концентраций, а также распределения концентраций вакансий во всех направлениях являются качественно одинаковыми. По этой причине в настоящей работе приведем распределения концентраций примесей и вакансий только в одном направлении — в глубь легируемой структуры. На рис. 2 приведены экспериментальные распределения ванадия в пористом SiC и SiC после отжига в течение 120 min при $T = 2200°$C, полученные в [11], и соответствующие расчетные профили при следующих значениях параметров: для вакансий $D_V \approx 9.34 \cdot 10^{-14}$ cm^2/s, $D_{VS} \approx 2.43 \cdot 10^{-12}$ cm^2/s; для ванадия $\xi_V \approx 0.32$, $\xi_S \approx 0.43$, $\zeta_V \approx 0.21$, $\zeta_S \approx 0.33$, $D_{CL}(T) = 1.30 \cdot 10^{-14}$ cm^2/s, $D_{CSL}(T) = 2.40 \cdot 10^{-14}$ cm^2/s, $P(T) \approx 2.61 \cdot 10^{19}$ cm^{-3}.

На рис. 3 приведены экспериментальные распределения эрбия в пористом SiC и SiC после отжига в течение 120 min при $T = 1700°$C [11] и соответствующие расчетные профили при следующих значениях параметров: для вакансий $D_V \approx 2.50 \cdot 10^{-14}$ cm^2/s; $D_{VS} \approx 1.30 \cdot 10^{-13}$ cm^2/s; для эрбия (в непористом карбиде кремния) $\xi_V \approx 0.31$, $\xi_S \approx 0.24$, $\zeta_V \approx 0.10$, $\zeta_S \approx 0.27$, $D_{CL}(T) = 2.30 \cdot 10^{-14}$ cm^2/s, $D_{CSL}(T) = 2.15 \cdot 10^{-15}$ cm^2/s, $P(T) \approx 1.62 \cdot 10^{19}$ cm^{-3}; для эрбия (в нанопористом карбиде кремния) $\xi_V \approx 0.33$, $\xi_S \approx 0.30$, $\zeta_V \approx 0.22$, $\zeta_S \approx 0.19$, $D_{CL}(T) = 3.56 \cdot 10^{-14}$ cm^2/s, $D_{CSL}(T) = 2.63 \cdot 10^{-14}$ cm^2/s, $P(T) \approx 1.93 \cdot 10^{19}$ cm^{-3}; для эрбия (в микопористом карбиде кремния) $\xi_V \approx 0.36$, $\xi_S \approx 0.28$, $\zeta_V \approx 0.29$, $\zeta_S \approx 0.26$, $D_{CL}(T) = 4.32 \cdot 10^{-14}$ cm^2/s, $D_{CSL}(T) = 3.27 \cdot 10^{-14}$ cm^2/s, $P(T) \approx 2.07 \cdot 10^{19}$ cm^{-3}.

Как при внедрении ванадия, так и при внедрении эрбия глубина диффузии в пористом SiC превышает глубину диффузии в непористом SiC. Основной причиной различия в глубине диффузии рассмотренных примесей при фиксированной температуре является, по-видимому, концентрационная зависимость коэффициентов диффузии, проявившаяся более сильно при диффузии эрбия. Трансформация пористости легируемого материала в обоих случаях проходила без существенных качественных различий для обеих примесей. С увеличением температуры отжига происходит ускорение диффузии примеси за счет ускорения трансформации пор.

Отметим, что полученные при подгонке экспериментальных данных значения коэффициентов диффузии вакансий, эрбия и ванадия по порядку величины согласуются с литературными данными для большинства примесей в SiC [12], как и значение предела растворимости ванадия в этом материале [23].

4. Заключение

Результаты проведенного моделирования модификации пористой структуры в SiC при термическом отжиге показывают, что этот процесс хорошо описывается диффузией вакансий, из которых формируются поры. Рассмотрение перераспределения вакансий при отжиге позволяет удовлетворительно описать диффузию в пористом полупроводнике и определить основные параметры этого процесса: коэффициенты объемной и поверхностной (по стенкам пор) диффузии примесей и предел их растворимости. Авторы считают, что разработанный подход может оказаться полезным при анализе процессов, происходящих в пористых полупроводниках под влиянием внешних воздействий.

Приложение. Параметры φ и ψ для уравнения (5)

$$\varphi = \Bigg[V_\infty\left(1+\frac{2\gamma\omega}{kT\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}}\right)$$

$$\times \int_0^t \int_0^{y_1+V_n\tau} (y_1+V_n\tau-v) \int_0^{z_1+V_n\tau} D_V\big(T(x_1+V_n\tau, v, w, \tau)\big)$$

$$\times (z_1+V_n\tau-w)dwdvd\tau - \int_0^t \int_0^{x_1+V_n\tau} \int_0^{y_1+V_n\tau} (y_1+V_n\tau-v)$$

$$\times \int_0^{z_1+V_n\tau} \frac{\partial D_V T(u, v, w, \tau)}{\partial u}(z_1-w+V_n\tau)$$

$$\times V(u, v, w, \tau)dwdvdud\tau + \left(1+\frac{2\gamma\omega}{kT\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}}\right)$$

$$\times \int_0^t \int_0^{x_1+V_n\tau} (x_1+V_n\tau-u)V_\infty \int_0^{z_1+V_n\tau} (z_1+V_n\tau-w)D_V$$

$$\times \big(T(u, y_1+V_n\tau, w, \tau)\big)dwdvd\tau - \int_0^t \int_0^{x_1+V_n\tau} (x_1+V_n\tau-u)$$

$$\times \int_0^{y_1+V_n\tau} \int_0^{z_1+V_n\tau} (z_1+V_n\tau-w)\frac{\partial D_V\big(T(u, v, w, \tau)\big)}{\partial v}$$

$$\times V(u, v, w, \tau)dwdvdud\tau + V_\infty\left(1+\frac{2\gamma\omega}{kT\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}}\right)$$

$$\times \int_0^t \int_0^{x_1+V_n\tau} \int_0^{y_1+V_n\tau} D_V\big(T(u, v, z_1+V_n\tau, \tau)\big)$$

$$\times (y_1-v+V_n\tau)dv(x_1+V_n\tau-u)dud\tau$$

$$-\int_0^t \int_0^{x_1+V_n\tau} (x_1+V_n\tau-u) \int_0^{y_1+V_n\tau} (y_1+V_n\tau-v)$$

$$\times \int_0^{z_1+V_n\tau} V(u, v, w, \tau)\frac{\partial D_V\big(T(u, v, w, \tau)\big)}{\partial w}dwdvdud\tau$$

$$+\int_0^t \int_0^{y_1+V_n\tau} (y_1+V_n\tau-v) \int_0^{z_1+V_n\tau} (z_1+V_n\tau-w)$$

$$\times \frac{D_{VS}\big(T(u, v, w, \tau)\big)}{VkT}\frac{\partial \mu(x, v, w, \tau)}{\partial x}\bigg|_{x=x_1+V_n\tau} dwdvd\tau$$

$$+\int_0^t \int_0^{x_1+V_n\tau} (x_1+V_n\tau-u) \int_0^{z_1+V_n\tau} \frac{D_{VS}\big(T(u, v, w, \tau)\big)}{VkT}$$

$$\times \frac{\partial \mu(u, y, w, \tau)}{\partial y}\bigg|_{y=y_1+V_n\tau} (V_n\tau+z_1-w)dvdud\tau$$

$$+\int_0^t \int_0^{x_1+V_n\tau} (x_1+V_n\tau-u) \int_0^{y} (y-v)\frac{D_{VS}\big(T(u, v, w, \tau)\big)}{VkT}$$

$$\times \frac{\partial \mu(u, v, z, \tau)}{\partial z}\bigg|_{z=z_1+V_nt} dvdud\tau - \int_0^t \int_0^{x_1+V_nt} (x_1+V_nt-u)$$

$$\times \int_0^{y_1+V_nt} (y_1+V_nt-v) \int_0^{z_1+V_n\tau} (z_1+V_n\tau-w)$$

$$\times V(u, v, w, \tau)dwdvdud\tau - V_\infty \int_0^t \int_0^{y_2} (y_2-v)$$

$$\times \int_0^{z_2} (z_2-w)D_V\big(T(x_2, v, w, \tau)\big)dwdvd\tau$$

$$+\int_0^t \int_0^{x_2} \int_0^{y_2} (y_2-v) \int_0^{z_2} (z_2-w)\frac{\partial D_V\big(T(u, v, w, \tau)\big)}{\partial u}$$

$$\times V(u, v, w, \tau)dwdvdud\tau - V_\infty \int_0^t \int_0^{x_2} \int_0^{z_2} (z_2-w)$$

$$\times D_V\big(T(u, y_2, w, \tau)\big)dw(x_2-u)dud\tau$$

$$+\int_0^t \int_0^{x_2} \int_0^{y_2} \int_0^{z_2} (z_2-w)V(u, v, w, \tau)$$

$$\times \frac{\partial D_V\big(T(u, v, w, \tau)\big)}{\partial v}dwdv(x_2-u)dud\tau - V_\infty$$

$$\times \int_0^t \int_0^{x_2} (x_2-u) \int_0^{y_2} (y_2-v)D_V\big(T(u, v, z_2, \tau)\big)dvdud\tau$$

$$+\int_0^t \int_0^{x_2} (x_2-u) \int_0^{y_2} (y_2-v) \int_0^{z_2} V(u, v, w, \tau)$$

$$\times \frac{\partial D_V\big(T(u, v, w, \tau)\big)}{\partial w}dwdvdud\tau$$

$$-\int_0^t \int_0^{y_2} (y_2-v) \int_0^{z_2} (z_2-w)\frac{\partial \mu(x, v, w, \tau)}{\partial x}\bigg|_{x=x_2}$$

$$\times \frac{D_{VS}\big(T(x_2, v, w, \tau)\big)}{VkT}dwdvd\tau$$

$$
\begin{aligned}
& - \int_0^t \int_0^{y_2} (y_2 - v) \int_0^{z_2} (z_2 - w) \frac{\partial \mu(x, v, w, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=x_2} \\
& \times \frac{D_{VS}\big(T(x_2, v, w, \tau)\big)}{VkT} \, dw dv d\tau \\
& - \int_0^t \int_0^{y_2} \int_0^{z_2} \frac{\partial \mu(x, v, w, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=x_2} \left[1 + \frac{\xi C_0^{\eta}}{P^{\eta}(x, y, z, T)}\right] \\
& \times \left[1 + \xi \frac{V(x, y, z, t)}{V_\infty}\right] dz dy dx dt + \int_0^{\Theta} \int_0^{L_x} x \int_0^{L_y} (L_y - y) \\
& \times \int_0^{L_z} (L_z - V_n \tau) \int_0^{z_1 + V_n \tau} (z_1 + V_n \tau - w) D_{VS} \\
& \times \big(T(x_1 + V_n \tau, v, w, \tau)\big) dw dv d\tau \\
& - \int_0^t \int_0^{x_1 + V_n \tau} (x_1 + V_n \tau - u) D_V\big(T(u, y_2, w, \tau)\big) dw dv d\tau \\
& + \int_0^t \int_0^{x_2} (x_2 - u) \int_0^{y_2} \int_0^{z_2} (z_2 - w) \frac{\partial D_{VS}\big(T(u, v, w, \tau)\big)}{\partial y} \\
& \times (y_2 - v) dv (x_2 - u) du d\tau \\
& + \int_0^t \int_0^{x_2} \int_0^{y_2} \frac{D_{VS}\big(T(u, v, z_2, \tau)\big)}{VkT} \frac{\partial \mu(u, v, z, \tau)}{\partial z} \Big|_{z=z_2} \\
& \times (y_2 - v) dv (x_2 - u) du d\tau + \int_0^t \int_0^{x_2} \int_0^{y_2} (y_2 - v) \\
& \times \left. \int_0^{z_2} (z_2 - w) V(u, v, w, \tau) dw dv (x_2 - u) du d\tau \right] \\
& \times \big[x_2 y_2 + x_2 z_2 + y_2 z_2 - (x_1 + V_n t)(y_1 + V_n t) \\
& - (x_1 + V_n t)(z_1 + V_n t) - (y_1 + V_n t)(z_1 + V_n t)\big]^{-1},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\psi = & \int_0^t \int_0^{x_2} \int_0^{y_2} (y_2 - v) \int_0^{z_2} (z_2 - w) V(u, v, w, \tau) \\
& \times \frac{\partial D_V\big(T(u, v, w, \tau)\big)}{\partial x} dw dv du d\tau - V_\infty \int_0^t \int_0^{y_2} (y_2 - v) \\
& \times \int_0^{z_2} (z_2 - w) D_V\big(T(x_2, v, w, \tau)\big) dw dv d\tau \\
& + V_\infty \int_0^t \int_0^{x_2} (x_2 - u) \int_0^{z_2} (z_2 - w) D_V\big(T(u, y_2, w, \tau)\big) dw dv d\tau \\
& - \int_0^t \int_0^{x_2} (x_2 - u) \int_0^{y_2} \int_0^{z_2} V(u, v, w, \tau) \frac{\partial D_V\big(T(u, v, w, \tau)\big)}{\partial v} \\
& \times (z_2 - w) dw dv du d\tau + V_\infty \int_0^t \int_0^{x_2} (x_2 - u) \\
& \times \int_0^{y_2} (y_2 - v) D_V\big(T(u, v, z_2, \tau)\big) dv du d\tau \\
& - \int_0^t \int_0^{x_2} (x_2 - u) \int_0^{y_2} (y_2 - v) \int_0^{z_2} V(u, v, w, \tau) \\
& \times \frac{\partial D_V\big(T(u, v, w, \tau)\big)}{\partial w} dw dv du d\tau \\
& + \int_0^t \int_0^{y_2} (y_2 - v) \int_0^{z_2} (z_2 - w) \frac{D_{VS}\big(T(x_2, v, w, \tau)\big)}{VkT} \\
& \times \frac{\partial \mu(x, v, w, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=x_2} dw dv d\tau \\
& + \int_0^t \int_0^{y_2} (y_2 - v) \int_0^{z_2} (z_2 - w) \frac{D_{VS}\big(T(x_2, v, w, \tau)\big)}{VkT} \\
& \times \frac{\partial \mu(x, v, w, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=x_2} dw dv d\tau \\
& + \int_0^t \int_0^{x_2} (x_2 - u) \int_0^{z_2} (z_2 - w) \frac{\partial \mu(u, y, w, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=y_2} \\
& \times \frac{D_{VS}\big(T(u, y_2, w, \tau)\big)}{VkT} dv du d\tau + \int_0^t \int_0^{x_2} (x_2 - u) \\
& \times \int_0^{y_2} (y_2 - v) \frac{D_{VS}\big(T(u, v, z_2, \tau)\big)}{VkT} \frac{\partial \mu(u, v, z, \tau)}{\partial z} dv du d\tau \\
& - \int_0^t \int_0^{x_2} (x_2 - u) \int_0^{y_2} (y_2 - v) \int_0^{z_2} (z_2 - w) \\
& \times V(u, v, w, \tau) dw dv du d\tau + \varphi(x_2 y_2 + x_2 z_2 + y_2 z_2).
\end{aligned}
$$

Список литературы

[1] П.Г. Черемской, В.В. Слезов, В.И. Бетехтин. Поры в твердом теле. Энергоатомиздат, М. (1990). С. 274.

[2] Е.В. Астрова, В.Б. Воронков, И.В. Грехов, А.В. Нащекин, А.Г. Ткаченко. Письма в ЖТФ **25**, *23*, 72 (1999).

[3] S.I. Soloviev, T.S. Sudarshan. In: Porous silicon carbide and gallium nitride: epitaxy, catalysis, and biotechnology applications / Eds R.M. Feenstra, C.E.C. Wood. John Wiley and Sons, London (2008). P. 31.
[4] J. Schmelzer, J. Möller, V.V. Slezov, I. Gutzow, R. Pascova. Quimica Nova **21**, 529 (1998).
[5] G. Müller, K. Brendel. Phys. Status Solidi A **182**, 313 (2000).
[6] N. Ott, M. Nerding, G. Müller, K. Brendel, H.P. Strunk. J. Appl. Phys. **95**, 497 (2004).
[7] V. Depauw, I. Gordon, G. Beaucarne, J. Poortmans, R. Mertens, J.-P. Celis. J. Appl. Phys. **106**, 033 516 (2009).
[8] J. Salonen, E. Mäkilä, J. Riikonen, T. Heikkilä, V.-P. Lehto. Phys. Status Solidi A **206**, 1313 (2009).
[9] J. Bai, G. Dhanaraj, P. Gouma, M. Dudley, M. Mynbaeva. Mater. Sci. Forum **457**–**460**, 1479 (2004).
[10] M. Mynbaeva, A. Lavrent'ev, I. Kotousova, A. Volkova, K. Mynbaev, A. Lebedev. Mater. Sci. Forum **483**–**485**, 269 (2005).
[11] М.Г. Мынбаева, А.А. Лаврентьев, Е.Н. Мохов, К.Д. Мынбаев. Письма в ЖТФ **34**, *17*, 13 (2008).
[12] Yu.A. Vodakov, E.N. Mokhov. Inst. Phys. Conf. Ser. **137**, 197 (1994).
[13] Y. Gao, S.I. Soloviev, T.S. Sudarshan. J. Appl. Phys. **83**, 905 (2003).
[14] М.Г. Мынбаева, Д.А. Бауман, К.Д. Мынбаев. ФТТ **47**, 1571 (2005).
[15] M. Kitayama, T. Narushima, W.C. Carter, R.M. Cannon, A.M. Glaeser. J. Am. Ceram. Soc. **83**, 2561 (2000); M. Kitayama, T. Narushima, A.M. Glaeser. J. Am. Ceram. Soc. **83**, 2572 (2000).
[16] З.Ю. Готра. Технология микроэлектронных устройств. Радио и связь, М. (1991). 528 с.
[17] Е.И. Зорин, П.В. Павлов, Д.И. Тетельбаум. Ионное легирование полупроводников, Энергия, М. (1975). 130 с.
[18] H. Ryssel, I. Ruge. Ion implantation. B.G. Teubner, Stuttgart (1978). 360 p.
[19] Ю.Д. Соколов. Прикл. механика **1**, 23 (1955).
[20] E.L. Pankratov. J. Appl. Phys. **103**, 064 320 (2008).
[21] E.L. Pankratov. Eur. Phys. J. B **57**, 251 (2007).
[22] E.L. Pankratov. Mod. Phys. Lett. B **22**, 2779 (2008).
[23] S.A. Reshanov, V.P. Rastegaev. Diam. Relat. Mater. **10**, 2035 (2001).