01,04 Радиационный теплообмен сферических частиц с пластинами металла и диэлектрика

© Г.В. Дедков, А.А. Кясов

Кабардино-Балкарский государственный университет, Нальчик, Россия

E-mail: gv_dedkov@mail.ru

(Поступила в Редакцию 26 июля 2010 г.)

В рамках флуктуационной электродинамики исследуется радиационный теплообмен неподвижной сферической частицы с пластиной. Численно анализируются случаи металлических и диэлектрических материалов частиц и пластин (золота и диоксида кремния). Сравниваются различные теоретические модели для термического кондактанса, а также проводится сопоставление результатов с имеющимися экспериментальными данными.

1. Введение

Теория радиационного теплообмена (РТ) нагретых тел с различной температурой, разделенных узким вакуумным зазором, развивалась несколькими группами авторов [1–15]. РТ, а также силы Ван-дер-Ваальса–Казимира консервативно-диссипативного характера являются проявлением флуктуационного электромагнитного взаимодействия. Для возникновения РТ необходимым условием является наличие разности температур, тогда как силы Ван-дер-Ваальса и Казимира существуют и между холодными телами.

Анализ литературы показывает, что как в теоретическом, так и в экспериментальном плане изучению РТ в диапазоне нано- и микрометровых расстояний между телами до сих пор уделялось гораздо меньше внимания, чем изучению сил Ван-дер-Ваальса–Казимира (см., например, [15–18]). К хорошо изученным теоретическим конфигурациям относятся конфигурации двух параллельных пластин [3,6,8,15], двух сферических частиц в дипольном приближении [11,12,19,20] и дипольной частицы над плоской поверхностью (толстой пластиной) [15,21]. Поскольку структура флуктуационного электромагнитного поля вблизи искривленных поверхностей сложной формы плохо поддается теоретическому анализу, названные конфигурации могут считаться реперными.

Экспериментальные исследования РТ между близко расположенными телами весьма немногочисленны [22-28]. Только в последних из них использовалась конфигурация сферической частицы над пластиной, более удобная для позиционирования [26-28]. В более ранних работах [22-24] рассматривалась конфигурация параллельных пластин, причем результаты [22] носили качественный характер, а в работе [23] минимальное расстояние между пластинами превышало несколько микрометров, вследствие чего теплообмен, связанный с туннелированием ближних электромагнитных мод, был незначителен. Авторам [24], использовавшим конфигурацию иглы туннельного микроскопа над пластиной, удалось измерить радиационный кондактанс при ширине зазора $0.05-0.2\,\mu m$, но количественная интерпретация результатов является не совсем удовлетворительной из-за отсутствия точной информации о форме иглы. По-видимому, подобная неопределенность характерна и для работы [25], в которой в аналогичной ситуации величина зазора изменялась в пределах 1–100 nm.

В настоящей работе преследуются две цели: 1) обсуждение и тестирование полученных нами ранее теоретических выражений [15,19,20] для скорости радиационной теплоотдачи малых частиц (металлических и диэлектрических) на основе численного анализа; 2) сравнение результатов расчета радиационно-теплового кондактанса с экспериментальными данными [26–28].

2. Основные теоретические соотношения

Общее выражение для скорости радиационной теплоотдачи малой сферической частицы, имеющей температуру T_1 , удаленной на расстояние z от пластины с температурой T_2 , находящейся в тепловом равновесии с вакуумным фоном, было получено в наших работах [15]. Оно отвечает дипольному приближению флуктуационной электродинамики $R/z \ll 1$, $R \ll \lambda_0$ (R — радиус частицы, λ_0 — характерная длина волны поглощаемого излучения) и имеет вид

$$dQ/dt = -\frac{4\hbar}{\pi c^3} \int_0^\infty d\omega \omega^4 \left[\Pi(\omega, T_1) - \Pi(\omega, T_2) \right]$$

$$\times \left[\alpha_e''(\omega) + \alpha_m''(\omega) \right] - \frac{2\hbar}{\pi c^3} \int_0^\infty d\omega \omega^4 \left[\Pi(\omega, T_1) - \Pi(\omega, T_2) \right]$$

$$\times \int_0^\infty du \exp\left(-\frac{2\omega z}{c} u \right) \left[\alpha_e'' \operatorname{Im} f_e + \alpha_m'' \operatorname{Im} f_m \right]$$

$$- \frac{2\hbar}{\pi c^3} \int_0^\infty d\omega \omega^4 \left[\Pi(\omega, T_1) - \Pi(\omega, T_2) \right] \int_0^1 du$$

$$\times \left[\operatorname{Re}\left(\tilde{f}_e \exp\left(\frac{2i\omega z}{c} u \right) \right) \alpha_e'' + \operatorname{Re}\left(\tilde{f}_m \exp\left(\frac{2i\omega z}{c} u \right) \right) \alpha_m'' \right],$$
(1)

$$f_e(u,\omega) = (2u^2 + 1)\Delta_e(u,\omega) + \Delta_m(u,\omega), \qquad (2)$$

$$f_m(u,\omega) = (2u^2 + 1)\Delta_m(u,\omega) + \Delta_e(u,\omega), \quad (3)$$

$$\tilde{f}_e(u,\omega) = (1 - 2u^2)\tilde{\Delta}_e(u,\omega) + \tilde{\Delta}_m(u,\omega), \quad (4)$$

$$\tilde{f}_m(u,\omega) = (1 - 2u^2)\tilde{\Delta}_m(u,\omega) + \tilde{\Delta}_e(u,\omega), \quad (5)$$

$$\Delta_e(u,\omega) = rac{arepsilon(\omega)u - \sqrt{u^2 + 1 - arepsilon(\omega)}}{arepsilon(\omega)u + \sqrt{u^2 + 1 - arepsilon(\omega)}},$$

$$\Delta_m(u,\omega) = \frac{u - \sqrt{u^2 + 1 - \varepsilon(\omega)}}{u + \sqrt{u^2 + 1 - \varepsilon(\omega)}},\tag{6}$$

$$ilde{\Delta}_e(u,\omega) = rac{arepsilon(\omega)u - \sqrt{u^2 + arepsilon(\omega) - 1}}{arepsilon(\omega)u + \sqrt{u^2 + arepsilon(\omega) - 1}},$$

$$\tilde{\Delta}_m(u,\omega) = \frac{u - \sqrt{u^2 + \varepsilon(\omega) - 1}}{u + \sqrt{u^2 + \varepsilon(\omega) - 1}}.$$
(7)

В приведенных формулах $\alpha_{e,m}''(\omega) \sim R^3$ обозначают зависящие от частоты мнимые части дипольной электрической и магнитной поляризуемости, $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ — диэлектрическая и магнитная проницаемость материала пластины, $\Pi(\omega, T) = (\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1)^{-1}$ — распределение Бозе–Эйнштейна для фотонов, остальные обозначения стандартны. Для простоты записи аргументы некоторых функций в (1) опущены.

Первое интегральное слагаемое в правой части (1), не зависящее от расстояния z, описывает теплообмен между частицей и вакуумным фоном, второе и третье теплообмен с пластиной, осуществляемый ближними и радиационно-волновыми модами поверхности. Для нейтрального атома в основном состоянии ($T_1 = 0$) формула (1) предсказывает "нагрев", который физически можно трактовать как проявление сдвига уровней энергии атома вблизи нагретой поверхности [15]. Отметим, что наличие двух вкладов в скорость теплоотдачи частицы отражает независимость корреляций флуктуационного электромагнитного поля в веществе пластины и в вакуумном фоне. Как показывают численные расчеты, вклады второго и третьего интегрального слагаемых (1), связанные с поверхностными модами ближнего и волнового характера, при достаточно больших расстояниях z противоположны по знаку и асимптотически гасят друг друга (см. линии 1, 2 на рис. 1). В итоге остается только вклад теплоотдачи частицы в вакуум. Таким образом, в рассматриваемой конфигурации вакуумная асимптотика скорости теплоотдачи реализуется естественным образом. В то же время неучет вакуумного вклада, показанного линией 3 на рис. 1, приводит к физически некорректному поведению скорости теплоотдачи в определенном интервале расстояний (ср. линии 1 и 2): dQ/dt > 0 при $T_1 < T_2$. Отмеченная особенность свидетельствует о принципиальной роли вакуумного фона в данной конфигурации [15].

Следует также отметить, что асимптотика Стефана– Больцмана для теплового излучения частицы не вытекает из формулы (1) по определению, так как отвечает



Рис. 1. Отдельные вклады в тепловой кондактанс малых металлических частиц (см. (1)). *1* — вклад мод ближнего поля, *2* — вклад волновых поверхностных мод, *3* — вклад излучения в вакуум (первое слагаемое (1)), *4* — результирующая зависимость.

условию применимости геометрической оптики: $R \gg \lambda_0$. В этом приближении излучение в вакуум определяется формулой (9), умноженной на площадь поверхности частицы $4\pi R^2$. В промежуточном интервале соотношений между R и λ_0 для расчета этой части теплоотдачи частицы следует использовать теорию Ми [29].

Теперь рассмотрим теплообмен в конфигурации параллельных пластин, следуя работам [3,6,8,15]. Выражение для теплового потока между пластинами (полупространствами) с температурами T_1 и T_2 , отнесенное к единице площади вакуумного контакта, имеет вид

$$S(l) = \frac{\hbar}{4\pi^2} \int_0^\infty d\omega \omega \left[\Pi(\omega, T_1) - \Pi(\omega, T_2) \right] \\ \times \sum_{\mu=e,m} \left[\int_0^{\omega/c} dkk \, \frac{(1 - |\Delta_{1\mu}|^2 - |\Delta_{2\mu}|^2)}{|D_{\mu}|^2} \right] \\ + 4 \int_{\omega/c}^\infty dkk \, \frac{\mathrm{Im} \, \Delta_{1\mu} \, \mathrm{Im} \, \Delta_{2\mu} \exp(-2q_0 l)}{|D_{\mu}|^2} + \left], \quad (8)$$

где $q_0 = (k^2 - \omega^2/c^2)^{1/2}$, $D_{\mu} = 1 - \Delta_{1\mu}\Delta_{2\mu} \exp(-2q_0 l)$, индексы 1, 2 нумеруют пластины, а μ — волны различной поляризации. Коэффициенты отражения $\Delta_{i\mu}$ определяются формулами (6), (7) для каждой пластины с учетом типа материалов и поляризации. Для того чтобы записать их в терминах волнового вектора k, нужно в (6) сделать подстановку $u^2 + 1 = kc/\omega$, а в формуле (7) $1 - u^2 = kc/\omega$ соответственно. Первое слагаемое в (8) слабо зависит от расстояния l между пластинами и определяет тепловой поток, переносимый радиационными модами. В пределе черного материала пластин $\Delta_{1\mu} = \Delta_{2\mu} = 0$ этот поток равен разности потоков, идущих от одной пластины к другой (в соответствии с законом Стефана–Больцмана). Второе слагаемое в (8) описывает поток излучения, переносимый ближними электромагнитными модами. Существенно, что специфика вакуумного фона в данном случае отсутствует в самой постановке задачи, поэтому при $l \to \infty$ из (8) принципиально невозможно получить мощность теплового излучения в вакуум от одной изолированной пластины [2]

$$S^{\text{vac}} = \frac{\hbar}{4\pi^2} \int_0^\infty d\omega \omega \left[\Pi(\omega, T_1) - \Pi(\omega, T_2) \right]$$
$$\times \int_0^{\omega/c} dkk (2 - |\Delta_{1e}|^2 - |\Delta_{1m}|^2). \tag{9}$$

В формулах (8), (9) S > 0 отвечает потоку излучения, уходящему от более нагретой пластины, а формулы для dQ/dt, такие как (1) и далее (10), (14), записаны таким образом, что уходящему излучению соответствует dQ/dt < 0.

Конфигурация сферических частиц малого радиуса в дипольном приближении также допускает точное аналитическое решение. В случае, когда частицы имеют температуры T_1, T_2 и находятся в равновесном вакуумном фоне с температурой T_3 , для результирующей скорости теплоотдачи первой частицы следует [19,20]

$$dQ/_{1}/dt = \frac{4\hbar}{\pi c^{3}} \int_{0}^{\infty} d\omega \omega^{4} \left(\alpha_{1e}^{\prime\prime}(\omega) + \alpha_{1m}^{\prime\prime}(\omega) \right)$$

$$\times \left[\Pi(\omega, T_{1}) - \Pi(\omega, T_{2}) \right] + \frac{4\hbar}{\pi r^{6}} \int_{0}^{\infty} d\omega \omega \left[\alpha_{1e}^{\prime\prime}(\omega) \alpha_{2e}^{\prime\prime}(\omega) + \alpha_{1m}^{\prime\prime}(\omega) \alpha_{2m}^{\prime\prime}(\omega) \right] \left(3 + (\omega r/c)^{2} + (\omega r/c)^{4} \right)$$

$$\times \left[\Pi(\omega, T_{1}) - \Pi(\omega, T_{2}) \right], \qquad (10)$$

где r — расстояние между центрами частиц с радиусами R_1, R_2 , индексы коэффициентов $\alpha_{ie,m}$ нумеруют частицы (i = 1, 2) и тип поляризуемости. Условия применимости дипольного приближения означают

$$R_1, R_2 \ll r, \quad R_1, R_2 \ll \min(\lambda_{T1}, \lambda_{T2}, \lambda_{T3}), \qquad (11)$$

где $\lambda_{T1}, \lambda_{T2}, \lambda_{T3}$ — характерные длины волн равновесного теплового излучения с температурами T_1, T_2, T_3 . Заметим, что данная тепловая конфигурация носит даже более общий характер, чем вначале рассмотренная конфигурация частица–пластина, когда пластина и окружающий фон находятся в тепловом равновесии.

В формуле (10), как и в (1), первое интегральное слагаемое описывает вклад в теплоотдачу (излучение) частицы в вакуум, а второе — вклад в теплоотдачу непосредственно другой частице. Очень близкие по виду

выражения для второго слагаемого в (10) были получены также другими авторами [8,10–12], но величина численного коэффициента перед интегралом в них значительно отличалась от $4/\pi$ (см. [19,20]). Так, в ранней работе [8] этот коэффициент был равен $1/2\pi^2$, а в более поздней работе [10] тех же авторов — $128/\pi$; $1/4\pi^3$ — в работе [11] и, наконец, $1/8\pi^3$ — в работе [12]. Этот разнобой в итоге приводит к возможному изменению оценок абсолютной величины скорости теплообмена в 10^4 раз! Отмеченные расхождения, на наш взгляд, обусловлены неточностями численных множителей при записи корреляторов флуктуационного электромагнитного поля частиц.

Рассмотрение кондактанса двух сферических частиц в контексте настоящей работы важно для сравнения эффективности теплоотдачи с конфигурацией сферапластина, а также для проверки предположения авторов [26] о том, что тепловой кондактанс в последнем случае в 2 раза выше, чем в конфигурации двух сфер при одинаковой ширине зазора.

Скорость теплоотдачи сферической частицы при малой ширине зазора

Для частицы большого радиуса *R*, находящейся вблизи пластины, формула (8) непосредственно неприменима. Аналогичная ситуация имеет место и при вычислении сил Казимира. В этом случае в расчетах сил применяется локально-плоское приближение (LFA) [17], по аналогии с которым скорость радиационной теплоотдачи сферической частицы выражается через скорость теплоотдачи плоской поверхности [8,10,28]

$$dQ/dt = -2\pi \int_{0}^{\infty} d\rho \rho S(z(\rho)) \approx -2\pi R \int_{z_0}^{\infty} S(z)dz, \quad (12)$$

где z_0 — минимальное расстояние сферы от поверхности. Область применимости (12) ограничивается условием $z_0/R \ll 1$. Например, в расчетах незапаздывающих сил Казимира погрешность LFA возрастает пропорционально z_0/R [30].

В наших работах [15,20,21] был предложен другой приближенный метод, основанный на использовании формулы (1) в дипольно-аддитивном приближении (DAA). В этом случае она рассматривается как локальное соотношение для малого объема dV вещества сферической частицы. Для этого делается замена $R^3 \rightarrow \frac{3}{4\pi} dV$ в коэффициентах поляризуемости, а затем производится дополнительное интегрирование по объему частицы

$$dQ(z_0)/dt = \int_V f(z)d^3r = \pi z_0^3$$

$$\times \int_1^{1+2R/z_0} f(z_0s) \left[\frac{2R}{z_0} (s-1) - (s-1)^2\right] ds, \quad s = z/z_0, \quad (13)$$

где f(z) — зависящая от расстояния $z = z_0 s$ функция, стоящая в правой части (1) (второе и третье слагаемые).

Вид вакуумного вклада при этом формально не изменяется. Формула, аналогичная (13), может использоваться и при вычислении сил Казимира [15]. Преимуществом ее является отсутствие ограничения на величину отношения z_0/R : при $z_0/R \gg 1$ формула (13) переходит в (1) и становится точной. В то же время при $z_0/R \ll 1$ ее точность сравнима с точностью LFA (по крайней мере, при вычислении сил Казимира [15]). Отметим также, что DAA принципиально отличается от метода аддитивного суммирования межатомных потенциалов в приближенных расчетах сил Ван-дер-Ваальса-Казимира [17], поскольку в (1) включены эффекты запаздывания, а

атомов. Для дальнейших вычислений целесообразно при подстановке (1) в (13) изменить порядок интегрирования по переменным и, s и выполнить интегрирование по переменной s. В результате для скорости теплоотдачи частицы пластине получим

сама частица, вообще говоря, включает большое число

$$dQ_{s}/dt = -\frac{2\hbar}{\pi c^{3}} \int_{0}^{\infty} d\omega \omega^{4} \left[\Pi(\omega, T_{1}) - \Pi(\omega, T_{2}) \right]$$

$$\times \int_{0}^{\infty} du Y_{1}(xu, y) \left[\alpha_{e}^{\prime\prime} \operatorname{Im} f_{e} + \alpha_{m}^{\prime\prime} \operatorname{Im} f_{m} \right]$$

$$- \frac{2\hbar}{\pi c^{3}} \int_{0}^{\infty} d\omega \omega^{4} \left[\Pi(\omega, T_{1}) - \Pi(\omega, T_{2}) \right]$$

$$\times \int_{0}^{1} du \Big\{ \left[\operatorname{Re} \tilde{f}_{e} Y_{2}(xu, y) - \operatorname{Im} \tilde{f}_{e} Y_{3}(xu, y) \right] \alpha_{e}^{\prime\prime} + (e \to m) \Big\},$$
(14)

где слагаемое $(e \rightarrow m)$ идентично первому слагаемому, стоящему в фигурных скобках, с соответствующей заменой функций, а вспомогательные функции $Y_{1-3}(x, y)$ приведены в Приложении. Необходимо добавить, что в формуле (14) поляризуемости относятся к единице объема вещества частиц.

},

Метод DDA был использован нами и для расчета теплообмена сферических частиц большого радиуса *R*, находящихся в близком вакуумном контакте [19]. В этом случае второе слагаемое формулы (10) интегрируется по объемам сфер, а результирующая формула имеет вид (без учета излучения в вакуум)

$$dQ_{12}/dt = \frac{4\hbar}{\pi} \int_{0}^{\infty} d\omega \omega \left[\alpha_{1e}^{\prime\prime} \alpha_{2e}^{\prime\prime} + \alpha_{1e}^{\prime\prime} \alpha_{2e}^{\prime\prime} \right] \\ \times \left[3f_{1}(x) + (\omega R/c)^{2} f_{2}(x) + (\omega R/c)^{4} f_{3}(x) \right] \\ \times \left[\Pi(\hbar\omega, T_{2}) - \Pi(\omega, T_{1}) \right], \quad x = 2R/(2R + z_{0}), \quad (15)$$

где z_0 — ширина щели, а функции $f_{1-3}(x)$ приведены в Приложении. Как и в (14), поляризуемости частиц в (15) нормированы на единицу объема, а частотные аргументы для сокращения записи опущены. Не представляет принципиальных затруднений и получение формулы для dQ_{12}/dt в случае частиц разного радиуса.

4. Результаты расчета радиационно-тепловых кондактансов

По определению термический кондактанс определяется выражением

$$G(z_0) = \dot{Q}(z_0) / \Delta T, \qquad (16)$$

где $\dot{Q}(z_0)$ — скорость теплоотдачи, отвечающая температурам T₁ и T₂ контактирующих тел при ширине зазора z_0 , $\Delta T = T_1 - T_2$. Величина $G(z_0)$ может вычисляться как при конечном значении ΔT , так и в пределе $\Delta T \rightarrow 0$. Поскольку функция $\dot{Q}(z_0)$ возрастает с увеличением разности температур, кондактансы, вычисляемые при $\Delta T \rightarrow 0$, всегда несколько меньше, чем при конечной разности температур ΔT .

В случае металлов диэлектрические функции материалов частицы и пластины рассчитывались в приближении Друде с параметрами золота $\omega_p = 1.37 \cdot 10^{16}$ rad/s, $\tau = 1.89 \cdot 10^{-14}$ s. Для диэлектриков расчеты проводились с диэлектрическими характеристиками диоксида кремния [31]. Этот материал имеет два пика инфракрасного поглощения в диапазонах частот от 0.055 до 0.07 eV и от 0.14 до 0.16 eV. Соответствующая диэлектрическая функция аппроксимировалась осцилляторной моделью с двумя пиками.

Поляризуемости частиц определялись стандартными выражениями [32]

$$\alpha_e(\omega) = R^3 \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega) + 2},\tag{17}$$

$$\alpha_m(\omega) = -0.5R^3 \left[1 - \frac{3}{R^2k^2} + \frac{3}{Rk} \operatorname{ctg}(Pk) \right],$$

$$k = (1+i)/\delta(\omega), \qquad (18)$$

где $\varepsilon(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость, а $\delta(\omega)$ толщина скин-слоя. Как было показано нами в [33], в расчетах сил Казимира и теплообмена для металлов вклад электрической поляризации частицы по сравнению с вкладом магнитной пренебрежимо мал. Напротив, для диэлектрических частиц можно пренебречь вкладом магнитной поляризации.

В модели DAA для конфигурации сфера-пластина при расчетах магнитной поляризуемости величина радиуса в квадратных скобках (18) остается как дополнительный параметр R, отличный от полного радиуса частицы R. В наших расчетах величина \tilde{R} выбиралась с таким условием, чтобы при минимальной ширине зазора 1-10 nm величина теплового кондактанса согласовывалась с расчетом в модели LFA. При этом мы получили оценку Расчет по формулам (8), (12) сопряжен с необходимостью интегрирования быстро осциллирующих функций для радиационно-волновых вкладов. Для этой цели применялся численный метод, аналогичный использованному в работе [5], но с заменой интеграла по волновым векторам на сумму интегралов по периодам осцилляций подынтегральных функций.

На рис. 2, 3 приведены результаты расчета кондактанса сферических частиц золота с радиусами 5 и $25 \,\mu$ m, находящихся вблизи поверхности золота (T = 300 K,



Рис. 2. Радиационно-тепловой кондактанс сферических частиц Au в вакуумном контакте с пластиной Au ($R = 5 \mu$ m, T = 300 K, $\Delta T \rightarrow 0$). Сплошная линия — DAA с учетом излучения в вакуум, пунктирная — LFA, штриховая — вклад излучения в вакуум (первое слагаемое (1)).



Рис. 3. То же, что на рис. 2, при $R = 25 \,\mu$ m. Вклад излучения в вакуум (штриховая линия) рассчитан в приближении Стефана–Больцмана (см. (9)).



Рис. 4. Отношение кондактансов в конфигурациях сферапластина (DAA) и сфера-сфера (см. (10)) для часитц Au и пластины Au. В обоих случаях вклады излучения в вакуум включены в расчет, T = 300 K, $\Delta T \rightarrow 0$. Радиусы частиц указаны около кривых.

 $\Delta T \rightarrow 0$). Моделям DAA и LFA соответствуют сплошные и пунктирные линии. Штриховыми линиями показаны вклады излучения в вакуум. Для частиц большого радиуса $(R > 5 \mu m)$ вакуумные кондактансы находились по формулам (9), (16), а для более мелких частиц с радиусами *R* ≤ 5 µm — в соответствии с первым слагаемым формул (1), (10). Для сравнения конфигураций сферапластина и сфера-сфера на рис. 4 показаны результаты расчета отношения соответствующих кондактансов $K(z_0)$ с учетом вакуумных вкладов для частиц с радиусами 1, 5 и $25 \mu m$. Как видно из рис. 4, предположение авторов [20] о том, что $K(z_0) = 2$, не отвечает действительности. При z₀ ≤ 0.05 µm для частиц с радиусами $R = 5 - 25 \,\mu m$ $K(z_0) > 2$, а для частиц малого радиуса $(R = 1 \, \mu \text{m} \text{ и менее по нашим расчетам})$ эффективность теплового излучения в конфигурации двух сфер может стать даже более высокой при минимальных значениях ширины щели. При z₀ < 0 µm, как и следовало ожидать, модели DAA и LFA хорошо согласуются между собой. Величина $z_0 = 0.1 \, \mu m$ близка к длине волны поверхностных плазмонов и определяет эффективную ширину щели, в пределах которой теплоотдача в металлическом радиационном контакте быстро уменьшается до вакуумного уровня. Однако в диапазоне расстояний 0.1-10 µm обе модели существенно различаются: в LFA кондактанс частицы, находящейся вблизи пластины, остается всегда ниже, чем в ее отсутствие, в то время как в DAA имеется минимум теплоотдачи при $z_0 \approx 1 \, \mu m$, после которого она восстанавливается до вакуумного значения. При $z_0 > 10 \,\mu m$ также наблюдаются слабые осцилляции.

Кратко остановимся на результатах эксперимента [25] для контакта Au–Au, в котором радиус зондирующей части иглы сканирующего микроскопа был равен 60 nm, а температуры зонда и поверхности составляли 300 и 100 K соответственно. При этих условиях при минимальном расстоянии $z_0 = 1$ nm измеренная скорость теплоотдачи оказалась близкой к $\dot{Q} = 10^{-5}$ W. Расчет по модели DAA для этого случая дает величину $\dot{Q} = 3 \cdot 10^{-9}$ W и G = 0.02 nW/K (при T = 300 K и $\Delta T \rightarrow 0$). Налицо явное несоответствие экспериментальных и теоретических значений. Авторы [25], используя упрощенную теоретическую схему расчета, также отметили это несоответствие, и это побудило их к предложению специальной эвристической модели для согласования теоретических данных с экспериментальными. По нашему мнению, расхождение связано не с погрешностью теоретических моделей теплообмена, базирующихся на общепринятой флуктуационноэлектромагнитной теории, а с неточной калибровкой экспериментальных данных, что могло привести к зна-



Рис. 5. Тепловой кондактанс сферической частицы диоксида кремния с радиусом $R = 25 \,\mu\text{m}$ в вакуумном контакте со стеклянной пластиной без учета излучения в вакуум. $T_1 = 346.5 \,\text{K}$, $T_2 = 300 \,\text{K}$. Сплошная линия — DAA (без учета вклада излучения в вакуум), штриховая — LFA, точки — экспериментальные данные [28].



Рис. 6. То же, что на рис. 5, при $R = 47 \,\mu$ m, $T_1 = 316.5$ К, $T_2 = 300$ К. Точками показаны экспериментальные данные [26,27]. Результаты DAA увеличены на 0.1 nW/K для того, чтобы значения кондактанса были положительными.



Рис. 7. То же, что на рис. 4, для частиц диоксида кремния и стеклянной пластины.

чительному завышению результатов измерений. Об этом свидетельствует то, что качественный ход зависимости $\dot{Q}(z_0)$ в [25] хорошо согласуется с теоретически ожидаемым: теплоотдача характеризуется такой же критической шириной зазора 0.1 μ m, по достижении которой она (в металлическом контакте) приближается к вакуумному уровню. Имеется согласие и с величиной теоретически ожидаемого относительного изменения мощности излучения (на два порядка величины) при увеличении z_0 от 1 до 100 nm. Еще один аргумент в подтверждение сказанного состоит в том, что величина радиационнотеплового кондактанса в эксперименте [25] значительно превышает измеренные значения кондактанса в случае диэлектрических материалов, что в корне противоречит теоретическим представлениям (см. далее).

Результаты расчета тепловых кондактансов для частиц диоксида кремния вблизи поверхности стекла представлены на рис. 5-7. Наряду с расчетными данными моделей DAA и LFA (сплошные и штриховые линии) на рис. 5, 6 показаны также результаты экспериментов [26-28] для частиц с радиусами 25 и 47 µm. В обоих случаях температуры пластин фиксировались на уровне 300 К, а температуры частиц составляли соответственно 346.5 и 316.5 К. Как следует из рисунков, теоретические модели предсказывают в несколько раз более интенсивное тепловое излучение частиц при $z_0 < 0.1 \,\mu\text{m}$. Для частиц с радиусом R = 25 µm результаты расчета в модели DAA хорошо согласуются с экспериментальными значениями в диапазоне расстояний 0.3-2 µm и выглядят предпочтительнее по сравнению с LFA. Для частиц с радиусом $R = 47 \, \mu m$ картина обратная. Причем при $z_0 > 1 \,\mu m$ линия LFA опускается даже ниже экспериментальных значений (ср. рис. 5 и 6). Возможно, что при нормировке экспериментальных данных в [28] при вычитании вклада фонового излучения также имелась определенная погрешность.

Из рис. 5, 6 следует также, что теплоотдача диэлектрических частиц при $z_0 < 0.1 \, \mu$ m оказывается более чем на порядок величины выше, чем у металлических частиц (рис. 2, 3), а характерное расстояние, на котором она достигает вакуумного уровня, увеличивается до нескольких микрометров. Это обусловлено тем, что резонансы поглощения диоксида кремния соответствуют длинам волн около 7 и 20 µm, поэтому область ближнего поля простирается дальше, чем в случае металлических тел. Такое же соотношение получается и при сравнении кондактанса двух пластин (см. (8)): при $l = 0.01 \, \mu m$ кондактанс стеклянных пластин в 50 раз выше, чем металлических. Примерно в той же пропорции находятся кондактансы частиц при излучении в вакуум. Так, в частности, для частиц диоксида кремния с радиусом $R = 25 \,\mu m$ вакуумный кондактанс составляет 36.6 nW/K (расчет по формуле (9) при $T = 300 \, \text{K}$), а для металлических — только 0.48 nW/К. Для мелких частиц с радиусом $0.05 \,\mu m$ (расчет по формуле (10), первое слагаемое) кондактансы в случае диоксида кремния и золота составляют 0.15 и 0.002 pW/K, но их отношение практически не изменяется.

На рис. 7 сравнивается теплоотдача в конфигурациях сфера-пластина и сфера-сфера. Как показывают результаты, отношение $K(z_0)$ кондактансов для этих случаев противоположным образом зависит от радиуса частиц по сравнению со случаем металлических материалов. В отличие от рис. 4 при малой ширине щели для мелких диэлектрических частиц ($R \le 1 \mu m$) $K(z_0) > 1$, а при переходе к более крупным частицам $K(z_0)$ резко уменьшается, поэтому теплоотдача в конфигурации двух сфер большого радиуса становится значительно более эффективной, чем в конфигурации сфера-пластина (ср. зависимости для R = 10 и $25 \,\mu m$). Напротив, для металлических тел (рис. 4) теплоотдача больших частиц в конфигурации сфера-пластина более эффективна, а для мелких менее эффективна, чем в конфигурации сфера-сфера.

5. Заключение

Рассмотрены теоретические модели радиационного теплообмена в вакуумных контактах сферических частиц с пластинами, основанные на флуктуационноэлектромагнитной теории и допускающие точное аналитическое решение: конфигурации параллельных пластин, двух дипольных частиц и дипольной частицы вблизи пластины. Для перехода к конфигурации сфера-пластина с малой шириной зазора применяется локально-плоское приближение, основанное на выражении для скорости теплоотдачи в системе параллельных пластин, а также предложен новый вариант аддитивно-дипольного приближения. Такой же подход использован для расчета теплообмена двух сферических частиц при малой ширине зазора. Теплоотдача частиц в вакуум рассчитывается в классическом приближении Стефана-Больцмана для частиц большого радиуса и на основе дипольного приближения для частиц малого радиуса.

На основе численных расчетов делается вывод о том, что теоретические модели DAA и LFA достаточно

хорошо описывают результаты измерений теплоотдачи в контактах частиц диоксида кремния со стеклом в диапазоне расстояний $0.2-3\,\mu$ m. При меньших расстояниях теоретически ожидаемые кондактансы возрастают более круто. Для более детального изучения характера теплообмена в области расстояний $3-10\,\mu$ m необходимы дополнительные измерения с корректным учетом температурного состояния вакуумного фона.

Показано, что радиационно-тепловые кондактансы в системе металлических тел в несколько десятков раз ниже, чем в случае ионных диэлектриков. Характерная величина ширины щели, при которой кондактанс асимптотически приближается к вакуумным значениям, составляет для металлов $0.1 \,\mu$ m, а для диоксида кремния — несколько микрометров. Кроме того, обнаружены особенности в соотношении кондактансов для конфигураций сфера-сфера и сфера-пластина: в вакуумном контакте диэлектрических сфер большого радиуса ($R \ge 5 \,\mu$ m) кондактанс выше, чем в контакте сфера-пластина (при малой ширине зазора), а в контакте металлических тел — наоборот.

Анализируются причины резкого расхождения теоретических оценок и экспериментальных измерений радиационного кондактанса [26] в вакуумном контакте металлического зонда сканирующего микроскопа с поверхностью золота.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность д-ру Sheng Shen за ценную информацию о результатах измерений.

Приложение

1...

$$Y_{1}(x, y) = \int_{1}^{1+y} \exp(-xz) \left[y(z-1) - (z-1)^{2} \right] dz$$
$$= \frac{(xy+2)}{x^{3}} \exp\left(-x(1+y)\right) + \frac{(xy-2)}{x^{3}} \exp(-x),$$
(II1)

$$Y_2(x, y) = \int_{1}^{1+y} \cos(xz) \left[y(z-1) - (z-1)^2 \right] dz = -\frac{y}{x^2} \cos(xz) \left[y(z-1) - (z-1)^2 \right] dz$$

×
$$(x(1+y)) + \frac{2}{x^3} \sin(x(1+y)) - \frac{y}{x^2} \cos x - \frac{2}{x^3} \sin x,$$
 (II2)

$$Y_3(x, y) = \int_{1}^{1+y} \sin(xz) [y(z-1) - (z-1)^2] dz = -\frac{y}{x^2} \sin(xz) [y(z-1) - (z-1)^2] dz$$

$$\times (x(1+y)) - \frac{2}{x^3} \cos(x(1+y)) - \frac{y}{x^2} \sin x + \frac{2}{x^3} \cos x,$$
(II3)
$$f_1(x) = \frac{3}{32} \left[\ln(1-x^2) + \frac{x^2(2-x^2)}{2(1-x^2)} \right],$$
(II4)

$$f_2(x) = \frac{3}{32} \left[2x^2 - (3x^2 - 2)\ln(1 - x^2) - x^3\ln\frac{1 + x}{1 - x} \right],$$
(II5)

$$f_3(x) = \frac{3}{320} \left[11x^4 + 2x^2 - (10x^3 - 2x^5) \ln \frac{1+x}{1-x} \right]$$

$$-(10x^2-2)\ln(1-x^2)\bigg].$$
 (II6)

Список литературы

- С.М. Рытов. Теория равновесных электрических флуктуаций и теплового излучения. Изд-во АН СССР, М. (1953). 231 с.
- [2] М.Л. Левин, С.М. Рытов. Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике. Наука, М. (1967). 308 с.
- [3] D. Polder, M. Van Hove. Phys. Rev. B 4, 3303 (1971).
- [4] R.P. Caren. Int. J. Heat Mass Transfer 17, 755 (1974).
- [5] М.Л. Левин, В.Г. Полевой, С.М. Рытов. ЖЭТФ 79, 2087 (1980).
- [6] J.J. Loomis, H.J. Maris. Phys. Rev. B 50, 18517 (1994).
- [7] J.B. Pendry. J. Phys.: Cond. Matter 11, 6621 (1999).
- [8] A.I. Volokitin, B.N.J. Persson. Phys. Rev. B 63, 205404 (2001).
- [9] J.-P. Mulet, K. Joulain, R. Carminati, J.-J. Greffet. Appl. Phys. Lett. 78, 19, 293 (2001).
- [10] А.И. Волокитин, Б.Н.Дж. Перссон. УФН 177, 9, 921 (2007).
- [11] P.-O. Chapuis, M. Laroche, S. Volz, J.-J. Greffet. Appl. Phys. Lett. 92, 20, 210 906 (2008).
- [12] A. Perez-Madrid, J.M. Rubi, L.C. Lapas. Phys. Rev. B 77, 155 417 (2008).
- [13] A. Narayanaswamy, Gang Chen. Phys. Rev. B 77, 075125 (2008).
- [14] G.V. Dedkov, A.A. Kyasov. Surf. Sci. 604, 561 (2010).
- [15] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. Наноструктуры. Мат. физика и моделирование 1, 2, 5 (2009); ФТТ 51, 1, 3 (2009);
 G.V. Dedkov, А.А. Куазоv. J. Phys.: Cond. Matter 20, 35, 354 006 (2008).
- [16] Ю.С. Бараш. Силы Ван-дер-Ваальса. Наука, М. (1988). 344 с.
- [17] M. Bordag, U. Mohideen, V.M. Mostepanenko. Phys. Rep. 1, 353 (2001).
- [18] K. Joulain, J.-P. Mulet, F. Marquier, R. Carminati, J.-J. Greffet. Surf. Sci. Rep. 57, 59 (2005).
- [19] G.V. Dedkov, A.A. Kyasov. J. Comp. Theor. Nanoscience 7, 1 (2010).
- [20] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. Письма в ЖТФ 36, 7, 66 (2010).
- [21] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. Письма в ЖТФ 36, 18, 32 (2010).
- [22] C.M. Hargreaves. Phys. Lett. 30A, 491 (1969).
- [23] K. Dransfeld, J. Xu. J. Microsc. 152, 35 (1988).
- [24] J.-B. Xu, K. Lauger, R. Moller, K. Dransfeld, I.H. Wilson. J. Appl. Phys. 76, 7209 (1994).
- [25] A. Kittel, W. Muller-Hirsch, J. Parisi, S.A. Biehs, D. Reddig, M. Holthaus. Phys. Rev. Lett. 95, 224 301 (2005).
- [26] A. Narayanaswamy, Sheng Shen, Gang Chen. Phys. Rev. B 78, 115 303 (2008).
- [27] A. Narayanaswamy, Sheng Shen, Lu Xu, Xiaoyuan Chen, Gang Chen. Appl. Phys. A 96, 357 (2009).
- [28] Sheng Shen, A. Narayanaswamy, Gang Chen. Nano Lett. 9, 8, 2909 (2009).

- [29] G. Mie. Ann. Phys. 25, 377 (1908).
- [30] Bo E. Sernelius, C.E. Roman-Velasquez. Phys. Rev. A 78, 032 111 (2008).
- [31] E. Palik. Nandbook of optical constants of solids. Academic Sci., N.Y. (1985).
- [32] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1982). 620 с.
- [33] G.V. Dedkov, A.A. Kyasov. Eur. Phys. Lett. 74, 44 005 (2007);
 Г.В. Дедков, А.А. Кясов. Письма в ЖТФ 33, 9, 61 (2007).