

01;10

О выборе профиля приосевой области в ускорительной ячейке электрон-позитронного коллайдера

© Я.Л. Богомолов, Е.С. Семенов, А.Д. Юнаковский

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород
E-mail: bogomol@appl.sci.nnov.ru

Поступило в Редакцию 20 января 2009 г.

Для ускорительной секции электрон-позитронного коллайдера исследуется влияние возмущений профиля приосевой области на электродинамические характеристики системы. Наряду с традиционными профилями эллиптического вида рассматриваются профили, формирующие электрические поля с однородной в радиальном направлении продольной компонентой, синхронной инжектируемым электронам. Показано, что для поверхностей такого типа электромагнитные поля более устойчивы к возмущениям профиля.

PACS: 41.20-q, 07.57.-c

Один из возможных вариантов проектируемой структуры ускорительной секции электрон-позитронного коллайдера (рис. 1) представляет собой периодический набор коаксиальных радиально-гофрированных металлических дисков, облучаемых сходящейся на ось системы квазицилиндрической электромагнитной волной [1–3]. Период структуры равен длине волны в свободном пространстве λ . Структура состоит из двух основных функциональных частей; приосевой области — рабочего пространства, в котором происходит взаимодействие электромагнитного поля с инжектируемыми частицами, и периферии — подводящей части, преобразующей падающую электромагнитную волну в сходящийся и нужным образом сфазированный волновой поток. В приосевой области требуется оптимизировать профиль граничной поверхности с целью повышения ускорительного градиента при неразрушающих напряжениях электромагнитного поля на металлической поверхности.

В силу трансляционной симметрии системы задачу можно рассматривать на полупериоде $0 \leq \xi \leq \pi$, задав профиль металлического диска уравнением $S(\rho, \xi) = 0$, где $\rho = 2\pi r/\lambda$ и $\xi = 2\pi z/\lambda$ — без-

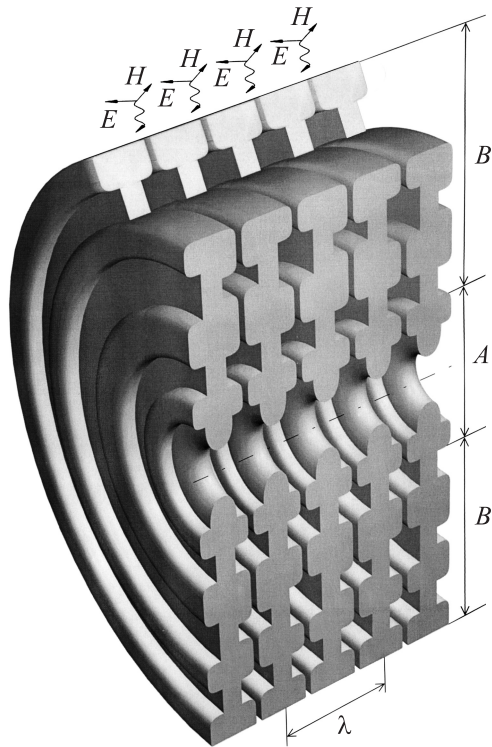


Рис. 1. Ускорительная структура квазиоптического коллайдера: A — приосевой объем, B — периферия.

размеренные радиальная и осевая (продольная) координаты (рис. 2). Соответствующие диапазоны $0 \leq \rho \leq \rho_1$ и $\rho_1 \leq \rho \leq \rho_2$ по радиальной координате определяют приосевую и внешний объемы; здесь ρ_1 — максимальный радиус приосевой части структуры, а ρ_2 — радиус металлической трубы, внутри которой размещаются диски. Аналогичная структура кильватерного типа рассматривалась в [4].

Обычно в качестве приосевой поверхности выбирают профили эллиптического вида и оптимизируют их параметры (размеры a и b полуосей эллипса и, при необходимости, замыкающих отрезков прямых) [2,5]. Альтернативой являются поверхности, способствующие фор-

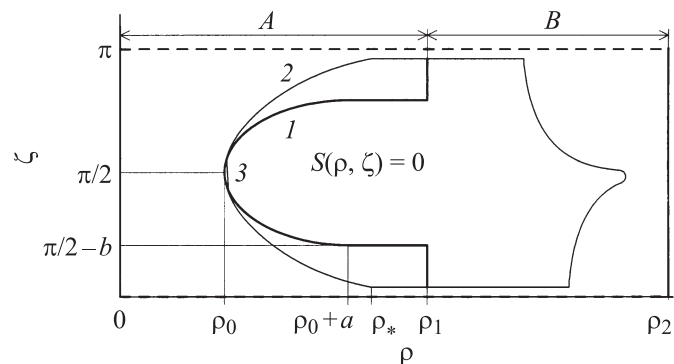


Рис. 2. Продольное сечение отдельного металлического диска ускорительной системы для различных типов профилей в параксиальной области: 1 — кривая эллиптического типа $(\rho - (\rho_0 + a))^2/a^2 + (\xi - \pi/2)^2/b^2 = 1$; 2 — кривая „резонансного“ типа $\rho^2 = \rho_0^2 - 2 \ln(\sin^2 \xi)$; 3 — участок возмущения границы; A — приосевой объем, B — внешний объем.

мированию электрического поля с максимально возможной величиной пространственной гармоники, синхронной инжектируемым электронам, т. е. с продольной компонентой в виде стоячей волны

$$E_z = 2C \cos \xi, \quad C = \text{const.} \quad (1)$$

Поскольку в азимутально-симметричном случае продольная E_z и радиальная E_r компоненты электрического поля выражаются через азимутальную компоненту магнитного поля H_φ и ее производные

$$E_z = \frac{\partial H_\varphi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} H_\varphi, \quad E_r = -\frac{\partial H_\varphi}{\partial \xi},$$

имеем

$$E_r = C \rho \sin \xi, \quad (2)$$

$$H_\varphi = C \rho \cos \xi. \quad (3)$$

Равенство нулю тангенциальной компоненты электрического поля на металле

$$\mathbf{E}_\tau \equiv (\text{rot } \mathbf{H}_\varphi)_\tau \equiv \left\{ -\frac{\partial S}{\partial \xi} \left(-\frac{\partial H_\varphi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial S}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\rho H_\varphi)}{\partial \rho} \right) \right\} = 0; \quad \rho, \xi \in S(\rho, \xi) = 0, \quad (4)$$

может быть представлено как перпендикулярность вектора электрического поля к идеально проводящей поверхности $E_r d\rho + E_z d\xi = 0$, где $d\rho$ и $d\xi$ — компоненты элементарного вектора касательной к поверхности $S(\rho, \xi) = 0$. Подставляя (1) и (2) в данное соотношение, получаем дифференциальное уравнение поверхности, на которой с необходимостью выполняется граничное условие (4) для магнитного поля вида (3): $\rho d\rho = -2 \operatorname{ctg} \xi d\xi$. Решением последнего является

$$\rho^2 = \rho_0^2 - 2 \ln(\sin^2 \xi), \quad (5)$$

где константа ρ_0 представляет собой апертуру (минимальный радиус системы).

Кривая (5), которую в дальнейшем будем называть „резонансной“, обладает замечательным свойством. Она образует бесконечный резонатор: решение вида (3) в области $0 \leq \xi \leq \pi$, $0 < \rho < \infty$ с приосевым профилем в виде (5) является собственной функцией, соответствующей нулевому собственному значению оператора Гельмгольца, к которому сводятся уравнения Максвелла в азимутально-симметричном случае

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \right) H_\varphi + \left(1 - \frac{1}{\rho^2} \right) H_\varphi = 0 \quad (6)$$

с граничным условием (4), а также равенством нулю магнитного поля на оси системы и отсутствием радиальной компоненты электрического поля на краях ячейки:

$$H_\varphi(0, \xi) = 0, \quad E_r \equiv -\frac{\partial H_\varphi}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0, \pi} = 0. \quad (7)$$

Другими словами, приосевой объем, образованный граничной поверхностью вида (5), будет возбуждать электрическое поле вида (1), синхронное инжектируемым в ускорительный канал электронам. В свою очередь, поле такого вида можно сформировать в подводящих к приосевому объему каналах [6].

Для построения в приосевом объеме резонатора конечной длины необходимо „резонансную“ кривую состыковать в некоторой точке ρ_* (рис. 2) с отрезком прямой и подобрать длину отрезка таким образом, чтобы при максимальном радиусе приосевого объема ($\rho = \rho_1$) выполнялось граничное условие (4), которое будет иметь вид

$$E_z \equiv \frac{\partial H_\varphi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} H_\varphi = 0. \quad (8)$$

Нетривиальные решения задачи (6)–(8), (4) в замкнутом приосевом объеме могут быть либо четными (симметричными в продольном направлении относительно $\xi = \pi/2$), либо нечетными (кососимметричными). Для выбранного типа профиля с заданными параметрами можно подобрать значение ρ_1 , при котором существует какое-либо из них [7,8].

Исследования показали, что четные и нечетные решения для профилей эллиптического типа существуют при достаточно близких значениях параметра ρ_1 . Так, для системы с параметрами $\rho = 1.32$, $a = b = 1.47$ соседние минимальные значения ρ_1 равняются 3.73 для симметричного решения и 3.75 для кососимметричного решения. В то же время для близкой по конфигурации системы „резонансного“ типа с параметрами $\rho_0 = 1.32$, $\rho_* = 3.33$ соответствующие значения ρ_1 равняются 3.78 и 3.91 (резонансные решения разнесены между собой более чем в 6 раз по сравнению с эллиптическим профилем). Данные результаты указывают на наличие более устойчивых свойств у систем с границами „резонансного“ типа по сравнению с границами эллиптического типа.

В открытом приосевом объеме при внешнем воздействии реализуется какая-либо комбинация симметричных и кососимметричных решений. При этом чем выше первая кососимметрическая составляющая у осевого электрического поля E_z , тем больше величина ускорительного градиента.

$$G = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} E_z(\xi, 0) \cos \xi d\xi. \quad (9)$$

Было проведено исследование влияния малых возмущений границы приосевого объема (которые могут быть связаны как с точностью ее изготовления, так и с разрушением ее ускоряемыми частицами) на структуры полей вида (1)–(3) и, как следствие, на сопротивление связи $Z = G^2/W$, пропорциональное отношению квадрата ускорительного градиента (9) к энергии электромагнитного поля $W = \int_V \mathbf{E}^2 dV$, аккумулярованной в полном объеме V модельной системы на полупериоде по продольной координате $0 \leq \xi \leq \pi$.

Модельная система (рис. 2) представляла собой цепочку резонаторов, состоящую из приосевого объема с резонансными параметрами (часть A) и внешнего объема, формирующего поле вида (1)–(3) на входе в приосевую область (часть B), для которого в точке максимального

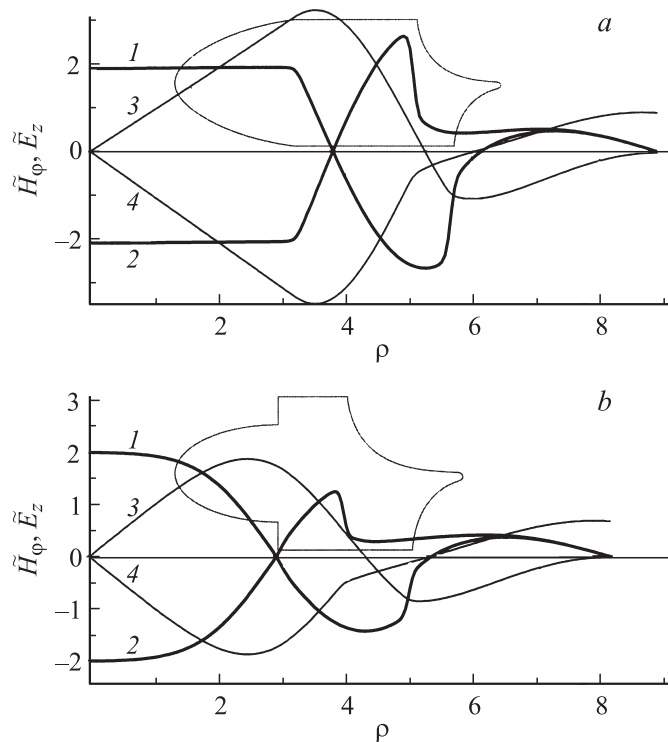


Рис. 3. Структуры полей в модельной задаче (6)–(8), (4), отнормированных на ускорительный градиент (9), для граничной поверхности: *a* — „резонансного“ типа; *b* — эллиптического типа (невозмущенный граничный профиль); *c* — эллиптического типа (возмущенный граничный профиль). 1 — электрическое поле $E_z = E_z/G$ при $\xi = 0$; 2 — электрическое поле \tilde{E}_z при $\xi = \pi$; 3 — магнитное поле $\tilde{H}_\varphi = H_\varphi/G$ при $\xi = 0$; 4 — магнитное поле \tilde{H}_φ при $\xi = \pi$.

радиуса $\rho = \rho_2$ выполнялось граничное условие (8). Возбуждение модельной системы производилось источником, размещаемым во внешнем объеме. Рассматривались граничные поверхности эллиптического и „резонансного“ типа. Возмущение границы приосевого объема моделировалось усечением граничного контура отрезком прямой в окрестности точки ρ_0 (кривая 3 на рис. 2) на расстоянии порядка точности изготовления системы $\delta \cong 0.02$.

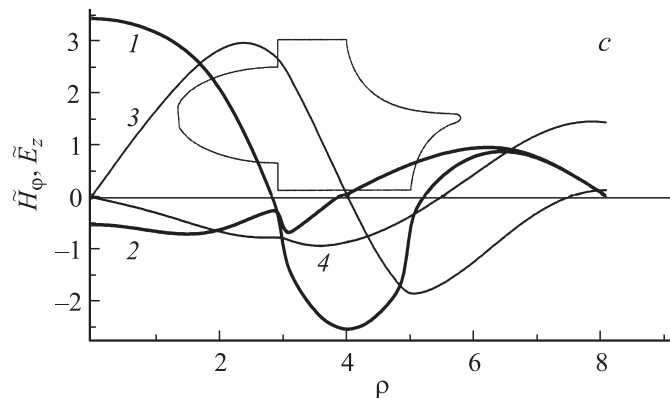


Рис. 3 (продолжение).

Основные результаты следующие. Для граничной поверхности „резонансного“ типа с параметрами $\rho_0 = 1.32$, $\rho_* = 3.33$ возмущение границы слабо влияет на сопротивление связи Z , значение которого меняется с $3.28 \cdot 10^{-3}$ до $3.26 \cdot 10^{-3}$ (изменение составляет 0.6%). Структуры полей (рис. 3, *a*) практически не изменяются ни качественно, ни количественно. Данный факт не является удивительным и предсказывался априорно, поскольку „индифферентность“ кривой вида (5) к резонансным решениям вида (1)–(3) в окрестности $\rho = \rho_0$ объясняется автоматическим выполнением на ней граничного условия (4) в случае формирования резонансного решения.

Для граничной поверхности эллиптического вида получить в приосевом объеме структуру полей вида (1)–(3) вплоть до значений $\rho = \rho_0$ более затруднительно. Оптимизируя граничные параметры ($\rho_0 = 1.32$, $a = 2.43$, $b = 0.92$), удастся сформировать почти требуемую структуру полей с высоким ускорительным градиентом (рис. 3, *b*). Однако незначительное возмущение границы (порядка точности ее изготовления или разрушения частицами) радикально изменяет структуру полей (рис. 3, *c*) и, как следствие, ухудшает ее сопротивление связи, которое со значения $6.11 \cdot 10^{-3}$ для оптимального профиля изменяется до $2.4 \cdot 10^{-3}$ для возмущенного профиля (изменение порядка 60%).

Сравнение двух типов профилей граничной поверхности приосевого объема ускорительной секции электрон-позитронного коллайдера —

эллиптического и „резонансного“ (5) — показывает большую устойчивость последних по отношению к незначительным возмущениям профилей.

Авторы выражают искреннюю признательность профессору М.И. Петелину за плодотворные дискуссии.

Список литературы

- [1] *Petelin M.I.* // Proceedings of the Advanced Accelerator Concepts, Tenth Workshop. 2002. P. 459–468.
- [2] *Богомолов Я.Л., Семенов Е.С., Юнаковский А.Д.* // ЖТФ. 2007. Т. 77. В. 5. С. 135–138.
- [3] *Богомолов Я.Л., Семенов Е.С., Юнаковский А.Д.* // Математическое моделирование. 2008. Т. 20. № 7. С. 45–56.
- [4] *Лебедев А.Н., Шальнов А.В.* Основы физики и техники ускорителей. М.: Энергоатомиздат, 1991. С. 490.
- [5] *Myakishev D., Nezhevenko O., Tarnetsky V., Yakovlev V.* // Proc. of Particle Accelerator Conf. and Int. Conf. on High Energy Accelerators. Dallas, 1995. P. 1076.
- [6] *Богомолов Я.Л., Петелин М.И., Тай М.Л., Юнаковский А.Д.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2003. Т. XLVI. № 5–6. С. 472.
- [7] *Vogomolov Ya.L., Semenov E.S., Yunakovsky A.D.* // Нелинейные граничные задачи: Сб. научн. тр. Вып. 15. Донецк, 2005. С. 31–40.
- [8] *Vogomolov Ya.L., Semenov E.S., Yunakovsky A.D.* // Days on diffraction. 2006. Int. seminar (May 30–June 2, 2006. Saint Petersburg). Abstracts. Universitas Petropolitana. P. 15.