

06

Отображение моды Гейгера лавинных $p-i-n$ -фотодиодов элементарными функциями

© В.А. Холоднов

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва
E-mail: Khol.Orion@g23.relcom.ru; Kholodnov@cplire.ru

Поступило в Редакцию 24 марта 2009 г.

Рассмотрена возможность описания переходных процессов в $p-i-n$ -лавинных фотодиодах (ЛФД) элементарными функциями, прежде всего при начальном напряжении V_0 , большем напряжения лавинного пробоя V_{BD} . Постановка задачи вызвана потребностью знать явные условия возникновения гейгеровской моды работы ЛФД. Выведено несложное выражение, описывающее динамику лавинного гейгеровского процесса. Получена формула для полного времени его протекания. Представлено явное аналитическое соотношение реализации моды Гейгера. Определены условия применимости полученных результатов.

PACS: 72.20.Ht, 72.20.Jv, 85.30.Mn

ЛФД в режиме Гейгера (импульсные фотоэлектрические сигналы) дают возможность регистрировать единичные фотоны [1–5]. Это осуществляется при напряжениях обратного смещения $V_b > V_{BD}$. На основе ЛФД в режиме Гейгера создаются различные приборы [1–4]. В то же время просмотр публикаций не позволяет признать закрытыми вопросы об условиях реализации моды Гейгера ЛФД и ее характеристиках. Преобладает тенденция проводить все более сложное численное моделирование. Недавно в работе [6] предложена дискретная модель гейгеровского лавинного процесса в $p-i-n$ -структуре. Полученные итерационные соотношения позволяют довольно несложно, но все-таки только численным методом определять нужные параметры при сильно отличающемся от единицы отношении $k \equiv \alpha/\beta$ коэффициентов ударной ионизации электронов $\alpha(E_i)$ и дырок $\beta(E_i)$, где E_i — напряженность электрического поля в i -области (база, $0 < x < W_i$, рис. 1).

„Непрерывная“ модель данной работы допускает и значение $k = 1$. Ниже предложенный подход, кроме того, позволяет описать условия ре-

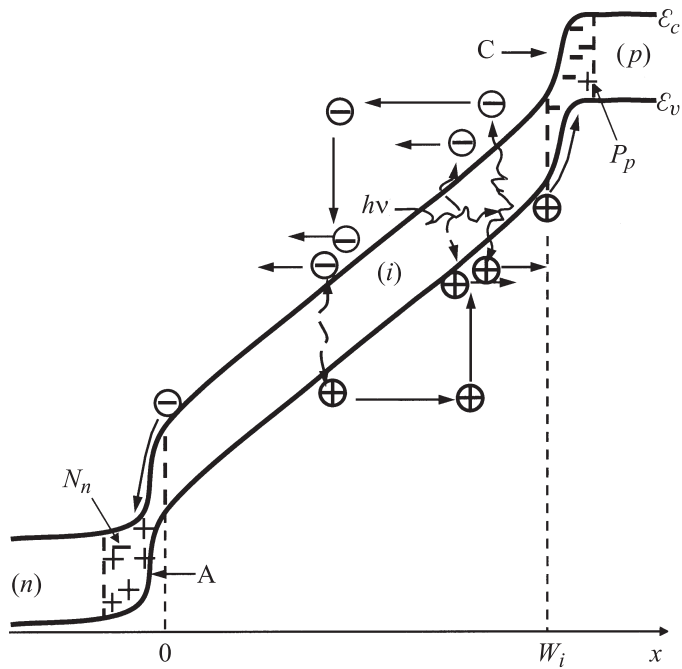


Рис. 1. Лавинный процесс в $p-i-n$ -структуре: $-$ — заряд акцепторов в пограничном $i-p$ -слое (катодная обкладка — C); $+$ — заряд доноров в пограничном $i-n$ -слое (анодная обкладка — A); \ominus и \oplus — рожденные в i -области лавинные фотоэлектроны и фотодырки; N_n и P_p — поступившие в n - и p -области лавинные фотоэлектроны и фотодырки; \mathcal{E}_c и \mathcal{E}_v — энергии дна зоны проводимости и потолка валентной зоны; $h\nu$ — энергия фотона.

ализации моды Гейгера и ее характеристики математически простыми, наглядными соотношениями. Принята однородная фотогенерация (ФГ) носителей по поперечному оси x (рис. 1) сечению образца площади S . Тогда при наиболее важном однофотонном процессе S , согласно соотношению неопределенности, по порядку величины не должна превышать квадрата длины волны света λ . В этих условиях допустима одномерная задача (ось x , рис. 1). Выходить же за ее рамки даже при локальном освещении, само по себе возникающем в однофотонном случае при $S \gg S_1 \approx \pi\lambda^2$, не имеет особого смысла. Дело в том, что заряд за время

протекания лавинного процесса Гейгера, как ниже показывают оценки, не успевает заметно растечься по поперечному сечению.

Рассмотрим последовательную цепь: $p-i-n$ -диод–сопротивление нагрузки R –источник питания с $V_b > V_{BD}$. Пусть легирование p - и n -областей высоко, так что подавляющая доля напряжения приходится на базу. Тогда напряжение на ней V_i после окончания процесса зарядки можно считать равным $V_0 = V_b$. С появлением в базе электронно-дырочных пар происходит их размножение, а затем уменьшение V_i за счет экранирования поля в базе E_i поступающими в p - и n -области основными носителями (рис. 1) численностью N_n и P_p и возникновение напряжения V_R на нагрузке, а следовательно, и тока во внешней цепи

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{V_b - V_i}{R}. \quad (1)$$

В рассматриваемой структуре заряд преимущественно сосредоточен в пограничных тонких $n-i$ - и $p-i$ -слоях (назовем их обкладками, рис. 1). Поэтому, как и в [6], поле E_i будем считать однородным. Численное значение $E_i = E_{BD}$ при $V_i = V_{BD}$ для ряда материалов можно быстро определить по формуле работы [7]. Как и в [6], ограничимся ФГ лишь в базе, пренебрежем рекомбинацией в ней и примем, что токи электронов I_N и дырок I_P определяются их дрейфом в электрическом поле со скоростью насыщения v_s , т. е.

$$I_N(x, t) = qv_s N(x, t), \quad I_P(x, t) \equiv I(x, t) - I_N(x, t) = qv_s P(x, t), \quad (2)$$

где N и P — линейные плотности (на единицу длины x) электронов и дырок, I — полный кондуктивный ток, q — абсолютная величина заряда электрона, t — время.

Подставляя в уравнение непрерывности для I объемную плотность заряда из уравнения Пуассона и интегрируя по слою обеднения (СО), получим, что в приближении нулевого тока смещения в квазинейтральных частях структуры

$$I_R = C_d \frac{\partial V_d}{\partial t} + \langle I_d \rangle, \quad \langle I_d \rangle = \frac{1}{W_d} \int_0^{W_d} I(x, t) dx, \quad (3)$$

где V_d — напряжение на СО, $C_d = \varepsilon \varepsilon_0 S / W_d$ и W_d — его емкость и толщина, ε_0 — электрическая постоянная, ε — диэлектрическая

проницаемость, $\langle I_d \rangle$ назовем лавинным током I_{av} . Соотношение (3) обобщает известную теорему Рамо [1] учетом ключевого момента для моды Гейгера — изменения со временем напряжения на СО, и справедливо при любом профиле распределения легирующей примеси. При нашей постановке задачи (в $p-i-n$ -структуре) за СО можно считать i -область, т.е. d в (3) и всюду далее следует заменить на i .

Интегрируя уравнения непрерывности для I_N и I_P по x от 0 до W_i и обозначая линейную плотность скорости фотогенерации как $G(x, t)$, приходим к уравнениям

$$q \frac{\partial N_i(t)}{\partial t} = \alpha \tilde{I}_N(t) + \beta \tilde{I}_P(t) + I_N(W_i, t) - I_N(0, t) + q \tilde{G}(t), \quad (4)$$

$$q \frac{\partial P_i(t)}{\partial t} = \alpha \tilde{I}_N(t) + \beta \tilde{I}_P(t) - I_P(W_i, t) + I_P(0, t) + q \tilde{G}(t), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} N_i &= \int_0^{W_i} N(x, t) dx, & P_i &= \int_0^{W_i} P(x, t) dx, \\ \tilde{I}_{N,P}(t) &= \int_0^{W_i} I_{N,P}(x, t) dx, & \tilde{G}(t) &= \int_0^{W_i} G(x, t) dx. \end{aligned} \quad (6)$$

Вследствие тонкости обкладок, генерацией и рекомбинацией в них можно пренебречь. Тогда, интегрируя те же уравнения по толщине обкладок, найдем, что в приближении отсутствия неосновных носителей в p - и n -областях

$$I_N(0, t) = I_R + q \frac{\partial N_n}{\partial t} = I_R - C_i \frac{\partial V_i}{\partial t} = I_P(W_i, t), \quad I_P(0, t) = I_N(W_i, t) = 0. \quad (7)$$

Строго говоря, уравнения (7) справедливы при $r_1 \equiv P_P/N_n = 1$, откуда $r_2 \equiv |P_i - N_i|/N_n = 0$, в связи с чем ограничимся приближением однородной по x ФГ. Тогда при $k = 1$ симметрия требует $r_1 = 1$. Уравнения (7) по порядку величины верны и при не слишком больших или малых k . Это следует из квазидискретных компьютерных итераций в однородном постоянном поле. Они проведены при нескольких равномерно распределенных точках ФГ x_g с последующим усреднением по x_g и учитывают гораздо больше, чем подобные итерации в [6], актов ионизации дырками. После нескольких времен пролета носителями базы t_{tr}

проведенная процедура дает $0.6 < r_1 < 1$, а $r_2 < 0.4$ (рис. 2, *a*), что соответствует приближению однородного поля. Малость r_2 , отметим, не означает малость $P_i + N_i$ (кривая 3 на рис. 2, *a*).

Соотношения (1)–(7) позволяют получить уравнение

$$\begin{aligned} F[V_R; (1/\tau_i)] &\equiv \frac{\partial^2 V_R}{\partial t^2} + \left\{ \frac{1}{\tau_i} - v_s Y[E_i(V_R)] \right\} \frac{\partial V_R}{\partial t} - \frac{v_s}{\tau_i} Y[E_i(V_R)] V_R \\ &= q \tilde{G}(r) \frac{2v_s}{C_i W_i} \end{aligned} \quad (8)$$

с начальными условиями

$$V_R(0) = 0, \quad \left. \frac{\partial V_R}{\partial t} \right|_{t=0} = \frac{2v_s}{C_i W_i} \lim_{t \rightarrow 0} q \int_{-t}^t \tilde{G}(t') dt', \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} Y(E_i) &= K(E_i) - (2/W_i), \quad K = \alpha(E_i) + \beta(E_i), \\ E_i &= (V_b - V_R)/W_i, \quad \tau_i = RC_i, \quad C_i = \varepsilon \varepsilon_0 (S/W_i). \end{aligned} \quad (10)$$

При дельта-образной по времени засветке $\tilde{G}_i(t) = N_{ph} \delta(t)$ (8) и (9) преобразуются в

$$F[V_R; (1/\tau_i)] = 0, \quad V_R(0) = 0, \quad \left. \frac{\partial V_R}{\partial t} \right|_{t=0} = A \equiv \frac{q 2v_s N_{ph}}{\varepsilon \varepsilon_0 S}, \quad (11)$$

где N_{ph} — число поглощенных фотонов. Если принять $R = 0$ и $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{G}_i(t) = \text{const} \neq 0$, то найдем, что пробой определяется условием $W_i K(E_i) = 2$, которое при $k \neq 1$ дает другое значение поля пробоя $E_i = E_{av}$, чем $E_i = E_{BD}$, полученное непосредственно из стационарной задачи [7,8]. Однако расхождение E_{av} с E_{BD} составляет не более 20%, если k отличается от 1 не более чем на два порядка (рис. 2, *b*).

Уравнение (8) допускает лишь численное решение. Однако моду Гейгера можно описать и без его решения, используя физические соображения и предел $R \rightarrow \infty$, когда

$$\begin{aligned} I_{av} &= C_i \frac{\partial \Delta V_i}{\partial t}, \quad F[\Delta V; 0] = 0, \quad E_i = V_i/W_i \equiv [V_b - \Delta V_i(t)]/W_i, \\ \Delta V_i(0) &= 0, \quad \left. \frac{\partial \Delta V_i}{\partial t} \right|_{t=0} = A, \end{aligned} \quad (12)$$

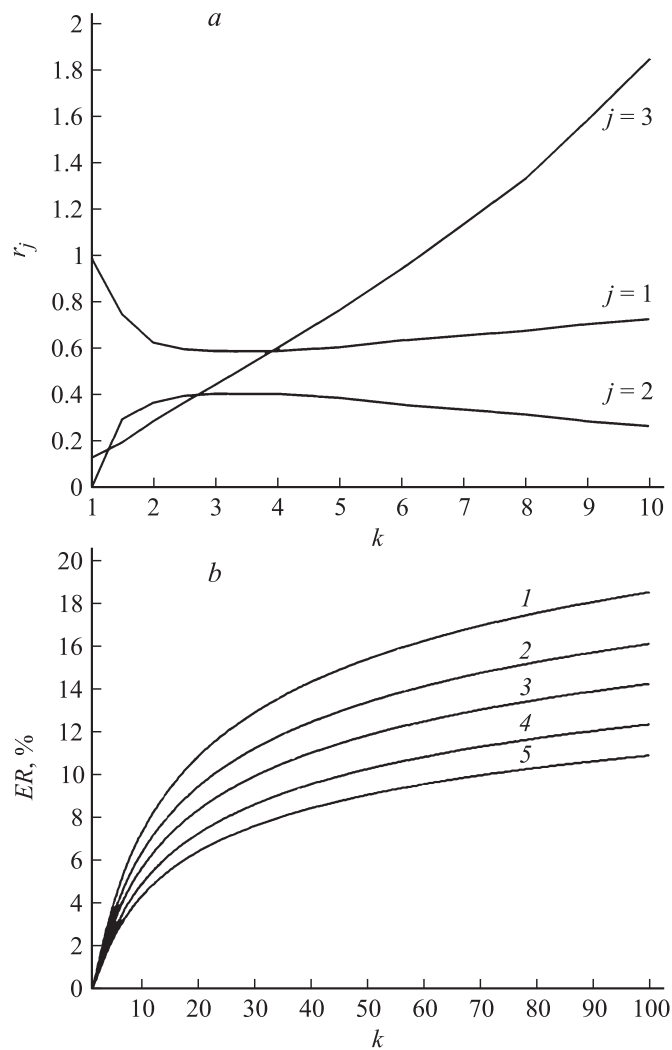


Рис. 2. Оценка условий применимости приближения однородного поля: a — результаты квазидискретной компьютерной итерационной процедуры, $r_1 = P_p/N_n$, $r_2 = |P_i - N_i|/N_n$, $r_3 = (P_p + N_n)/(P_i + N_i)$. b — зависимость ошибки ER при определении поля пробоя от k ; принято [8,10] $\alpha(E) = A \exp(-B/E)$, где $A, 1/\mu\text{т}$: 1 — 200, 2 — 400, 3 — 800, 4 — 2000, 5 — 5000.

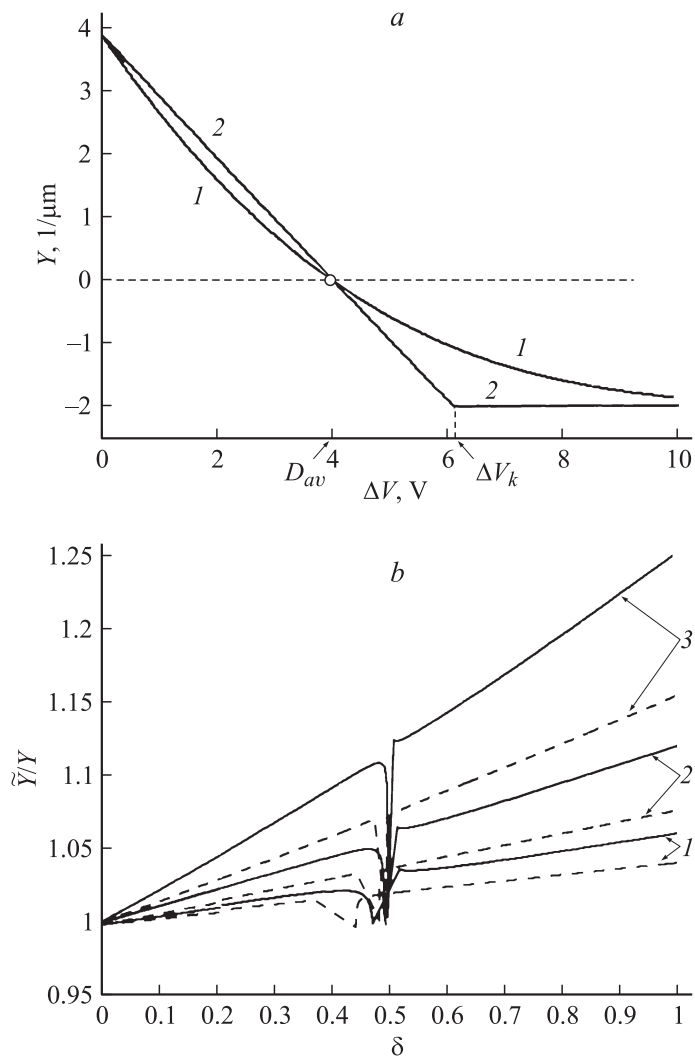


Рис. 3. Аппроксимация функции $Y(\Delta V)$. *a* — вид аппроксимации; зависимости (1 — точная, 2 — приближенная) построены для Ge ориентации $\langle 100 \rangle$ [8]; принято $W_i = 1 \mu\text{m}$, $D_{av} = 4 \text{V}$. *b* — отношение приближенной зависимости $\tilde{Y}(\Delta V)$ к точной $Y(\Delta V)$ для Ge ориентации $\langle 100 \rangle$; $\delta = \Delta V / (\Delta V)_{\text{max}}$; — — $W_i = 1 \mu\text{m}$, ---- — $W_i = 2 \mu\text{m}$; D_{av}, V : 1 — 0.25, 2 — 0.5; 3 — 1.

и задача решается в квадратурах. Для решения в элементарных функциях аппроксимируем точную зависимость $Y[E_i(\Delta V_i)]$ кусочно-линейной, проходящей через принципиальную точку $\Delta V_i = D_{av} \equiv V_b - V_{av} = V_b - E_{av} W_i$ (рис. 3), где $Y = 0$, а I_{av} за время t_{av} достигает максимума. Пусть для простоты $K(E_b) \leq 4/W_i$, где $E_b = V_b/W_i$. Тогда $\Delta V_{i \max} \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta V_i(t)$ не больше точки излома ΔV_k кусочно-линейной аппроксимации (рис. 3, а). В рассматриваемых условиях

$$\Delta V_i(t) = \Delta V_{i \max} \frac{\Lambda^{t/t_{av}} - 1}{\Lambda^{t/t_{av}} + \Lambda}, \quad \Delta V_{i \max} = 2D_{av}, \quad t_{av} = \frac{\ln \Lambda}{v_s Y_b},$$

$$\Lambda \equiv \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S Y_b D_{av}}{q I_{ph}} \gg 40, \quad (13)$$

где $Y_b = Y_b(E_b)$. Режим Гейгера реализуется, когда за время R C_i обратной дозарядки диода лавина успевает развиться и саму себя погасить. Из (13) видно, что это происходит, если $R \geq R_{\min} \cong t_{av}/C_i$. Максимальное значение напряжения на нагрузке $V_{R \max} = \Delta V_{i \max}$. Поскольку $t_{tr} \ll t_{av}$, то результаты компьютерной оценки применимости приближения однородного поля можно считать обоснованными.

Для оценки поперечного растекания заряда используем выражение (21) работы [9]. Оно определяет зависимость $\xi(t) \equiv r/r_0$, где $r(t)$ и r_0 — текущий и начальный радиусы зарядовой „капли“ параболического вида. Подразумевая под емкостью в [9] C_i и положив $W_i = 1 \mu\text{m}$, $r_0 = \lambda = 1 \mu\text{m}$, в случае однофотонного процесса получим $\xi(t_{av}) \lesssim 2^{1/4} \cong 1.2$.

Таким образом, когда напряжение смещения источника питания V_b превышает напряжение пробоя не более чем на несколько вольт, то в интервале значений $k \equiv \alpha/\beta$ от нескольких сотых до нескольких десятков элементарные соотношения (13) можно использовать для приближенного описания моды Гейгера $p-i-n$ ЛФД, причем если площадь поперечного сечения $S > S_1 \approx \pi \lambda^2$, то в однофотонном случае под S в (13) следует подразумевать S_1 .

Автор благодарен В.А. Зимогляду и Ю.И. Тишину за стимулирование работы, а также С.Н. Артеменко и В.С. Гонтарю за обсуждение ее результатов.

Список литературы

- [1] *Spinelli A., Lacaita A.L.* // IEEE Trans. Electron Devices. 1997. V. 44. N 11. P. 1931–1943.
- [2] *Niclass C., Rochas A., Besse P.-A., Charbon E.* // IEEE J. Solid-State Circuits. 2005. V. 40. N 9. P. 1847–1854.
- [3] *Groves C., Tan C.H., David J.P.R., Rees G.J., Hayat M.M.* // IEEE Trans. Electron Devices. 2005. V. 52. N 7. P. 1527–1534.
- [4] *Stoppa D., Pancheri L., Scandiuzzo M., Pancheri L., Scandiuzzo M., Malfatti M., Pedretti G., Gonzo L.A.* // Proceedings of ESSCIRC. Grenoble, France. 2005. P. 487–490.
- [5] *Гулаков И.Р., Залесский В.Б., Зеневич А.О., Леонова Т.Р.* // ПТЭ. 2007. № 2. С. 112–115.
- [6] *Ванюшин И.В., Гергель В.А., Гонтарь В.М., Зимогляд В.А., Тишин Ю.И., Холоднов В.А., Щелева И.М.* // ФТП. 2007. Т. 41. В. 6. С. 741–745.
- [7] *Холоднов В.А.* // ФТП. 1996. Т. 30. В. 6. С. 1051–1063.
- [8] *Техника оптической связи. Фотоприемники* / Под ред. У. Тсанга. М.: Мир, 1988. Гл. 1, разд. 1.3.3; гл. 3, с. 313, 337.
- [9] *Поспелов В.В., Рябоконт В.Н., Свидзинский К.К., Холоднов В.А.* // Микроэлектроника. 1974. Т. 3. № 6. С. 475–481.
- [10] *Грехов И.В., Серезжин Ю.Н.* Лавинный пробой $p-n$ в полупроводниках. Л.: Энергия, 1980. Гл. 1. С. 9, 29.