

09;12

Генератор гиперболического хаоса на основе связанных пролетных клистронов

© В.В. Емельянов, С.П. Кузнецов, Н.М. Рыскин

Саратовский государственный университет

E-mail: RyskinNM@info.sgu.ru

Поступило в Редакцию 9 февраля 2009 г.

Предложена конструкция генератора хаотических колебаний сверхвысокочастотного диапазона, состоящего из двух пролетных клистронов, соединенных в кольцевую цепь. В первом клистроне осуществляется удвоение частоты входного сигнала, а во втором — происходит смещение сигнала второй гармоники с опорным сигналом в виде периодической последовательности импульсов с заполнением на частоте третьей гармоники и последующее выделение сигнала на первой гармонике. В результате трансформация фазы сигнала за период следования импульсов описывается растягивающим отображением окружности (отображением Бернулли) и демонстрирует хаотическое поведение. Приведены результаты численных расчетов, которые подтверждают реализацию данного механизма, обеспечивающего генерацию грубого, структурно устойчивого хаоса.

PACS: 05.45.Jn, 84.40.Fc

Наиболее сильным типом хаотического поведения считается грубый гиперболический хаос, когда странный аттрактор не содержит устойчивых периодических орбит и состоит только из траекторий седлового (гиперболического) типа [1]. Такие аттракторы обладают свойством грубости или так называемой структурной устойчивостью, что означает нечувствительность характера динамики системы и структуры аттрактора к вариациям параметров и функций, описывающих систему. Недавно была предложена идея построения физических систем с аттракторами гиперболического типа и представлен пример радиотехнического устройства с таким аттрактором [2,3]. Система состоит из двух связанных генераторов основной и удвоенной частот, которые становятся активными попеременно и передают друг другу возбуждение так, что транс-

формация фазы колебаний за полный цикл описывается растягивающим отображением окружности, или отображением Бернулли. Представляет очевидный интерес распространить этот принцип на распределенные волновые системы с бесконечным числом степеней свободы. Как известно, гармоническая волна, распространяясь в нелинейной среде, обогащается гармониками, и различные спектральные составляющие могли бы играть роль связанных генераторов в сосредоточенных системах. Реализация этой идеи, как можно полагать, позволила бы осуществить генерацию грубого, структурно устойчивого хаоса на более высоких частотах, например в микроволновом и оптическом диапазонах.

В настоящей работе предлагается схема микроволнового генератора хаотических колебаний, построенная из двух пролетных клистронов, которые соединены в виде замкнутого кольца (рис. 1). В первом клистроне входной резонатор настроен на частоту ω , а выходной — на частоту второй гармоники 2ω , так что этот клистрон функционирует как умножитель частоты. Сигнал из выходного резонатора первого клистрона поступает во входной резонатор второго клистрона через линию передачи, содержащую аттенюатор и фазовращатель, которые позволяют подстраивать амплитуду и фазу сигнала. Во втором клистроне происходит смещение этого сигнала с опорным сигналом, который представляет собой поступающую от внешнего источника последовательность радиоимпульсов с заполнением на частоте 3ω . В выходном резонаторе выделяется сигнал на разностной частоте ω , который поступает во входной резонатор первого клистрона, и это замыкает цепь обратной связи.

Следует отметить, что генераторы хаотических колебаний на основе связанных клистронов изучались и ранее [4,5], причем было обнаружено, что они обладают рядом преимуществ. Однако в работах [4,5] рассматривались лишь системы с резонаторами основной частоты. Следует ожидать, что предлагаемая в данной работе схема сохранит эти преимущества, а также будет обладать ценным с практической точки зрения свойством структурной устойчивости.

Математическую модель генератора построим по аналогии с другими генераторами на основе пролетных клистронов с запаздыванием [5,6], вычисляя амплитуды соответствующих гармоник сгруппированного тока и подставляя их в нестационарные уравнения возбуждения резонаторов, записанные с учетом наличия связи между резонаторами.

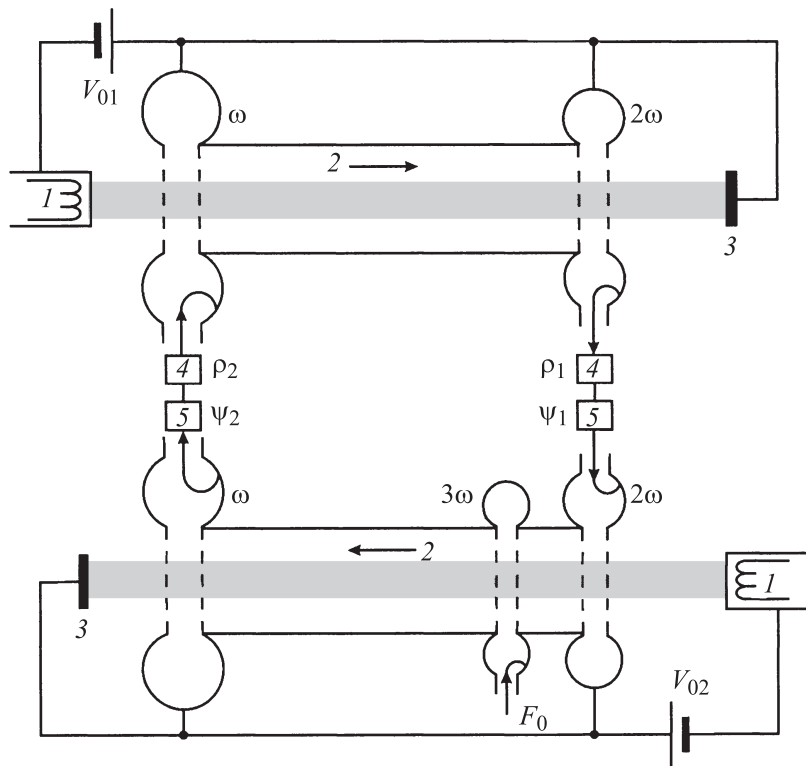


Рис. 1. Принципиальная схема генератора хаоса на основе связанных пролетных клистронов: 1 — электронные пушки, 2 — электронные пучки, 3 — коллекторы, 4 — аттенюаторы, 5 — фазовращатели.

Далее для простоты будем полагать, что параметры (добротности и собственные частоты резонаторов, токи и напряжения пучков) первого и второго клистронов идентичны. В результате приходим к следующей системе безразмерных уравнений, детали вывода которых будут представлены в отдельной работе:

$$\dot{F}_1^\omega + F_1^\omega = \rho_2 \mu^\omega e^{i\psi_2} F_2^\omega, \quad (1)$$

$$\dot{F}_1^{2\omega} + \delta F_1^{2\omega} = 4\alpha_1 J_2(2|F_1^\omega(t-\tau)|) e^{2i(\varphi_1^\omega(t-\tau)-\theta_0)}, \quad (2)$$

$$\dot{F}_2^{2\omega} + \delta F_2^{2\omega} = \rho_1 \mu^{2\omega} e^{i\psi_1} F_1^{2\omega}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \dot{F}_2^\omega + F_2^\omega \\ &= 2\alpha_2 e^{-i\theta_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_{3m+1}(|F_2^{2\omega}(t-\tau)|) J_{2m+1}(F_0) e^{-i(3m+1)\varphi_2^{2\omega}(t-\tau)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь нижние индексы 1,2 относятся к номеру клистрона, верхние индексы ω , 2ω — к частоте резонатора. Величины F_j^k представляют собой нормированные комплексные амплитуды полей в соответствующих резонаторах, фаза которых определяется как $\varphi_j^k = \arg(F_j^k)$. Функция $F_0(t)$ задает нормированную амплитуду опорного сигнала третьей гармоники, зависящую от безразмерного времени t . Параметр δ определяет отношение значений добротности резонаторов на частотах ω и 2ω . Величины ρ_j и ψ_j представляют собой коэффициенты ослабления и фазовые сдвиги сигнала в линиях передачи соответственно, μ^k — коэффициенты связи, зависящие от добротностей соответствующих резонаторов, α_j — параметры возбуждения, θ_0 — невозмущенный угол пролета электронов в пространстве дрейфа, J_n — функции Бесселя 1-го рода соответствующего порядка. Правые части уравнений (2) и (4) содержат слагаемые с запаздывающим аргументом, появление которых обусловлено конечным временем распространения электронов в пространстве дрейфа τ . Наиболее существенно влияют на динамику генератора параметры возбуждения α_j , которые можно трактовать как нормированные токи электронных пучков (см. [5,6]). При этом, хотя оба клистрона полагаются идентичными, параметры α_j , вообще говоря, разные, поскольку в первом клистроне модуляция осуществляется резонатором основной частоты, а во втором — резонатором второй гармоники, а α_j зависят также от параметров модулирующего резонатора.

Будем полагать, что опорный сигнал третьей гармоники поступает от внешнего источника в виде последовательности прямоугольных импульсов, период следования которых равен времени прохождения сигнала по кольцу обратной связи. Предположим, что колебания полей в резонаторах устанавливаются достаточно быстро, и рассмотрим эволюцию переменных для дискретной последовательности моментов

времени $t_n = 2n\tau$. После некоторых преобразований система уравнений (1)–(4) приводится к следующему итерируемому отображению:

$$F_{n+1}e^{i\varphi_{n+1}} = 2\alpha_2\rho_2\mu^\omega e^{i(\psi_2-\theta_0)} \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_{3m+1} \left(\frac{4\alpha_1\rho_1\mu^{2\omega}}{\delta^2} J_2(2F_n) \right) J_{2m+1}(F_0) e^{-i(3m+1)(2(\theta_0-\varphi_n)+\psi_1)}. \quad (5)$$

Здесь $F_n = |F_1^\omega(t_n)|$, $\varphi_n = \arg(F_1^\omega(t_n))$.

В приведенном выражении (5) правая часть представлена в виде бесконечного ряда. Рассмотрим случай сильного ослабления сигнала второй гармоники, поступающего с выхода первого клистрона на вход второго ($\rho_1 \ll 1$). При этом основной вклад вносит член с номером $m = 0$, который содержит произведение функций Бесселя первого порядка, тогда как вкладом остальных членов ряда, содержащих произведения функций Бесселя более высоких порядков, можно пренебречь. Тогда отображение (5) упрощается и принимает вид

$$F_{n+1}e^{i\varphi_{n+1}} = 2\alpha_2\rho_2\mu^\omega J_1(F_0)J_1 \left(\frac{4\alpha_1\rho_1\mu^{2\omega}}{\delta^2} J_2(2F_n) \right) e^{i(\psi_2-\theta_0+2(\varphi_n-\theta_0)+\psi_1)}. \quad (6)$$

Как можно заключить из формулы (6), трансформация фазы поля будет приближенно описываться отображением $\varphi_{n+1} = 2\varphi_n + \text{const} \pmod{2\pi}$. Это растягивающее отображение окружности или отображение Бернулли, которое демонстрирует хаос с показателем Ляпунова $\Lambda = \ln 2 \approx 0.693$.

Поскольку хаотическая динамика отображения Бернулли обладает свойством грубости, можно ожидать, что такого же рода хаотический режим будет реализоваться и в отображении (5), по крайней мере при не слишком больших значениях параметра ρ_1 . Это предположение подтверждается результатами численных расчетов. Примем для простоты $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, чего всегда можно добиться подстройкой параметров. На рис. 2 приводится итерационная диаграмма для фазы φ_n , рассчитанная при следующих значениях параметров: $\alpha = 15.5$, $\delta = 2$, $F_0 = 1.84$, $\mu^\omega = \mu^{2\omega} = 1$, $\theta_0 = 500$, $\psi_{1,2} = 0$, $\rho_2 = 0.5$, $\rho_1 = 0.05$. Видно, что трансформация фазы действительно описывается отображением, топология которого аналогична отображению Бернулли, причем резуль-

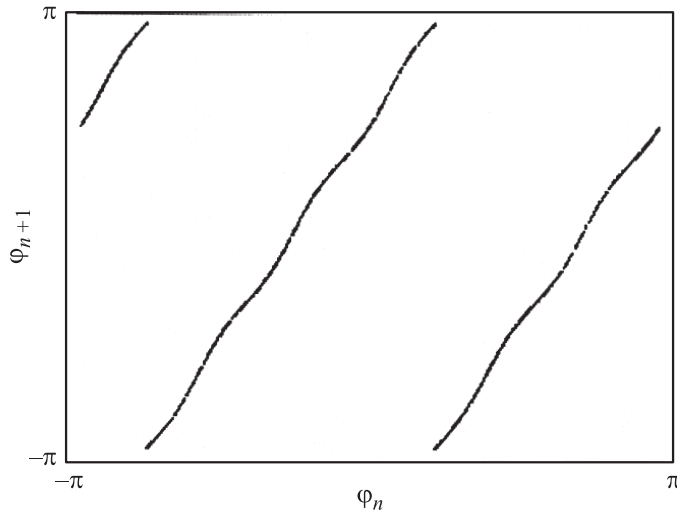


Рис. 2. Итерационная диаграмма для фазы колебаний.

таты моделирования слабо зависят от числа учитываемых членов ряда в (5) (конкретно все результаты приведены при учете 11 членов ряда).

На рис. 3 показан портрет аттрактора в проекции на плоскость комплексной переменной F_n . Из рисунка видно, что аттрактор имеет топологию аттрактора Смейла–Вильямса, типичного для систем с гиперболическим хаосом [1–3].

На рис. 4 представлена зависимость старшего показателя Ляпунова от параметра возбуждения α при фиксированных остальных параметрах. При $\alpha \leq 14.3$ единственным аттрактором отображения (5) является устойчивая неподвижная точка в начале координат. В диапазоне значений $14.3 \leq \alpha \leq 17.8$ с ней сосуществует хаотический аттрактор, старший показатель Ляпунова для которого остается постоянным и приблизительно равен $\ln 2$, что свидетельствует о его гиперболичности. При $\alpha \approx 17.8$ имеет место кризис гиперболического аттрактора, который соответствует касанию аттрактора и границы его бассейна притяжения (см. [7]). При больших значениях α единственным аттрактором снова остается неподвижная точка в начале координат.

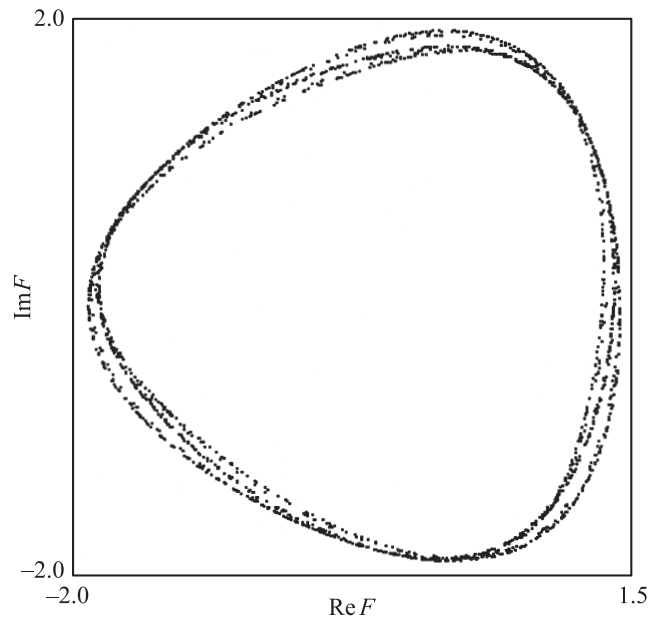


Рис. 3. Проекция аттрактора отображения (5) на плоскость $\text{Re}F_n - \text{Im}F_n$.

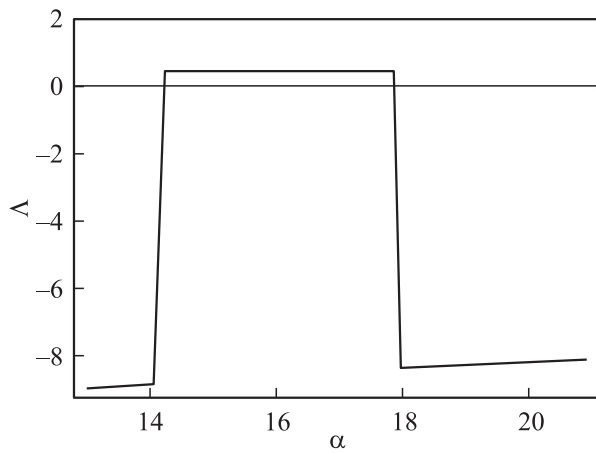


Рис. 4. Зависимость старшего показателя Ляпунова отображения (5) от параметра возбуждения.

Таким образом, в данной работе предложена конструкция генератора хаотических колебаний микроволнового диапазона в виде кольцевой схемы из двух пролетных клистронов. Построена математическая модель такого генератора, которая в предположении мгновенного установления колебаний в резонаторах сводится к отображению (5). Результаты численных расчетов показывают, что при определенных значениях параметров реализуется режим хаоса, обусловленный тем, что трансформация фазы колебаний за период следования импульсов описывается растягивающим отображением окружности. Отметим, что моделирование исходной дифференциальной системы с запаздыванием (1)–(4) дает качественно аналогичные результаты; детальное сопоставление обеих моделей будет представлено в отдельной работе.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 09-02-00707) и программы „Развитие научного потенциала высшей школы“ (проект 2.1.1/1738). Работа Н.М. Рыскина также поддержана фондом некоммерческих программ „Династия“.

Список литературы

- [1] Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Физматлит, 2006. 356 с.
- [2] Kuznetsov S.P. // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 144101.
- [3] Кузнецов С.П., Селезнев Е.П. // ЖЭТФ. 2006. Т. 129. С. 400.
- [4] Дмитриев Б.С., Жарков Ю.Д., Скороходов В.Н., Семеновых П.Ю., Бирюков А.А. // ЖТФ. 2005. Т. 75. В. 12. С. 94–97.
- [5] Shin Y.M., Ryskin N.M., Won J.H., Han S.T., Park G.S. // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. P. 033104.
- [6] Дмитриев Б.С., Жарков Ю.Д., Рыскин Н.М., Шигаев А.М. // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. № 5. С. 604–610.
- [7] Исаева О.Б. // Тез. докл. III конф. молодых ученых „Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика“. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2008. С. 45.