

05,01,11

Каскад фазовых переходов в монослое $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$

© Ю.А. Фридман, Ф.Н. Клевец, А.П. Войтенко

Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского,
Симферополь, Украина

E-mail: frid@tnu.crimea.ua

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 4 октября 2010 г.)

Исследованы переориентационные фазовые переходы по концентрации в монослое сплава FeCo с учетом влияния магнитодипольного и магнитоупругого взаимодействий. Определены критические значения концентрации Co, соответствующие точкам фазовых переходов, и построена фазовая диаграмма системы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Украины (проект № 260/09).

1. Введение

Дальнейшее повышение плотности записи и общей емкости магнитных устройств хранения информации связано с уменьшением размеров отдельных битов и их размещением как можно ближе друг к другу. Однако если сделать единичный участок хранения информации слишком маленьким, то его магнитная энергия станет сравнима с энергией теплового движения частиц, что приведет к потере информации. Чтобы избежать этого, необходимо повысить энергию одноионной анизотропии магнитного слоя носителя.

В настоящее время основной технологией, используемой при создании магнитных устройств хранения информации, является перпендикулярная технология магнитной записи. Материалы, используемые в качестве покрытия диска в новом поколения магнитных устройств хранения информации, должны обладать большой магнитной анизотропией и высокой намагниченностью насыщения. Одними из наиболее важных и распространенных материалов в индустрии магнитного хранения информации, удовлетворяющим обоим требованиям, стали сплавы FeCo. Среди ферромагнитных материалов FeCo показывает большую перпендикулярную энергию магнитной анизотропии и самую высокую намагниченность насыщения [1]. Разумеется, сплавы FeCo широко применяются не только в устройствах хранения информации, но и в других областях науки и техники благодаря своим свойствам (высокая температура Кюри, высокая намагниченность насыщения, высокая проницаемость) [2]. Например, они активно используются в нейтронной оптике для создания необходимой поляризации нейтронного пучка [3], при конструировании адаптивных антенных решеток с управляемой диаграммой направленности [4,5] и т.д.

Исследованиям данного сплава посвящено большое количество работ. В [6–8] изучалось влияние толщины пленки, качества поверхности и типа подложки на одноионную анизотропию тонких пленок сплава FeCo. Также исследовалось влияние однородного магнитного поля на электроосаждение, химический состав, структуру,

морфологию и магнитные свойства сплавов FeCo [9]. Кроме того, в [5] исследовались упругие и магнитоупругие свойства при возбуждении ферромагнитного резонанса вблизи спин-переориентационного фазового перехода.

В [10,11] переориентационные фазовые переходы наблюдались при изменении температуры. Однако возможны и иные механизмы переориентационных фазовых переходов: один из них предполагает конкуренцию одноионной анизотропии и магнитодипольного взаимодействия [12,13]; в других моделях предполагается влияние температурной зависимости одноионной анизотропии, а также вклад других релятивистских взаимодействий [14,15].

Кроме упомянутых выше температурных фазовых переходов возможна переориентация намагниченности в сплавах переходных металлов по концентрации [1,16]. В работе [1] исследовались магнитные свойства монослойной пленки $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x$ и, в частности, была получена зависимость величины одноионной анизотропии от концентрации атомов Co (рис. 1). Как видно из рис. 1, максимум одноионной анизотропии наблюдается при $x = 0.5$ и составляет примерно $1.25 \cdot 10^5$ Ое, что на порядок больше величины одноионной анизотропии в объемных образцах [16].

Экспериментальные результаты по измерению зависимости одноионной анизотропии от концентрации кобальта в монослойных пленках FeCo [1] легко могут быть аппроксимированы следующим аналитическим выражением:

$$\beta = 3.553 \cdot 10^4 x^3 - 1.048 \cdot 10^5 x^2 + 7.391 \cdot 10^4 x - 2.247 \cdot 10^3. \quad (1)$$

Коэффициенты в (1) имеют размерность напряженности магнитного поля (Ое). Аппроксимация (1) описывает зависимость энергии одноионной анизотропии монослоя сплава FeCo от концентрации ионов Co без учета подложки (рис. 1, кривая 3). Такие пленки аналогичны пленкам Ленгмюра–Бладжет, и именно такие объекты мы будем рассматривать в дальнейшем.

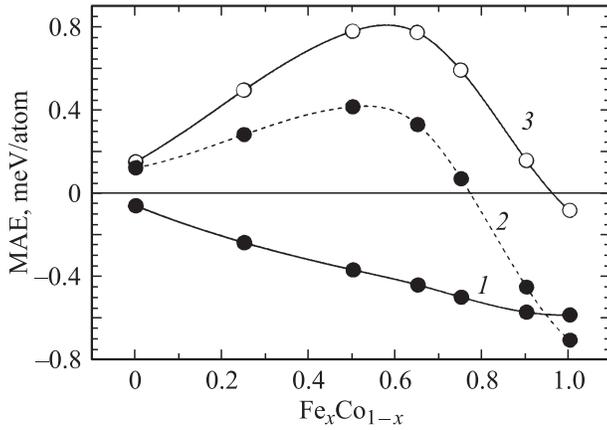


Рис. 1. Зависимость энергии магнитной анизотропии (MAE) монослоя Fe_xCo_{1-x} на подложке Pt(111). 1 — для подложки Pt(111), 2 — для системы „пленка + подложка“, 3 — для монослоя Fe_xCo_{1-x} без подложки. Данные приводятся в соответствии с работой [1].

Поскольку исследуемая система является фактически двумерной, ее магнитные свойства существенно зависят от величины магнитодипольного взаимодействия, влияние которого может привести к возникновению доменной структуры [17]. Очевидно, что величина магнитодипольного взаимодействия также зависит от концентрации ионов Co.

В реальных системах, в том числе и в сплавах FeCo, необходимо учитывать влияние магнитоупругого взаимодействия, которое приводит к гибридизации упругих и магнитных возбуждений [18] и таким образом существенно влияет на поведение системы вблизи переориентационных фазовых переходов. Более того, учет магнитоупругого взаимодействия может привести к формированию новых фазовых состояний [19,12]. Причем, как свидетельствуют экспериментальные данные [20], магнитоупругое взаимодействие в сплавах $Fe_{1-x}Co_x$ также зависит от концентрации кобальта. Эту зависимость можно аппроксимировать простой линейной зависимостью [21]

$$\begin{aligned} \tilde{\nu}(x) &= \nu \bar{\lambda}(x), \quad \bar{\lambda}(x) = 0.4\lambda_{100}(x) + 0.6\lambda_{111}(x), \\ \lambda_{100}(x) &= 19.286 + 2.43x, \\ \lambda_{111}(x) &= -16.074 + 0.938x. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь ν — константа магнитоупругого взаимодействия, λ — константа магнитострикции.

Совершенно очевидно, что практическое использование любого материала требует тщательного изучения фазовых состояний, которые могут реализоваться в нем. Монослойные пленки сплава $Fe_{1-x}Co_x$ не являются исключением. Однако теоретические исследования фазовой диаграммы данного материала [1,16] не учитывали ни влияние магнитодипольного взаимодействия, ни влияние магнитоупругого взаимодействия, а это может

существенным образом изменить фазовую диаграмму системы, указать на границы того или иного применения данного материала и открыть новые возможности его практического использования.

Таким образом, целью настоящей работы является исследование возможных фазовых состояний двумерной пленки сплава $Fe_{1-x}Co_x$ в зависимости от концентрации атомов Co и построение детальной фазовой диаграммы рассматриваемой системы с учетом магнитодипольного и магнитоупругого взаимодействий.

2. Фазовые состояния монослоя сплава $Fe_{1-x}Co_x$

2.1. Легкоосная фаза

Предложим, что концентрация ионов Co такова, что в системе реализуется одноионная анизотропия типа „легкая ось“, причем ось анизотропии (OZ) перпендикулярна плоскости пленки (XOY). Зависимость константы одноионной анизотропии от концентрации определяется выражением (1). Также учтем влияние магнитодипольного и „плоского“ магнитоупругого взаимодействий. Под термином „плоское“ магнитоупругое взаимодействие подразумевается, что упругая и магнитоупругая энергии системы зависят только от компонент тензора деформаций, действующих в плоскости пленки [22]. Зависимость магнитоупругого взаимодействия от концентрации определяется выражением (2). Обменное взаимодействие зависит от концентрации стандартным образом [23]. Спины магнитоактивных ионов в сплаве $Fe_{1-x}Co_x$ могут принимать различные значения, однако для простоты вычислений будем считать спины магнитоактивных ионов одинаковыми и равными $S = 3/2$.

Гамильтониан такой системы можно представить в виде

$$\begin{aligned} H &= -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} [J_{nn'}^{(1)}x^2 + J_{nn'}^{(2)}(1-x)^2 + 2J_{nn'}^{(3)}x(1-x)] (S_n S_{n'}) \\ &- \frac{1}{2} \sum_{n,n'} V_{nn'}^{ij} S_n^i S_{n'}^j - \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^z)^2 + \tilde{\nu} \sum_n [u_{xx}(n)(S_n^x)^2 \\ &+ u_{yy}(n)(S_n^y)^2 + u_{xy}(n)(S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x)] + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \\ &\times \sum_n [u_{xx}^2(n) + u_{yy}^2(n) + 2\sigma u_{xx}(n)u_{yy}(n) + 2(1-\sigma)u_{xy}^2(n)], \end{aligned} \quad (3)$$

где $J_{nn'}^{(1)}$ — константа обменного взаимодействия между ионами Co, $J_{nn'}^{(2)}$ — константа обменного взаимодействия между ионами Fe, $J_{nn'}^{(3)}$ — константа обменного взаимодействия между ионами Co и Fe, x — концентрация ионов Co, S_n^i — i -я компонента спинового оператора в узле n , $\beta > 0$ — константа одноионной анизотропии, $\tilde{\nu}$ — константа магнитоупругой связи, определяемая

выражением (1), u_{ij} — компоненты тензора деформаций, E — модуль Юнга; σ — коэффициент Пуассона, V_{nm}^{ij} — компоненты тензора магнитодипольного взаимодействия, Фурье-образы которых в рассматриваемой геометрии имеют следующий вид [24]:

$$V_k^{xx} = \frac{A_0}{3} - \Omega_0 k, \quad V_k^{yy} = \frac{A_0}{3},$$

$$V_k^{zz} = -\frac{2}{3}A_0 + \Omega_0 k, \quad V_k^{xy} = V_k^{xz} = V_k^{yz} = 0. \quad (4)$$

Здесь $A_0 = \frac{2}{3}(g\mu_B)^2 \sum R^{-3}$, $\Omega_0 = \frac{2\pi(g\mu_B)^2}{a^2}$, k — волновой вектор, параллельный оси OX , g — гиромагнитное отношение, μ_B — магнетон Бора, a^2 — „объем“ плоской элементарной ячейки. Все дальнейшие вычисления проводятся для низкотемпературного случая ($T \ll T_C$).

Сплавы магнитных переходных металлов, такие как сплав FeCo, являются неупорядоченными системами.

Для описания электронных и магнитных свойств переходных металлов наиболее приемлемым является введение таких моделей, в которых исходная неупорядоченная система заменяется на некоторую эффективную, обладающую трансляционной симметрией систему. Простейшая и сравнительно часто используемая модель неупорядоченного сплава — модель виртуального кристалла, которую мы и используем в своей работе. В первом приближении можно считать монослойную пленку сплава FeCo идеальным кристаллом, параметры которой являются промежуточными между параметрами смешиваемых компонентов (приближение виртуального кристалла). Свойства гамильтониана виртуального кристалла в среднем совпадают со свойствами рассматриваемого материала. В качестве спектра неупорядоченного материала используется спектр идеального кристалла со средними параметрами [25].

Другое направление описания неупорядоченных сплавов — с помощью приближения когерентного потенциала (ПКП). Основная идея данного приближения состоит в выборе эффективной среды, в которой эффекты беспорядка уже учтены и электроны ведут себя как в идеальном кристалле. Такая схема в электронной теории сплавов используется уже давно и продолжает совершенствоваться [26–28].

Однако приближение когерентного потенциала, как и приближение виртуального кристалла, сводится к замене некоторой микроскопической конфигурации системы усредненной эффективной средой. При этом подходе примесь считается находящейся в эффективной среде, функция Грина которой подбирается так, чтобы матрица рассеяния на примеси в среднем была равна нулю.

В подходе, применяемом в настоящей работе, мы фактически сразу воспользуемся результатами, получаемыми в ПКП, рассматривая исследуемый сплав как некоторый эффективный упорядоченный кристалл. Именно так и были записаны выражения (1) и (2). Это вполне оправдано, поскольку теоретические расчеты, выполненные с использованием ПКП для сплавов

$Fe_{1-x}Co_x$, показывают хорошее совпадение расчетных характеристик с результатами экспериментов [29]. Так как нас интересуют фазовые состояния рассматриваемой системы, воспользуемся наиболее удобным в данном случае методом самосогласованного поля, используя зависимости материальных констант от концентрации, полученные экспериментально, поскольку аналогичные зависимости получаются в ПКП.

Для точного учета одноионной анизотропии и магнитоупругого взаимодействия воспользуемся методом операторов Хаббарда [30]. Эти операторы строятся на базисе собственных функций одноузельного гамильтониана, который в приближении среднего поля имеет вид

$$H_0 = -\bar{H} \sum_n S_n^z - \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^z)^2 + \tilde{v} \sum_n [u_{xx}(n)(S_n^x)^2 + u_{yy}(n)(S_n^y)^2 + u_{xy}(n)(S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x)], \quad (5)$$

где $\bar{H} = [J_0^{(1)}x^2 + J_0^{(2)}(1-x)^2 + 2J_0^{(3)}x(1-x) + V_0^{zz}] \langle S^z \rangle$, $J_0^{(i)}$ — нулевые Фурье-компоненты обменных интегралов. Решая с гамильтонианом (5) одноузельную задачу, найдем энергетические уровни магнитного иона

$$E_{\pm\frac{3}{2}} = -\frac{9}{8}\beta + \frac{3}{4}\tilde{v}(u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) \mp \frac{3}{2}\bar{H},$$

$$E_{\pm\frac{1}{2}} = -\frac{\beta}{8} + \frac{7}{4}\tilde{v}(u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) \mp \frac{\bar{H}}{2} \quad (6)$$

и собственные функции одноузельного гамильтониана (5)

$$\Psi_n\left(\frac{3}{2}\right) = \left|\frac{3}{2}\right\rangle, \quad \Psi_n\left(\frac{1}{2}\right) = \left|\frac{1}{2}\right\rangle,$$

$$\Psi_n\left(-\frac{1}{2}\right) = \left|-\frac{1}{2}\right\rangle, \quad \Psi_n\left(-\frac{3}{2}\right) = \left|-\frac{3}{2}\right\rangle, \quad (7)$$

где $|M\rangle$ — собственные векторы оператора S^z ($M = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$). Спонтанные деформации $u_{ij}^{(0)}$ определяются из условия минимума плотности свободной энергии и при низких температурах имеют следующий вид:

$$u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} = -\frac{3\tilde{v}}{4E}(1-\sigma), \quad u_{xy}^{(0)} = 0. \quad (8)$$

На базисе собственных функций (7) строятся операторы Хаббарда $X^{M'M} \equiv |\Psi(M')\rangle\langle\Psi(M)|$ [30], связанные со спиновыми операторами следующим образом:

$$S_n^z = \frac{3}{2}(X_n^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}} - X_n^{-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}}) + \frac{1}{2}(X_n^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} - X_n^{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}),$$

$$S_n^+ = \sqrt{3}(X_n^{-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}} + X_n^{\frac{3}{2}\frac{1}{2}}) + 2X_n^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}, \quad S_n^- = (S_n^+)^+. \quad (9)$$

Одноузельный гамильтониан (5) диагонален в представлении операторов Хаббарда.

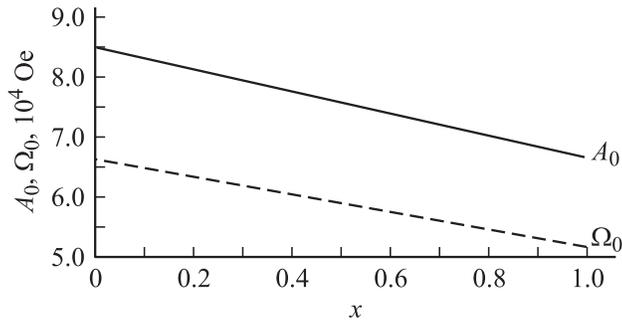


Рис. 2. Зависимость параметров магнитодипольного взаимодействия от концентрации ионов Со.

Для определения критических значений концентраций, соответствующих фазовому переходу из легкоосной фазы рассматриваемой системы, определим спектры элементарных возбуждений.

Хорошо известно, что спектры элементарных возбуждений определяются полюсами функции Грина [31]. Так как мы учитываем влияние магнитоупругого взаимодействия, в системе распространяется гибризованная магнитоупругая волна. Дисперсионное уравнение, определяющее спектры связанных магнитоупругих волн, аналогично уравнению Ларкина (с учетом магнитоупругой связи) [32]. Это уравнение справедливо во всем температурном интервале существования магнитоупорядоченного состояния (исключая флуктуационную область) и при произвольных соотношениях материальных констант. Решение дисперсионного уравнения связанных магнитоупругих волн позволяет получить спектры гибризованных элементарных возбуждений.

В легкоосной фазе не происходит гибридизации упругих и магнитных возбуждений. Это обстоятельство связано с тем, что магнитный момент перпендикулярен плоскости пленки, а магнитоупругое взаимодействие действует в плоскости пленки. В рассматриваемой геометрии ($\mathbf{k} \parallel OX$) отличными от нуля компонентами вектора поляризации квазифононов являются e_x^y и e_y^x , лежащие в плоскости системы. Учитывая это, получаем, что спектры квазифононов остаются линейными по волновому вектору, а спектр низкочастотных квазимагнонов имеет вид

$$\varepsilon^2(k) = \left[\beta - \frac{3}{2} A_0 - \frac{3\tilde{\nu}^2(1-\sigma)}{2E} + \frac{3}{2} \alpha k^2 \right] \times \left[\beta - \frac{3}{2} A_0 - \frac{3\tilde{\nu}^2(1-\sigma)}{2E} + \frac{3}{2} \Omega_0 k + \frac{3}{2} \alpha k^2 \right], \quad (10)$$

где $\alpha = \alpha_1 x^2 + \alpha_2(1-x)^2 + 2\alpha_3 x(1-x)$, $\alpha_i = J_i^{(i)} R_i^2$ ($i = 1, 2, 3$), R_i — радиусы обменных взаимодействий между ионами Со–Со, Fe–Fe и Fe–Со соответственно.

Условие обращения в нуль щели в спектре (10) дает уравнение для определения критической концентрации

ионов Со, при которой происходит фазовый переход из легкоосной фазы,

$$\beta - \frac{3}{2} A_0 - \frac{3\tilde{\nu}^2(1-\sigma)}{2E} = 0. \quad (11)$$

В [7] экспериментально показано, что монослой сплава $Fe_{1-x}Co_x$ при концентрациях $0.3 < x < 0.65$ обладает четко выраженной легкоосной анизотропией, перпендикулярной плоскости пленки. Используя эти данные, а также уравнение (11) и соотношения (1) и (2), можно получить зависимость параметров магнитодипольного взаимодействия от концентрации ионов Со. Численные расчеты показывают, что зависимость параметров магнитодипольного взаимодействия от концентрации имеет вид

$$\begin{aligned} A_0 &= -1.863 \cdot 10^4 x + 8.536 \cdot 10^4, \\ \Omega_0 &= -1.449 \cdot 10^4 x + 6.639 \cdot 10^4. \end{aligned} \quad (12)$$

Коэффициенты в (12) имеют размерность поля (Oe).

Как видно из рис. 2, величина магнитодипольного взаимодействия линейно убывает с ростом концентрации атомов кобальта. Это обстоятельство связано с тем, что намагниченность сплава FeCo также линейно убывает с ростом концентрации Со [1], а, как известно, энергия размагничивающего поля является линейной функцией намагниченности [23].

2.2. Угловая фаза. Предположим теперь, что концентрация кобальта такова, что система может находиться в угловой фазе. Рассмотрим сначала ситуацию, когда система находится вблизи линии фазового перехода из угловой фазы в фазу „легкая ось“, т. е. вектор намагниченности образует малый угол θ ($\theta \ll 1$) с осью OZ (плоскость пленки — XOY).

Исследуем плотность свободной энергии в угловой фазе: $F = \tilde{F}_{el} - T \ln Z$, где \tilde{F}_{el} — плотность упругой энергии в угловой фазе, $Z = \sum_i e^{-\frac{\tilde{E}_i}{T}}$ — статистическая сумма, \tilde{E}_i — энергетические уровни магнитного иона в угловой фазе. Поскольку исследуется состояние системы при температуре, много меньшей температуры Кюри, при вычислении статистической суммы ограничимся лишь нижайшим энергетическим уровнем $\tilde{E}_{\frac{3}{2}}$. Тогда плотность свободной энергии в угловой фазе можно представить как

$$F \approx F_0 + \tilde{F}_{el} + \tilde{E}_{\frac{3}{2}},$$

где

$$\begin{aligned} F_0 &= \frac{1}{2} \left(I_0 + \frac{A_0}{3} - A_0 \cos^2 \theta \right) \langle S^z \rangle^2, \\ \tilde{F}_{el} &= \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \times \sum_{\substack{n \\ (i \neq j)}} [\tilde{u}_{ii}^2(n) + 2\sigma \tilde{u}_{ii}(n) \tilde{u}_{jj}(n) + 2(1-\sigma) \tilde{u}_{ij}^2(n)]. \end{aligned}$$

Здесь $\tilde{u}_{ij}^{(0)}$ — спонтанные деформации в угловой фазе, которые также являются функцией угла θ . Зависимость

компонент тензора деформаций от угла θ легко найти минимизацией плотности упругой энергии \tilde{F}_{el} по $\tilde{u}_{ij}^{(0)}$.

Учитывая малость угла θ , $\tilde{E}_{\frac{3}{2}}$ можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\frac{3}{2}} = & -\frac{3}{2}\bar{H} - \frac{9}{8}\beta + \frac{3}{4}\tilde{v}(\tilde{u}_{xx}^{(0)} + \tilde{u}_{yy}^{(0)}) + \frac{3}{2}\left(\frac{\beta}{2} - \frac{3}{2}A_0 + \tilde{v}\tilde{u}_{yy}^{(0)}\right)\theta^2 \\ & - \frac{1}{2}\left(\frac{\beta}{2} - \frac{3}{2}A_0 + \tilde{v}\tilde{u}_{yy}^{(0)}\right)\theta^4 + \frac{1}{15}\left(\frac{\beta}{2} - \frac{3}{2}A_0 + \tilde{v}\tilde{u}_{yy}^{(0)}\right)\theta^6, \end{aligned} \quad (13)$$

Тогда плотность свободной энергии равна

$$\begin{aligned} F = & -\frac{3}{8}I_0 + \frac{A_0}{4} - \frac{9}{8}\beta - \frac{9\tilde{v}^2(1-\sigma)}{32E} + \frac{3}{4}\left[\beta - \frac{3}{2}A_0 \right. \\ & \left. - \frac{3\tilde{v}^2 - (1-\sigma)}{2E}\right]\theta^2 - \frac{1}{4}\left[\beta - \frac{3}{2}A_0 + \frac{3\tilde{v}^2(2-\sigma)}{2E}\right]\theta^4. \end{aligned} \quad (14)$$

Из условия обращения в нуль коэффициента при θ^2 можно получить уравнение для концентрации ионов Co , при которой происходит фазовый переход из угловой фазы,

$$\beta - \frac{3}{2}A_0 + \frac{3\tilde{v}^2}{E}(1+\sigma) = 0. \quad (15)$$

Уравнение (15) совпадает с уравнением (11), а его решением соответственно будут критические значения концентраций

$$x_1^C = 0.3, \quad x_2^C = 0.65.$$

Таким образом, фазовый переход из легкоосной фазы происходит в угловую фазу. Необходимо отметить, что, поскольку коэффициенты при θ^2 и θ^4 в (14) имеют разные знаки, рассматриваемый фазовый переход является переходом второго рода, что подтверждается совпадением уравнений (11) и (15).

2.3. Легкоплоскостная фаза. Рассмотрим теперь ситуацию, когда концентрация ионов Co такова, что в рассматриваемой системе реализуется легкоплоскостная фаза с намагниченностью, лежащей в плоскости пленки. Для удобства вычислений совместим плоскость пленки с плоскостью XOZ . Гамильтониан системы в этом случае имеет вид

$$\begin{aligned} H = & -\frac{1}{2}\sum_{n,n'}[J_{nn'}^{(1)}x^2 + J_{nn'}^{(2)}(1-x)^2 + 2J_{nn'}^{(3)}x(1-x)](\mathbf{S}_n\mathbf{S}_{n'}) \\ & - \frac{1}{2}\sum_{\substack{n,n' \\ i,j}}V_{nn'}^{ij}S_n^iS_{n'}^j + \frac{\beta}{2}\sum_n(S_n^y)^2 + \tilde{v}\sum_n[u_{xx}(n)(S_n^x)^2 \\ & + u_{zz}(n)(S_n^z)^2 + u_{xz}(n)(S_n^xS_n^z + S_n^zS_n^x)] + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \\ & \times \sum_n[u_{xx}^2(n) + u_{zz}^2(n) + 2\sigma u_{xx}(n)u_{zz}(n) + 2(1-\sigma)u_{xz}^2(n)], \end{aligned} \quad (16)$$

Фурье-образы компонент тензора магнитодипольного взаимодействия $V_{nn'}^{ij}$ совпадают с выражением (4), если заменить индекс y на z .

Выделяя стандартным образом в гамильтониане (16) среднее поле, получим одноузельный гамильтониан в легкоплоскостной фазе

$$\begin{aligned} H_0 = & -\bar{H}\sum_n S_n^z + \frac{\beta}{2}\sum_n(S_n^y)^2 + \tilde{v}\sum_n[u_{xx}(n)(S_n^x)^2 \\ & + u_{zz}(n)(S_n^z)^2 + u_{xz}(n)(S_n^xS_n^z + S_n^zS_n^x)]. \end{aligned} \quad (17)$$

Как видно из (17), одноузельный гамильтониан системы в представлении операторов Хаббарда (9) недиагонален. Для диагонализации гамильтониана (17) проведем обобщенное $u-v$ -преобразование [33]

$$\begin{aligned} U_{nm}(\alpha) = & \exp(\alpha X^{nm} - \alpha^* X^{mn}) = 1 \\ & + (\cos|\alpha| - 1)(X^{nm} + X^{mn}) + \sin|\alpha|[\exp(i\mu)X^{nm} - \text{H.c.}]. \end{aligned}$$

При этом закон преобразований для хаббардовских операторов при унитарном повороте имеет вид

$$X^{pq} \rightarrow U_{nm}(\alpha)X^{pq}U_{nm}^+(\alpha) \equiv X^{pq}(\alpha).$$

В одноузельном гамильтониане (17) можно выделить две квазидвухуровневые подсистемы, поэтому для диагонализации гамильтониана достаточно двух независимых унитарных поворотов

$$\begin{aligned} U_{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}(\alpha) = & 1 + (\cos\alpha - 1)(X^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}} + X^{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}) \\ & + \sin\alpha(X^{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} - X^{-\frac{1}{2}\frac{3}{2}}), \\ U_{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}}(\delta) = & 1 + (\cos\delta - 1)(X^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} + X^{-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}}) \\ & + \sin\delta(X^{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}} - X^{-\frac{3}{2}\frac{1}{2}}). \end{aligned} \quad (18)$$

Уравнения для параметров $u-v$ -преобразования α и δ позволяют найти их связь с параметрами системы

$$\text{tg } 2\alpha \approx \text{tg } 2\delta \approx \frac{\sqrt{3}\beta}{2(3I_0(x) + A_0)}, \quad (19)$$

где $I_0(x) = J_0^{(1)}x^2 + J_0^{(2)}(1-x)^2 + 2J_0^{(3)}x(1-x)$.

При выполнении условия (19) одноузельный гамильтониан диагонален. Энергетические уровни магнитного иона в легкоплоскостной фазе имеют вид

$$\begin{aligned} E_{\pm\frac{3}{2}} = & \frac{5}{8}\beta + \frac{5}{4}\tilde{v}(u_{xx}^{(0)} + u_{zz}^{(0)}) \mp \frac{\bar{H}}{2} \\ & \mp \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{\beta}{2} + \tilde{v}(u_{xx}^{(0)} - 2u_{zz}^{(0)}) \pm 2\bar{H}\right)^2 + 3\left(\frac{\beta}{2} - \tilde{v}u_{xx}^{(0)}\right)^2}, \\ E_{\pm\frac{1}{2}} = & \frac{5}{8}\beta + \frac{5}{4}\tilde{v}(u_{xx}^{(0)} + u_{zz}^{(0)}) \mp \frac{\bar{H}}{2} \\ & \mp \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{\beta}{2} + \tilde{v}(u_{xx}^{(0)} - 2u_{zz}^{(0)}) \pm 2\bar{H}\right)^2 + 3\left(\frac{\beta}{2} - \tilde{v}u_{xx}^{(0)}\right)^2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Спонтанные деформации $u_{ij}^{(0)}$ определяются из условия минимума плотности свободной энергии и имеют в случае низких температур ($T \ll T_C$) следующий вид:

$$u_{xx}^{(0)} = -\frac{3\tilde{v}}{4E}(1-3\sigma), \quad u_{zz}^{(0)} = -\frac{3\tilde{v}}{4E}(3-\sigma), \quad u_{xz}^{(0)} = 0. \quad (21)$$

Поскольку недиагональные спонтанные деформации равны нулю, а диагональные различны, в легкоплоскостной фазе в отличие от легкоосной фазы происходит асимметричная деформация кристаллической решетки. Причем сокращение вдоль оси OZ больше, чем вдоль оси OX ($|u_{zz}^{(0)}| > |u_{xx}^{(0)}|$).

Решение дисперсионного уравнения в легкоплоскостной фазе позволяет получить спектры квазичастиц. Исследуем спектры элементарных возбуждений в той же геометрии, что и ранее ($\mathbf{k} \parallel OX$). Спектры квазимагнонов имеют вид

$$\varepsilon_1^2(k) = \frac{3}{4} \left\{ 3I_0(x) + \beta + A_0 + \frac{3\tilde{v}^2(5+\sigma)}{4E} \right\} \left\{ \frac{2}{3}\beta + A_0 + \frac{\tilde{v}^2(5+\sigma)}{4E} - \frac{\beta^2 \left[\beta + \frac{3\tilde{v}^2(7-5\sigma)}{4E} \right]}{32\tilde{H}^2 - 2\beta \left[\beta + \frac{9\tilde{v}^2(5+\sigma)}{2E} \right]} - \Omega_0 k + \alpha k^2 \right\}, \quad (22)$$

$$\varepsilon_2^2(k) = \frac{3}{4} \left\{ 3I_0(x) + \beta + A_0 + \frac{3\tilde{v}^2(5+\sigma)}{4E} \right\} \left\{ \frac{\tilde{v}^2(5+\sigma)}{4E} - \frac{\beta^2 \left[\beta + \frac{3\tilde{v}^2(7-5\sigma)}{4E} \right]}{32\tilde{H}^2 - 2\beta \left[\beta + \frac{9\tilde{v}^2(5+\sigma)}{2E} \right]} + \Omega_0 k + \alpha k^2 \right\}. \quad (23)$$

Как видно из спектров (22), (23), учет магнитодипольного взаимодействия приводит к появлению линейных по волновому вектору k слагаемых в спектрах квазимагнонов. В результате в спектре (22) щель обращается в нуль не при ненулевых значениях волнового вектора k , а при некотором критическом значении волнового вектора $k^* = \frac{\Omega_0}{2\alpha}$ [17]. Это обстоятельство указывает на то, что в данном случае происходит фазовый переход в пространственно неоднородное состояние. Из условия обращения в нуль щели в спектре (22) получим уравнение для концентрации ионов Co , при которой происходят фазовые переходы из доменной фазы,

$$\frac{2}{3}\beta + A_0 + \frac{\tilde{v}^2(5+\sigma)}{4E} - \frac{\beta^2 \left[\beta + \frac{3\tilde{v}^2(7-5\sigma)}{4E} \right]}{32\tilde{H}^2 - 2\beta \left[\beta + \frac{9\tilde{v}^2(5+\sigma)}{2E} \right]} - \frac{\Omega_0^2}{4\alpha} = 0. \quad (24)$$

Решая это уравнение относительно концентрации x , получим значения концентрации, соответствующие точкам фазового перехода из пространственно неоднородной (доменной) фазы,

$$x_1^d = 0.297, \quad x_2^d = 0.654. \quad (25)$$

Спектр квазимагнонов (23) становится неустойчивым при $k = 0$, и обращение в нуль энергетической щели в этом спектре

$$\frac{\tilde{v}^2(5+\sigma)}{4E} - \frac{\beta^2 \left[\beta + \frac{3\tilde{v}^2(7-5\sigma)}{4E} \right]}{32\tilde{H}^2 - 2\beta \left[\beta + \frac{9\tilde{v}^2(5+\sigma)}{2E} \right]} = 0 \quad (26)$$

определяет критические значения концентраций, соответствующие точкам фазового перехода из легкоплоскостной фазы в доменную,

$$x_1^p = 0.205, \quad x_2^p = 0.886. \quad (27)$$

Исследуем теперь спектры квазифононов. Спектр продольно-поляризованных квазифононов остается линейным по волновому вектору

$$\omega_{\parallel}^2(k) = \omega_l^2(k) \left(1 - \frac{3\tilde{v}^2}{4E(3I_0(x) + A_0)} \right), \quad (28)$$

и влияние магнитной подсистемы на упругую сводится к перенормировке скорости продольного звука.

Спектр поперечно-поляризованных квазифононов имеет вид

$$\omega_{\perp}^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{\frac{\tilde{v}^2(1+\sigma)}{4E} - \frac{\beta^2 \left[\beta + \frac{3\tilde{v}^2(7-5\sigma)}{4E} \right]}{32\tilde{H}^2 - 2\beta \left[\beta + \frac{9\tilde{v}^2(5+\sigma)}{2E} \right]} + \Omega_0 k + \alpha k^2}{\frac{\tilde{v}^2(5+\sigma)}{4E} - \frac{\beta^2 \left[\beta + \frac{3\tilde{v}^2(7-5\sigma)}{4E} \right]}{32\tilde{H}^2 - 2\beta \left[\beta + \frac{9\tilde{v}^2(5+\sigma)}{2E} \right]} + \Omega_0 k + \alpha k^2}. \quad (29)$$

Как видно из (29), в длинноволновом пределе ($\Omega_0 k + \alpha k^2 \ll \frac{\tilde{v}^2}{E}$) при условии

$$\frac{\tilde{v}^2(1+\sigma)}{4E} - \frac{\beta^2 \left[\beta + \frac{3\tilde{v}^2(7-5\sigma)}{4E} \right]}{32\tilde{H}^2 - 2\beta \left[\beta + \frac{9\tilde{v}^2(5+\sigma)}{2E} \right]} = 0 \quad (30)$$

спектр поперечно-поляризованных квазифононов размягчается

$$\omega_{\perp}^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{\Omega_0 k + \alpha k^2}{\frac{\tilde{v}^2}{E}}.$$

Это свидетельствует о том, что при выполнении условия (30) состояние системы становится неустойчивым, и она переходит в новую фазу, а именно в фазу „легкая ось в плоскости“. Выражение (30) справедливо при малых значениях константы одноионной анизотропии ($\frac{\beta^2}{\tilde{H}^2} < \frac{v^2}{E}$). При этом магнитоупругое взаимодействие создает эффективную анизотропию в плоскости системы, которая приводит к реализации фазы „легкая ось в плоскости“. Численное решение уравнения (30) позволяет определить концентрации ионов Co , при которых система переходит в фазу „легкая ось в плоскости“,

$$x_1^a = 0.15, \quad x_2^a = 0.988. \quad (31)$$

Необходимо отметить еще одно важное обстоятельство. В настоящей работе мы рассматривали пленки

Ленгмюра–Бладжет, которые механически не связаны с подложкой. Однако эта технология достаточно сложная и не всегда удобна в реальных устройствах. Поэтому вопрос о влиянии подложки на свойства рассматриваемой системы является важным. Оценим влияние подложки. Наиболее просто это можно сделать в легкоплоскостной фазе. Предположим, что концентрация ионов кобальта такова, что пленка находится в легкоплоскостной фазе. Учет подложки можно провести, предполагая, что на пленку наложены определенные механические граничные условия, т. е. вдоль некоторых направлений деформации системы отсутствуют. Адекватно учесть механические граничные условия можно в рамках вращательно-инвариантной теории [34–36].

Как отмечалось в [37], магнитная анизотропия приводит к появлению в гамильтониане магнетика слагаемых, зависящих от антисимметричной части тензора градиентов упругих смещений (тензора дисторсии) $\partial u_i / \partial x_j$, $\omega_{ij} = (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i})$, характеризующей бесконечно малые повороты элемента объема тела. При отсутствии механических граничных условий $\omega_{ij} = 0$ (ввиду наличия только диагональных компонент тензора дисторсии). Однако стрикционные эффекты в системе с механическими граничными условиями (например, в магнетике с жестко закрепленной гранью), обусловленные искажением элементарной ячейки магнитного кристалла, сопровождаются появлением недиагональных компонент тензора дисторсии, а следовательно, наличием отличной от нуля антисимметричной части ω_{ij} , что влечет за собой поворот (вместе с элементом объема тела) локальной оси анизотропии.

Предложим, что образец жестко закреплен по плоскости пленки (плоскость ZOX). Такое закрепление образца соответствует следующим механическим граничным условиям:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yx} = 0, \quad \varepsilon_{yz} = u_{yz} = -\omega_{yz},$$

$$\varepsilon_{yy} = u_{yy} + \frac{1}{2} u_{yy}^2 + 2u_{yz}^2, \quad (32)$$

где ε_{ij} — тензор конечных деформаций, а u_{ij} и ω_{ij} — симметричная и антисимметричная части тензора дисторсии $\partial u_i / \partial x_j$ соответственно.

Анализ свободной энергии, построенной в рамках вращательно-инвариантной теории и с учетом механических граничных условий (32), позволяет получить критические значения материальных параметров системы, при которых система переходит в фазу „легкая ось в плоскости“ и „угловую“ фазу (для простоты вычислений мы пренебрегли магнитодипольным взаимодействием, т. е. пространственно неоднородная фаза не реализуется). Численный анализ этих критических значений позволяет получить критические значения концентрации C_0 , при которых реализуется либо угловая фаза, либо состояние „легкая ось в плоскости“.

Таким образом, достаточно простые оценки позволяют получить критические значения концентрации для перехода в фазу „легкая ось в плоскости“

$$x_1^a \approx 0.093, \quad x_2^a \approx 0.996. \quad (33)$$

Как видно из (33), учет влияния подложки сужает область существования фазы „легкая ось в плоскости“. Этот результат вполне предсказуем, поскольку это фазовое состояние определяется достаточно „большой“ стрикцией и малой анизотропией, а влияние подложки приводит к существенному уменьшению магнито-стрикционных эффектов.

Точка перехода из легкоплоскостной фазы в угловую, оцененная из приведенных выше соображений, практически совпадает с полученными ранее результатами (см. (25)). Это свидетельствует об уменьшении влияния подложки, что очевидно, поскольку в окрестности фазового перехода „легкая плоскость“–„угловая фаза“ определяющую роль играет одноионная анизотропия, а магнито-стрикция оказывает слабое влияние.

3. Заключение

Проведенные исследования показывают, что в зависимости от концентрации ионов C_0 в монослойных пленках $Fe_{1-x}Co_x$ могут реализоваться различные фазовые состояния. Исследование спектров элементарных возбуждений показало, что в рассматриваемом сплаве реализуется не только легкоосная и легкоплоскостная фаза, но и фазы „легкая ось в плоскости“, угловая и пространственно неоднородная (доменная) фазы. Фазовая диаграмма монослойной пленки $Fe_{1-x}Co_x$ схематично показана на рис. 3, где для получения численных значений концентрации мы воспользовались данными различных экспериментов [1,16,17,20,23].

В ряде работ проводились как экспериментальные, так и теоретические исследования пленки сплава $FeCo$ [1,16,21]. Так, фазовая диаграмма исследуемого

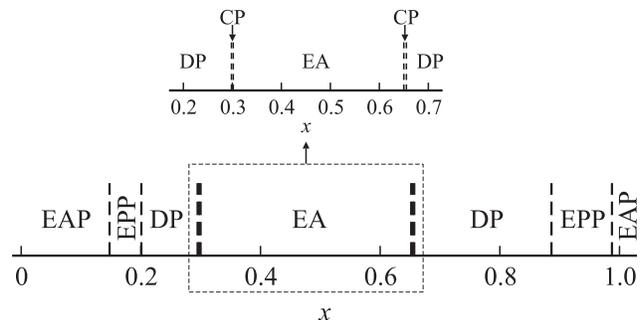


Рис. 3. Фазовая диаграмма монослойной пленки $Fe_{1-x}Co_x$ для $\alpha_1 = 1.5$ МОе, $\alpha_2 = 2$ МОе, $\alpha_3 = 1.75$ МОе. EAP — фаза „легкая ось в плоскости“, EPP — легкоплоскостная фаза, DP — доменная фаза, CP — угловая фаза, EA — легкоосная фаза. Область, обведенная штриховой рамкой, показана в увеличенном виде.

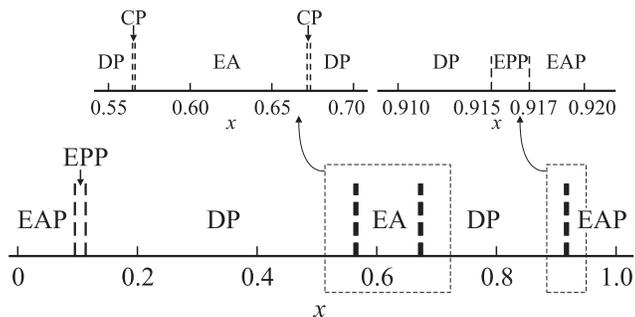


Рис. 4. Фазовая диаграмма объемной пленки $Fe_{1-x}Co_x$ для $\alpha_1 = 1.5 \text{ MOe}$, $\alpha_2 = 2 \text{ MOe}$, $\alpha_3 = 1.75 \text{ MOe}$. Обозначения те же, что на рис. 3. Данные приводятся в соответствии с работой [21].

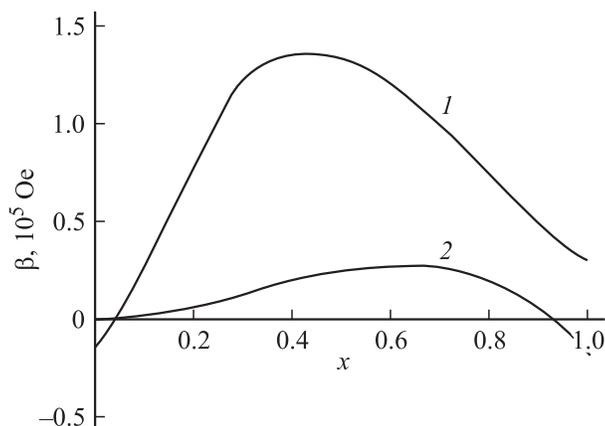


Рис. 5. Экспериментальные зависимости константы одноионной анизотропии β от концентрации Co для монослоя $Fe_{1-x}Co_x$ [1] (1) и объемного образца того же состава [16] (2).

сплава также была построена в работе [21], в которой, однако, использовалась аппроксимация экспериментальной зависимости константы одноионной анизотропии от концентрации ионов Co для объемного образца [16]. В связи с этим представляет интерес сравнить результаты, полученные в настоящей работе, с результатами [21]. И в том и в другом случае могут реализоваться одни и те же фазовые состояния, однако области реализации фазовых состояний существенно различаются. Для сравнения на рис. 4 приведена фазовая диаграмма, полученная в работе [21].

Так, фаза „легкая ось“ реализуется при концентрациях Co $0.3 < x < 0.65$, т.е. область существования легкоосной фазы значительно шире, чем в [21]. Вследствие этого не только уменьшилась область существования доменной фазы, но также сдвинулись критические значения концентраций для других фаз. Также увеличилась область реализации легкоплоскостной фазы по сравнению с результатами [21]. Эти различия можно объяснить следующим образом. Во-первых, зависимость одноионной анизотропии от концентрации ионов Co принципиально различная для монослоя $Fe_{1-x}Co_x$ и объемного

образца $Fe_{1-x}Co_x$ (рис. 5). Во-вторых, в работе [21] не учитывалась зависимость параметров магнитодипольного взаимодействия от концентрации атомов кобальта.

Кроме того, из рис. 3 видно, что области существования одних и тех же фаз различаются при малых и больших концентрациях ионов Co . Это связано с различным поведением константы одноионной анизотропии при малых и больших концентрациях x . Вначале, при $x < 0.5$, константа одноионной анизотропии резко увеличивается с ростом x (рис. 1) от отрицательной величины (соответствующей легкоплоскостной анизотропии) до максимальной положительной величины. Прежде всего это приводит к увеличению области существования фазы „легкая ось в плоскости“ при малых значениях концентрации x , чему способствует небольшая, но легкоплоскостная анизотропия. С увеличением концентрации Co происходит смена знака одноионной анизотропии (теперь она становится легкоосной), и она быстро возрастает до максимального значения (рис. 1). Именно поэтому области существования легкоплоскостной и доменной фаз при малых значениях концентрации существенно уже, чем при высоких концентрациях атомов Co ($x > 0.5$), когда константа одноионной анизотропии медленно убывает с ростом x от своего максимального значения. Благодаря тому что скорость изменения константы одноионной анизотропии при больших значениях x мала, происходит существенное увеличение области существования доменной и легкоплоскостной фаз. А поскольку константа анизотропии больше не меняет знак, область существования фазы „легкая ось в плоскости“ уменьшается практически до нуля и ее реализация объясняется тем, что величина магнитодипольного взаимодействия, создающего эффективную легкоплоскостную анизотропию, уменьшается с ростом концентрации медленнее, чем константа легкоосной одноионной анизотропии (ср. рис. 1 и 2).

Необходимо отметить, что приведенные выше соображения о роли подложки не являются точными результатами. Точная количественная модель пленки с подложкой может быть построена в рамках вращательно-инвариантной теории и представляет собой достаточно громоздкую математическую задачу.

Список литературы

- [1] G. Moulas, A. Lehnert, S. Rusponi, J. Zabloudil, C. Etz, S. Ouazi, M. Etzkorn, P. Bencok, P. Gambardella, P. Weinberger, H. Brune. *Phys. Rev. B* **78**, 214 424 (2008).
- [2] T. Sourmail. *Prog. Mater. Sci.* **50**, 816 (2005).
- [3] И.М. Франк. *УФН* **161**, 109 (1991).
- [4] J.B. Youssef, N. Tiercelin, F. Petit, H. Le Gall, V. Preobrazhensky, P. Pernod. *IEEE Trans. Magn.* **38**, 2817 (2002).
- [5] N. Tiercelin, V. Preobrazhensky, P. Pernod, H. Le Gall, J. Ben Youessef. *J. Magn. Magn. Mater.* **210**, 302 (2000).
- [6] D. Kim, J. Hong, *J. Magn. Magn. Mater.* **321**, 1821 (2009).
- [7] F. Yildiz, M. Przybylski, X.-D. Ma, J. Kirschner. *Phys. Rev. B* **80**, 064 415 (2009).

- [8] T.P.I. Saragi, C. Schmidt, K. Schultz, T. Wies, J. Salbeck, A. Ehresmann. *J. Magn. Magn. Mater.* **321**, 2204 (2009).
- [9] J.A. Koza, M. Uhlemann, Chr. Mickel, A. Gebert, L. Schultz. *J. Magn. Magn. Mater.* **321**, 2265 (2009).
- [10] D.P. Pappas, K.-P. Kämper, H. Hopster. *Phys. Rev. Lett.* **64**, 3179 (1990).
- [11] R. Allenspach, A. Bischof. *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3385 (1992).
- [12] D. Pescia, V.L. Pokrovsky. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2599 (1990).
- [13] A. Moschel, K.D. Usadel. *Phys. Rev. B* **49**, 12 868 (1994).
- [14] Ю.Н. Мицай, Ю.А. Фридман, Д.В. Спири́н. *ФНТ* **25**, 1056 (1999).
- [15] Yu.A. Fridman, D.V. Spirin, Ph.N. Klevets. *Phys. Status Solidi B* **232**, 264 (2002).
- [16] T. Burkert, L. Nordström, O. Eriksson, O. Heinonen. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 027203-1 (2004).
- [17] R.P. Erickson, D.L. Mills. *Phys. Rev. B* **46**, 861 (1992).
- [18] А.И. Ахизер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский. *ЖЭТФ* **35**, 228 (1958).
- [19] Yu.A. Fridman, Ph.N. Klevets, D.A. Matunin, O.V. Kozhemyako. *J. Phys. Chem. Solids* **67**, 2458 (2006).
- [20] С. Трикадзуми. *Физика ферромагнетизма. Магнитные характеристики и практические применения.* Мир, М. (1987). 419 с.
- [21] Yu.A. Fridman, Ph.N. Klevets, A.P. Voytenko. *J. Magn. Magn. Mater.* **320**, 3370 (2008).
- [22] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теория упругости.* Наука, М. (1987). 248 с.
- [23] С.В. Вонсовский. *Магнетизм.* Наука, М. (1971). 1032 с.
- [24] С.В. Малеев. *ЖЭТФ* **70**, 2344 (1976).
- [25] Дж. Займан. *Модели беспорядка.* Мир, М. (1982). 592 с.
- [26] А.В. Ведяев. *ТМФ* **31**, 392 (1977).
- [27] Y. Kakehashi, M. Atiqur, R. Patoary, T. Tamashiro. *Phys. Rev. B* **81**, 245 133 (2010).
- [28] R. Zimmermann, C. Schindler. *Phys. Rev. B* **80**, 144 202 (2009).
- [29] И.В. Афанасьев, Г.А. Сулопаров, В.И. Анисимов. *ФММ* **70**, 5 (1990).
- [30] Р.О. Зайцев. *ЖЭТФ* **68**, 207 (1975).
- [31] В.Г. Барьяхтар, В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский. *Функции Грина в теории магнетизма.* Наук. думка, Киев (1984). 336 с.
- [32] Ю.Н. Мицай, Ю.А. Фридман. *ТМФ* **81**, 263 (1989).
- [33] В.В. Вальков. *ТМФ* **76**, 143 (1988).
- [34] В.Г. Барьяхтар, Е.А. Туров. *Магнитоупругие возбуждения. В сб.: Электронная структура и электронные свойства металлов и сплавов / Под ред. В.Г. Барьяхтара.* Наук. думка, Киев (1983). С. 39.
- [35] Ю.Н. Мицай, Ю.А. Фридман, О.В. Кожемяко, Б.Л. Эйнгорн. *ФНТ* **24**, 345 (1998).
- [36] И.М. Витебский, Н.М. Лавриненко, Ю.Н. Мицай, А.Н. Майорова, Ю.А. Фридман. *Школа-симпозиум по физике магнитных явлений.* Алушта (1993). С. 64.
- [37] К.Б. Власов. *ЖЭТФ* **43**, 2128 (1962).