01,04

## Радиационный теплообмен сферических частиц с пластинами металла и диэлектрика

© Г.В. Дедков, А.А. Кясов

Кабардино-Балкарский государственный университет,

Нальчик, Россия

E-mail: gv\_dedkov@mail.ru

(Поступила в Редакцию 26 июля 2010 г.)

В рамках флуктуационной электродинамики исследуется радиационный теплообмен неподвижной сферической частицы с пластиной. Численно анализируются случаи металлических и диэлектрических материалов частиц и пластин (золота и диоксида кремния). Сравниваются различные теоретические модели для термического кондактанса, а также проводится сопоставление результатов с имеющимися экспериментальными данными.

### 1. Введение

Теория радиационного теплообмена (РТ) нагретых тел с различной температурой, разделенных узким вакуумным зазором, развивалась несколькими группами авторов [1–15]. РТ, а также силы Ван-дер-Ваальса–Казимира консервативно-диссипативного характера являются проявлением флуктуационного электромагнитного взаимодействия. Для возникновения РТ необходимым условием является наличие разности температур, тогда как силы Ван-дер-Ваальса и Казимира существуют и между холодными телами.

Анализ литературы показывает, что как в теоретическом, так и в экспериментальном плане изучению РТ в диапазоне нано- и микрометровых расстояний между телами до сих пор уделялось гораздо меньше внимания, чем изучению сил Ван-дер-Ваальса-Казимира (см., например, [15–18]). К хорошо изученным теоретическим конфигурациям относятся конфигурации двух параллельных пластин [3,6,8,15], двух сферических частиц в дипольном приближении [11,12,19,20] и дипольной частицы над плоской поверхностью (толстой пластиной) [15,21]. Поскольку структура флуктуационного электромагнитного поля вблизи искривленных поверхностей сложной формы плохо поддается теоретическому анализу, названные конфигурации могут считаться реперными.

Экспериментальные исследования РТ между близко расположенными телами весьма немногочисленны [22-28]. Только в последних из них использовалась конфигурация сферической частицы над пластиной, более удобная для позиционирования [26-28]. В более ранних работах [22-24] рассматривалась конфигурация параллельных пластин, причем результаты [22] носили качественный характер, а в работе [23] минимальное расстояние между пластинами превышало несколько микрометров, вследствие чего теплообмен, связанный с туннелированием ближних электромагнитных мод, был незначителен. Авторам [24], использовавшим конфигурацию иглы туннельного микроскопа над пластиной, удалось измерить радиационный кондактанс при ширине зазора  $0.05-0.2\,\mu\text{m}$ , но количественная интерпретация результатов является не совсем удовлетворительной из-за отсутствия точной информации о форме иглы. По-видимому, подобная неопределенность характерна и для работы [25], в которой в аналогичной ситуации величина зазора изменялась в пределах 1–100 nm.

В настоящей работе преследуются две цели: 1) обсуждение и тестирование полученных нами ранее теоретических выражений [15,19,20] для скорости радиационной теплоотдачи малых частиц (металлических и диэлектрических) на основе численного анализа; 2) сравнение результатов расчета радиационно-теплового кондактанса с экспериментальными данными [26–28].

### 2. Основные теоретические соотношения

Общее выражение для скорости радиационной теплоотдачи малой сферической частицы, имеющей температуру  $T_1$ , удаленной на расстояние z от пластины с температурой  $T_2$ , находящейся в тепловом равновесии с вакуумным фоном, было получено в наших работах [15]. Оно отвечает дипольному приближению флуктуационной электродинамики  $R/z \ll 1$ ,  $R \ll \lambda_0$  (R — радиус частицы,  $\lambda_0$  — характерная длина волны поглощаемого излучения) и имеет вид

$$dQ/dt = -\frac{4\hbar}{\pi c^{3}} \int_{0}^{\infty} d\omega \omega^{4} \left[ \Pi(\omega, T_{1}) - \Pi(\omega, T_{2}) \right]$$

$$\times \left[ \alpha_{e}''(\omega) + \alpha_{m}''(\omega) \right] - \frac{2\hbar}{\pi c^{3}} \int_{0}^{\infty} d\omega \omega^{4} \left[ \Pi(\omega, T_{1}) - \Pi(\omega, T_{2}) \right]$$

$$\times \int_{0}^{\infty} du \exp \left( -\frac{2\omega z}{c} u \right) \left[ \alpha_{e}'' \operatorname{Im} f_{e} + \alpha_{m}'' \operatorname{Im} f_{m} \right]$$

$$- \frac{2\hbar}{\pi c^{3}} \int_{0}^{\infty} d\omega \omega^{4} \left[ \Pi(\omega, T_{1}) - \Pi(\omega, T_{2}) \right] \int_{0}^{1} du$$

$$\times \left[ \operatorname{Re} \left( \tilde{f}_{e} \exp \left( \frac{2i\omega z}{c} u \right) \right) \alpha_{e}'' + \operatorname{Re} \left( \tilde{f}_{m} \exp \left( \frac{2i\omega z}{c} u \right) \right) \alpha_{m}'' \right],$$

$$(1)$$

1 625

$$f_e(u,\omega) = (2u^2 + 1)\Delta_e(u,\omega) + \Delta_m(u,\omega), \tag{2}$$

$$f_m(u,\omega) = (2u^2 + 1)\Delta_m(u,\omega) + \Delta_e(u,\omega), \qquad (3)$$

$$\tilde{f}_e(u,\omega) = (1 - 2u^2)\tilde{\Delta}_e(u,\omega) + \tilde{\Delta}_m(u,\omega),$$
 (4)

$$\tilde{f}_m(u,\omega) = (1 - 2u^2)\tilde{\Delta}_m(u,\omega) + \tilde{\Delta}_e(u,\omega), \tag{5}$$

$$\Delta_e(u,\omega) = \frac{\varepsilon(\omega)u - \sqrt{u^2 + 1 - \varepsilon(\omega)}}{\varepsilon(\omega)u + \sqrt{u^2 + 1 - \varepsilon(\omega)}},$$

$$\Delta_m(u,\omega) = \frac{u - \sqrt{u^2 + 1 - \varepsilon(\omega)}}{u + \sqrt{u^2 + 1 - \varepsilon(\omega)}},\tag{6}$$

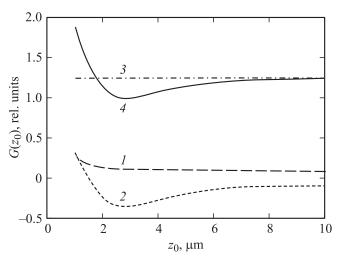
$$\tilde{\Delta}_e(u,\omega) = \frac{\varepsilon(\omega)u - \sqrt{u^2 + \varepsilon(\omega) - 1}}{\varepsilon(\omega)u + \sqrt{u^2 + \varepsilon(\omega) - 1}},$$

$$\tilde{\Delta}_m(u,\omega) = \frac{u - \sqrt{u^2 + \varepsilon(\omega) - 1}}{u + \sqrt{u^2 + \varepsilon(\omega) - 1}}.$$
(7)

В приведенных формулах  $\alpha''_{e,m}(\omega) \sim R^3$  обозначают зависящие от частоты мнимые части дипольной электрической и магнитной поляризуемости,  $\varepsilon(\omega)$  и  $\mu(\omega)$  — диэлектрическая и магнитная проницаемость материала пластины,  $\Pi(\omega,T) = \left(\exp(\hbar\omega/k_BT)-1\right)^{-1}$  — распределение Бозе—Эйнштейна для фотонов, остальные обозначения стандартны. Для простоты записи аргументы некоторых функций в (1) опущены.

Первое интегральное слагаемое в правой части (1), не зависящее от расстояния z, описывает теплообмен между частицей и вакуумным фоном, второе и третье теплообмен с пластиной, осуществляемый ближними и радиационно-волновыми модами поверхности. Для нейтрального атома в основном состоянии  $(T_1 = 0)$  формула (1) предсказывает "нагрев", который физически можно трактовать как проявление сдвига уровней энергии атома вблизи нагретой поверхности [15]. Отметим, что наличие двух вкладов в скорость теплоотдачи частицы отражает независимость корреляций флуктуационного электромагнитного поля в веществе пластины и в вакуумном фоне. Как показывают численные расчеты, вклады второго и третьего интегрального слагаемых (1), связанные с поверхностными модами ближнего и волнового характера, при достаточно больших расстояниях z противоположны по знаку и асимптотически гасят друг друга (см. линии 1, 2 на рис. 1). В итоге остается только вклад теплоотдачи частицы в вакуум. Таким образом, в рассматриваемой конфигурации вакуумная асимптотика скорости теплоотдачи реализуется естественным образом. В то же время неучет вакуумного вклада, показанного линией 3 на рис. 1, приводит к физически некорректному поведению скорости теплоотдачи в определенном интервале расстояний (ср. линии 1 и 2): dQ/dt > 0 при  $T_1 < T_2$ . Отмеченная особенность свидетельствует о принципиальной роли вакуумного фона в данной конфигурации [15].

Следует также отметить, что асимптотика Стефана-Больцмана для теплового излучения частицы не вытекает из формулы (1) по определению, так как отвечает



**Рис. 1.** Отдельные вклады в тепловой кондактанс малых металлических частиц (см. (1)). I — вклад мод ближнего поля, 2 — вклад волновых поверхностных мод, 3 — вклад излучения в вакуум (первое слагаемое (1)), 4 — результирующая зависимость.

условию применимости геометрической оптики:  $R\gg\lambda_0$ . В этом приближении излучение в вакуум определяется формулой (9), умноженной на площадь поверхности частицы  $4\pi R^2$ . В промежуточном интервале соотношений между R и  $\lambda_0$  для расчета этой части теплоотдачи частицы следует использовать теорию Ми [29].

Теперь рассмотрим теплообмен в конфигурации параллельных пластин, следуя работам [3,6,8,15]. Выражение для теплового потока между пластинами (полупространствами) с температурами  $T_1$  и  $T_2$ , отнесенное к единице площади вакуумного контакта, имеет вид

$$S(l) = \frac{\hbar}{4\pi^2} \int_0^\infty d\omega \omega \Big[ \Pi(\omega, T_1) - \Pi(\omega, T_2) \Big]$$

$$\times \sum_{\mu=e,m} \Big[ \int_0^{\omega/c} dkk \, \frac{(1 - |\Delta_{1\mu}|^2 - |\Delta_{2\mu}|^2)}{|D_{\mu}|^2} \Big]$$

$$+ 4 \int_{\omega/c}^\infty dkk \, \frac{\text{Im} \, \Delta_{1\mu} \, \text{Im} \, \Delta_{2\mu} \, \exp(-2q_0 l)}{|D_{\mu}|^2} + \Big], \quad (8)$$

где  $q_0=(k^2-\omega^2/c^2)^{1/2},\ D_\mu=1-\Delta_{1\mu}\Delta_{2\mu}\exp(-2q_0l),$  индексы 1, 2 нумеруют пластины, а  $\mu$  — волны различной поляризации. Коэффициенты отражения  $\Delta_{i\mu}$  определяются формулами (6), (7) для каждой пластины с учетом типа материалов и поляризации. Для того чтобы записать их в терминах волнового вектора k, нужно в (6) сделать подстановку  $u^2+1=kc/\omega$ , а в формуле (7)  $1-u^2=kc/\omega$  соответственно. Первое слагаемое в (8) слабо зависит от расстояния l между пластинами и определяет тепловой поток, переносимый радиационными модами. В пределе черного материала пластин

 $\Delta_{1\mu}=\Delta_{2\mu}=0$  этот поток равен разности потоков, идущих от одной пластины к другой (в соответствии с законом Стефана–Больцмана). Второе слагаемое в (8) описывает поток излучения, переносимый ближними электромагнитными модами. Существенно, что специфика вакуумного фона в данном случае отсутствует в самой постановке задачи, поэтому при  $l \to \infty$  из (8) принципиально невозможно получить мощность теплового излучения в вакуум от одной изолированной пластины [2]

$$S^{\text{vac}} = \frac{\hbar}{4\pi^2} \int_0^\infty d\omega \omega \left[ \Pi(\omega, T_1) - \Pi(\omega, T_2) \right]$$

$$\times \int_0^{\omega/c} dk k (2 - |\Delta_{1e}|^2 - |\Delta_{1m}|^2). \tag{9}$$

В формулах (8), (9) S>0 отвечает потоку излучения, уходящему от более нагретой пластины, а формулы для dQ/dt, такие как (1) и далее (10), (14), записаны таким образом, что уходящему излучению соответствует dQ/dt < 0.

Конфигурация сферических частиц малого радиуса в дипольном приближении также допускает точное аналитическое решение. В случае, когда частицы имеют температуры  $T_1$ ,  $T_2$  и находятся в равновесном вакуумном фоне с температурой  $T_3$ , для результирующей скорости теплоотдачи первой частицы следует [19,20]

$$dQ/_{1}/dt = \frac{4\hbar}{\pi c^{3}} \int_{0}^{\infty} d\omega \omega^{4} \left( \alpha_{1e}^{"}(\omega) + \alpha_{1m}^{"}(\omega) \right)$$

$$\times \left[ \Pi(\omega, T_{1}) - \Pi(\omega, T_{2}) \right] + \frac{4\hbar}{\pi r^{6}} \int_{0}^{\infty} d\omega \omega \left[ \alpha_{1e}^{"}(\omega) \alpha_{2e}^{"}(\omega) + \alpha_{1m}^{"}(\omega) \alpha_{2m}^{"}(\omega) \right] \left( 3 + (\omega r/c)^{2} + (\omega r/c)^{4} \right)$$

$$\times \left[ \Pi(\omega, T_{1}) - \Pi(\omega, T_{2}) \right], \tag{10}$$

где r — расстояние между центрами частиц с радиусами  $R_1,R_2$ , индексы коэффициентов  $\alpha_{ie,m}$  нумеруют частицы (i=1,2) и тип поляризуемости. Условия применимости дипольного приближения означают

$$R_1, R_2 \ll r, \quad R_1, R_2 \ll \min(\lambda_{T1}, \lambda_{T2}, \lambda_{T3}),$$
 (11)

где  $\lambda_{T1}$ ,  $\lambda_{T2}$ ,  $\lambda_{T3}$  — характерные длины волн равновесного теплового излучения с температурами  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ . Заметим, что данная тепловая конфигурация носит даже более общий характер, чем вначале рассмотренная конфигурация частица—пластина, когда пластина и окружающий фон находятся в тепловом равновесии.

В формуле (10), как и в (1), первое интегральное слагаемое описывает вклад в теплоотдачу (излучение) частицы в вакуум, а второе — вклад в теплоотдачу непосредственно другой частице. Очень близкие по виду

выражения для второго слагаемого в (10) были получены также другими авторами [8,10-12], но величина численного коэффициента перед интегралом в них значительно отличалась от  $4/\pi$  (см. [19,20]). Так, в ранней работе [8] этот коэффициент был равен  $1/2\pi^2$ , а в более поздней работе [10] тех же авторов —  $128/\pi$ ;  $1/4\pi^3$  — в работе [11] и, наконец,  $1/8\pi^3$  — в работе [12]. Этот разнобой в итоге приводит к возможному изменению оценок абсолютной величины скорости теплообмена в  $10^4$  раз! Отмеченные расхождения, на наш взгляд, обусловлены неточностями численных множителей при записи корреляторов флуктуационного электромагнитного поля частиц.

Рассмотрение кондактанса двух сферических частиц в контексте настоящей работы важно для сравнения эффективности теплоотдачи с конфигурацией сферапластина, а также для проверки предположения авторов [26] о том, что тепловой кондактанс в последнем случае в 2 раза выше, чем в конфигурации двух сфер при одинаковой ширине зазора.

### 3. Скорость теплоотдачи сферической частицы при малой ширине зазора

Для частицы большого радиуса *R*, находящейся вблизи пластины, формула (8) непосредственно неприменима. Аналогичная ситуация имеет место и при вычислении сил Казимира. В этом случае в расчетах сил применяется локально-плоское приближение (LFA) [17], по аналогии с которым скорость радиационной теплоотдачи сферической частицы выражается через скорость теплоотдачи плоской поверхности [8,10,28]

$$dQ/dt = -2\pi \int_{0}^{\infty} d\rho \rho S(z(\rho)) \approx -2\pi R \int_{z_{0}}^{\infty} S(z)dz, \quad (12)$$

где  $z_0$  — минимальное расстояние сферы от поверхности. Область применимости (12) ограничивается условием  $z_0/R \ll 1$ . Например, в расчетах незапаздывающих сил Казимира погрешность LFA возрастает пропорционально  $z_0/R$  [30].

В наших работах [15,20,21] был предложен другой приближенный метод, основанный на использовании формулы (1) в дипольно-аддитивном приближении (DAA). В этом случае она рассматривается как локальное соотношение для малого объема dV вещества сферической частицы. Для этого делается замена  $R^3 \to \frac{3}{4\pi} \, dV$  в коэффициентах поляризуемости, а затем производится дополнительное интегрирование по объему частицы

$$dQ(z_0)/dt = \int_V f(z)d^3r = \pi z_0^3$$

$$\times \int_1^{1+2R/z_0} f(z_0s) \left[ \frac{2R}{z_0} (s-1) - (s-1)^2 \right] ds, \quad s = z/z_0, \quad (13)$$

где f(z) — зависящая от расстояния  $z = z_0 s$  функция, стоящая в правой части (1) (второе и третье слагаемые).

Вид вакуумного вклада при этом формально не изменяется. Формула, аналогичная (13), может использоваться и при вычислении сил Казимира [15]. Преимуществом ее является отсутствие ограничения на величину отношения  $z_0/R$ : при  $z_0/R\gg 1$  формула (13) переходит в (1) и становится точной. В то же время при  $z_0/R\ll 1$  ее точность сравнима с точностью LFA (по крайней мере, при вычислении сил Казимира [15]). Отметим также, что DAA принципиально отличается от метода аддитивного суммирования межатомных потенциалов в приближенных расчетах сил Ван-дер-Ваальса–Казимира [17], поскольку в (1) включены эффекты запаздывания, а сама частица, вообще говоря, включает большое число атомов.

Для дальнейших вычислений целесообразно при подстановке (1) в (13) изменить порядок интегрирования по переменным u, s и выполнить интегрирование по переменной s. В результате для скорости теплоотдачи частицы пластине получим

$$dQ_{s}/dt = -\frac{2\hbar}{\pi c^{3}} \int_{0}^{\infty} d\omega \omega^{4} \left[ \Pi(\omega, T_{1}) - \Pi(\omega, T_{2}) \right]$$

$$\times \int_{0}^{\infty} du Y_{1}(xu, y) \left[ \alpha_{e}^{"} \operatorname{Im} f_{e} + \alpha_{m}^{"} \operatorname{Im} f_{m} \right]$$

$$-\frac{2\hbar}{\pi c^{3}} \int_{0}^{\infty} d\omega \omega^{4} \left[ \Pi(\omega, T_{1}) - \Pi(\omega, T_{2}) \right]$$

$$\times \int_{0}^{1} du \left\{ \left[ \operatorname{Re} \tilde{f}_{e} Y_{2}(xu, y) - \operatorname{Im} \tilde{f}_{e} Y_{3}(xu, y) \right] \alpha_{e}^{"} + (e \to m) \right\},$$
(14)

где слагаемое  $(e \to m)$  идентично первому слагаемому, стоящему в фигурных скобках, с соответствующей заменой функций, а вспомогательные функции  $Y_{1-3}(x,y)$  приведены в Приложении. Необходимо добавить, что в формуле (14) поляризуемости относятся к единице объема вещества частиц.

Метод DDA был использован нами и для расчета теплообмена сферических частиц большого радиуса R, находящихся в близком вакуумном контакте [19]. В этом случае второе слагаемое формулы (10) интегрируется по объемам сфер, а результирующая формула имеет вид (без учета излучения в вакуум)

$$dQ_{12}/dt = \frac{4\hbar}{\pi} \int_{0}^{\infty} d\omega \omega \left[ \alpha_{1e}^{"} \alpha_{2e}^{"} + \alpha_{1e}^{"} \alpha_{2e}^{"} \right]$$

$$\times \left[ 3f_{1}(x) + (\omega R/c)^{2} f_{2}(x) + (\omega R/c)^{4} f_{3}(x) \right]$$

$$\times \left[ \Pi(\hbar\omega, T_{2}) - \Pi(\omega, T_{1}) \right], \quad x = 2R/(2R + z_{0}), \quad (15)$$

где  $z_0$  — ширина щели, а функции  $f_{1-3}(x)$  приведены в Приложении. Как и в (14), поляризуемости частиц в (15)

нормированы на единицу объема, а частотные аргументы для сокращения записи опущены. Не представляет принципиальных затруднений и получение формулы для  $dQ_{12}/dt$  в случае частиц разного радиуса.

# 4. Результаты расчета радиационно-тепловых кондактансов

По определению термический кондактанс определяется выражением

$$G(z_0) = \dot{Q}(z_0)/\Delta T,\tag{16}$$

где  $\dot{Q}(z_0)$  — скорость теплоотдачи, отвечающая температурам  $T_1$  и  $T_2$  контактирующих тел при ширине зазора  $z_0$ ,  $\Delta T = T_1 - T_2$ . Величина  $G(z_0)$  может вычисляться как при конечном значении  $\Delta T$ , так и в пределе  $\Delta T \to 0$ . Поскольку функция  $\dot{Q}(z_0)$  возрастает с увеличением разности температур, кондактансы, вычисляемые при  $\Delta T \to 0$ , всегда несколько меньше, чем при конечной разности температур  $\Delta T$ .

В случае металлов диэлектрические функции материалов частицы и пластины рассчитывались в приближении Друде с параметрами золота  $\omega_p=1.37\cdot 10^{16}\,\mathrm{rad/s},$   $\tau=1.89\cdot 10^{-14}\,\mathrm{s}.$  Для диэлектриков расчеты проводились с диэлектрическими характеристиками диоксида кремния [31]. Этот материал имеет два пика инфракрасного поглощения в диапазонах частот от 0.055 до 0.07 eV и от 0.14 до 0.16 eV. Соответствующая диэлектрическая функция аппроксимировалась осцилляторной моделью с двумя пиками.

Поляризуемости частиц определялись стандартными выражениями [32]

$$\alpha_e(\omega) = R^3 \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega) + 2},$$
(17)

$$\alpha_m(\omega) = -0.5R^3 \left[ 1 - \frac{3}{R^2 k^2} + \frac{3}{Rk} \operatorname{ctg}(Pk) \right],$$

$$k = (1+i)/\delta(\omega), \tag{18}$$

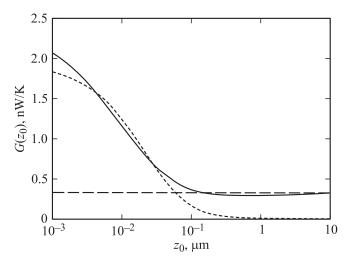
где  $\varepsilon(\omega)$  — диэлектрическая проницаемость, а  $\delta(\omega)$  — толщина скин-слоя. Как было показано нами в [33], в расчетах сил Казимира и теплообмена для металлов вклад электрической поляризации частицы по сравнению с вкладом магнитной пренебрежимо мал. Напротив, для диэлектрических частиц можно пренебречь вкладом магнитной поляризации.

В модели DAA для конфигурации сфера—пластина при расчетах магнитной поляризуемости величина радиуса в квадратных скобках (18) остается как дополнительный параметр  $\tilde{R}$ , отличный от полного радиуса частицы R. В наших расчетах величина  $\tilde{R}$  выбиралась с таким условием, чтобы при минимальной ширине зазора 1-10 nm величина теплового кондактанса согласовывалась с расчетом в модели LFA. При этом мы получили оценку

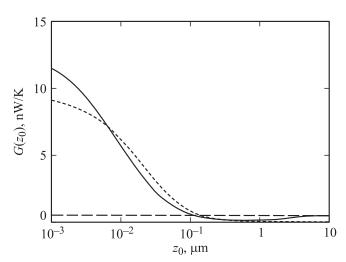
 $R=50-60\,\mathrm{nm}$  при вариации радиуса R в пределах от 0.1 до  $50\,\mu\mathrm{m}$ . Полученное значение параметра  $\tilde{R}$  весьма близко к типичным значениям толщины скин-слоя для излучения в тепловом диапазоне и в то же время  $\tilde{R}\ll R$ , что необходимо для возможности применения аддитивного приближения.

Расчет по формулам (8), (12) сопряжен с необходимостью интегрирования быстро осциллирующих функций для радиационно-волновых вкладов. Для этой цели применялся численный метод, аналогичный использованному в работе [5], но с заменой интеграла по волновым векторам на сумму интегралов по периодам осцилляций подынтегральных функций.

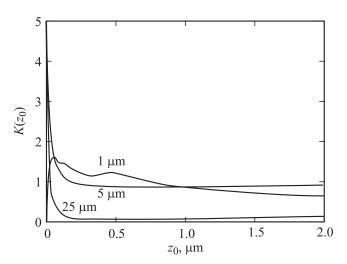
На рис. 2, 3 приведены результаты расчета кондактанса сферических частиц золота с радиусами 5 и  $25\,\mu$ m, находящихся вблизи поверхности золота ( $T=300\,\mathrm{K}$ ,



**Рис. 2.** Радиационно-тепловой кондактанс сферических частиц Au в вакуумном контакте с пластиной Au  $(R=5\,\mu{\rm m},\,T=300\,{\rm K},\,\Delta T\to0)$ . Сплошная линия — DAA с учетом излучения в вакуум, пунктирная — LFA, штриховая — вклад излучения в вакуум (первое слагаемое (1)).



**Рис. 3.** То же, что на рис. 2, при  $R=25\,\mu\mathrm{m}$ . Вклад излучения в вакуум (штриховая линия) рассчитан в приближении Стефана—Больцмана (см. (9)).

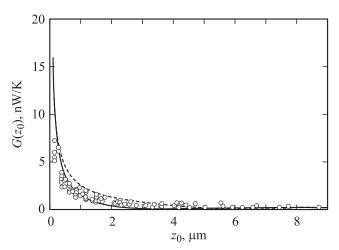


**Рис. 4.** Отношение кондактансов в конфигурациях сферапластина (DAA) и сфера-сфера (см. (10)) для часитц Au и пластины Au. В обоих случаях вклады излучения в вакуум включены в расчет,  $T=300\,\mathrm{K},\,\Delta T\to0$ . Радиусы частиц указаны около кривых.

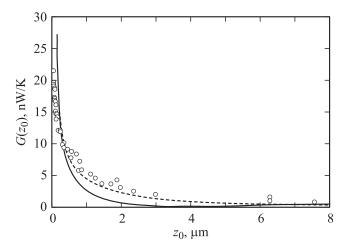
 $\Delta T \rightarrow 0$ ). Моделям DAA и LFA соответствуют сплошные и пунктирные линии. Штриховыми линиями показаны вклады излучения в вакуум. Для частиц большого радиуса  $(R > 5 \, \mu \text{m})$  вакуумные кондактансы находились по формулам (9), (16), а для более мелких частиц с радиусами  $R \le 5 \, \mu \text{m}$  — в соответствии с первым слагаемым формул (1), (10). Для сравнения конфигураций сферапластина и сфера-сфера на рис. 4 показаны результаты расчета отношения соответствующих кондактансов  $K(z_0)$  с учетом вакуумных вкладов для частиц с радиусами 1, 5 и  $25 \mu m$ . Как видно из рис. 4, предположение авторов [20] о том, что  $K(z_0) = 2$ , не отвечает действительности. При  $z_0 \le 0.05 \, \mu \mathrm{m}$  для частиц с радиусами  $R = 5 - 25 \,\mu\text{m}$   $K(z_0) > 2$ , а для частиц малого радиуса  $(R = 1 \, \mu \text{m})$  и менее по нашим расчетам) эффективность теплового излучения в конфигурации двух сфер может стать даже более высокой при минимальных значениях ширины щели. При  $z_0 < 0 \mu m$ , как и следовало ожидать, модели DAA и LFA хорошо согласуются между собой. Величина  $z_0 = 0.1 \, \mu \mathrm{m}$  близка к длине волны поверхностных плазмонов и определяет эффективную ширину щели, в пределах которой теплоотдача в металлическом радиационном контакте быстро уменьшается до вакуумного уровня. Однако в диапазоне расстояний  $0.1-10\,\mu\mathrm{m}$ обе модели существенно различаются: в LFA кондактанс частицы, находящейся вблизи пластины, остается всегда ниже, чем в ее отсутствие, в то время как в DAA имеется минимум теплоотдачи при  $z_0 \approx 1 \,\mu\text{m}$ , после которого она восстанавливается до вакуумного значения. При  $z_0 > 10 \,\mu\text{m}$  также наблюдаются слабые осцилляции.

Кратко остановимся на результатах эксперимента [25] для контакта Au–Au, в котором радиус зондирующей части иглы сканирующего микроскопа был равен 60 nm, а температуры зонда и поверхности составляли 300 и 100 K соответственно. При этих условиях

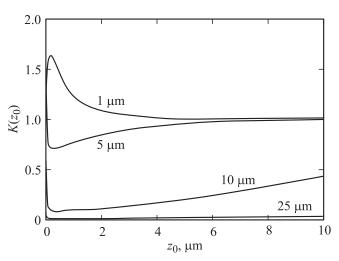
при минимальном расстоянии  $z_0=1$  nm измеренная скорость теплоотдачи оказалась близкой к  $\dot{Q}=10^{-5}$  W. Расчет по модели DAA для этого случая дает величину  $\dot{Q}=3\cdot 10^{-9}$  W и G=0.02 nW/K (при T=300 K и  $\Delta T\to 0$ ). Налицо явное несоответствие экспериментальных и теоретических значений. Авторы [25], используя упрощенную теоретическую схему расчета, также отметили это несоответствие, и это побудило их к предложению специальной эвристической модели для согласования теоретических данных с экспериментальными. По нашему мнению, расхождение связано не с погрешностью теоретических моделей теплообмена, базирующихся на общепринятой флуктуационноэлектромагнитной теории, а с неточной калибровкой экспериментальных данных, что могло привести к зна-



**Рис. 5.** Тепловой кондактанс сферической частицы диоксида кремния с радиусом  $R=25\,\mu\mathrm{m}$  в вакуумном контакте со стеклянной пластиной без учета излучения в вакуум.  $T_1=346.5\,\mathrm{K},$   $T_2=300\,\mathrm{K}.$  Сплошная линия — DAA (без учета вклада излучения в вакуум), штриховая — LFA, точки — экспериментальные данные [28].



**Рис. 6.** То же, что на рис. 5, при  $R=47\,\mu\text{m}$ ,  $T_1=316.5\,\text{K}$ ,  $T_2=300\,\text{K}$ . Точками показаны экспериментальные данные [26,27]. Результаты DAA увеличены на  $0.1\,\text{nW/K}$  для того, чтобы значения кондактанса были положительными.



**Рис. 7.** То же, что на рис. 4, для частиц диоксида кремния и стеклянной пластины.

чительному завышению результатов измерений. Об этом свидетельствует то, что качественный ход зависимости  $\dot{Q}(z_0)$  в [25] хорошо согласуется с теоретически ожидаемым: теплоотдача характеризуется такой же критической шириной зазора  $0.1\,\mu\mathrm{m}$ , по достижении которой она (в металлическом контакте) приближается к вакуумному уровню. Имеется согласие и с величиной теоретически ожидаемого относительного изменения мощности излучения (на два порядка величины) при увеличении  $z_0$  от 1 до  $100\,\mathrm{nm}$ . Еще один аргумент в подтверждение сказанного состоит в том, что величина радиационнотеплового кондактанса в эксперименте [25] значительно превышает измеренные значения кондактанса в случае диэлектрических материалов, что в корне противоречит теоретическим представлениям (см. далее).

Результаты расчета тепловых кондактансов для частиц диоксида кремния вблизи поверхности стекла представлены на рис. 5-7. Наряду с расчетными данными моделей DAA и LFA (сплошные и штриховые линии) на рис. 5, 6 показаны также результаты экспериментов [26–28] для частиц с радиусами 25 и 47  $\mu$ m. В обоих случаях температуры пластин фиксировались на уровне 300 К, а температуры частиц составляли соответственно 346.5 и 316.5 К. Как следует из рисунков, теоретические модели предсказывают в несколько раз более интенсивное тепловое излучение частиц при  $z_0 < 0.1 \,\mu\text{m}$ . Для частиц с радиусом  $R = 25 \, \mu \mathrm{m}$  результаты расчета в модели DAA хорошо согласуются с экспериментальными значениями в диапазоне расстояний 0.3-2 μm и выглядят предпочтительнее по сравнению с LFA. Для частиц с радиусом  $R = 47 \, \mu \mathrm{m}$  картина обратная. Причем при  $z_0 > 1 \, \mu \text{m}$  линия LFA опускается даже ниже экспериментальных значений (ср. рис. 5 и 6). Возможно, что при нормировке экспериментальных данных в [28] при вычитании вклада фонового излучения также имелась определенная погрешность.

Из рис. 5, 6 следует также, что теплоотдача диэлектрических частиц при  $z_0 < 0.1 \, \mu \mathrm{m}$  оказывается более

чем на порядок величины выше, чем у металлических частиц (рис. 2, 3), а характерное расстояние, на котором она достигает вакуумного уровня, увеличивается до нескольких микрометров. Это обусловлено тем, что резонансы поглощения диоксида кремния соответствуют длинам волн около 7 и  $20 \,\mu \text{m}$ , поэтому область ближнего поля простирается дальше, чем в случае металлических тел. Такое же соотношение получается и при сравнении кондактанса двух пластин (см. (8)): при  $l = 0.01 \,\mu\text{m}$ кондактанс стеклянных пластин в 50 раз выше, чем металлических. Примерно в той же пропорции находятся кондактансы частиц при излучении в вакуум. Так, в частности, для частиц диоксида кремния с радиусом  $R = 25 \,\mu{\rm m}$  вакуумный кондактанс составляет 36.6 nW/K (расчет по формуле (9) при  $T = 300 \, \mathrm{K}$ ), а для металлических — только 0.48 nW/К. Для мелких частиц с радиусом  $0.05 \, \mu \mathrm{m}$  (расчет по формуле (10), первое слагаемое) кондактансы в случае диоксида кремния и золота составляют 0.15 и 0.002 pW/K, но их отношение практически не изменяется.

На рис. 7 сравнивается теплоотдача в конфигурациях сфера-пластина и сфера-сфера. Как показывают результаты, отношение  $K(z_0)$  кондактансов для этих случаев противоположным образом зависит от радиуса частиц по сравнению со случаем металлических материалов. В отличие от рис. 4 при малой ширине щели для мелких диэлектрических частиц  $(R \le 1 \, \mu \text{m}) \, K(z_0) > 1$ , а при переходе к более крупным частицам  $K(z_0)$  резко уменьшается, поэтому теплоотдача в конфигурации двух сфер большого радиуса становится значительно более эффективной, чем в конфигурации сфера-пластина (ср. зависимости для R = 10 и  $25 \mu m$ ). Напротив, для металлических тел (рис. 4) теплоотдача больших частиц в конфигурации сфера-пластина более эффективна, а для мелких менее эффективна, чем в конфигурации сфера-сфера.

#### 5. Заключение

Рассмотрены теоретические модели радиационного теплообмена в вакуумных контактах сферических частиц с пластинами, основанные на флуктуационноэлектромагнитной теории и допускающие точное аналитическое решение: конфигурации параллельных пластин, двух дипольных частиц и дипольной частицы вблизи пластины. Для перехода к конфигурации сфера-пластина с малой шириной зазора применяется локально-плоское приближение, основанное на выражении для скорости теплоотдачи в системе параллельных пластин, а также предложен новый вариант аддитивно-дипольного приближения. Такой же подход использован для расчета теплообмена двух сферических частиц при малой ширине зазора. Теплоотдача частиц в вакуум рассчитывается в классическом приближении Стефана-Больцмана для частиц большого радиуса и на основе дипольного приближения для частиц малого радиуса.

На основе численных расчетов делается вывод о том, что теоретические модели DAA и LFA достаточно

хорошо описывают результаты измерений теплоотдачи в контактах частиц диоксида кремния со стеклом в диапазоне расстояний  $0.2-3\,\mu\mathrm{m}$ . При меньших расстояниях теоретически ожидаемые кондактансы возрастают более круто. Для более детального изучения характера теплообмена в области расстояний  $3-10\,\mu\mathrm{m}$  необходимы дополнительные измерения с корректным учетом температурного состояния вакуумного фона.

Показано, что радиационно-тепловые кондактансы в системе металлических тел в несколько десятков раз ниже, чем в случае ионных диэлектриков. Характерная величина ширины щели, при которой кондактанс асимптотически приближается к вакуумным значениям, составляет для металлов  $0.1\,\mu\text{m}$ , а для диоксида кремния — несколько микрометров. Кроме того, обнаружены особенности в соотношении кондактансов для конфигураций сфера—сфера и сфера—пластина: в вакуумном контакте диэлектрических сфер большого радиуса  $(R \geq 5\,\mu\text{m})$  кондактанс выше, чем в контакте сфера—пластина (при малой ширине зазора), а в контакте металлических тел — наоборот.

Анализируются причины резкого расхождения теоретических оценок и экспериментальных измерений радиационного кондактанса [26] в вакуумном контакте металлического зонда сканирующего микроскопа с поверхностью золота.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность д-ру Sheng Shen за ценную информацию о результатах измерений.

### Приложение

$$Y_{1}(x,y) = \int_{1}^{1+y} \exp(-xz) \left[ y(z-1) - (z-1)^{2} \right] dz$$

$$= \frac{(xy+2)}{x^{3}} \exp(-x(1+y)) + \frac{(xy-2)}{x^{3}} \exp(-x), \tag{\Pi1}$$

$$Y_{2}(x,y) = \int_{1}^{1+y} \cos(xz) \left[ y(z-1) - (z-1)^{2} \right] dz = -\frac{y}{x^{2}} \cos x + (x(1+y)) + \frac{2}{x^{3}} \sin(x(1+y)) - \frac{y}{x^{2}} \cos x - \frac{2}{x^{3}} \sin x, \tag{\Pi2}$$

$$Y_{3}(x,y) = \int_{1}^{1+y} \sin(xz) \left[ y(z-1) - (z-1)^{2} \right] dz = -\frac{y}{x^{2}} \sin x + (x(1+y)) - \frac{2}{x^{3}} \cos(x(1+y)) - \frac{y}{x^{2}} \sin x + \frac{2}{x^{3}} \cos x, \tag{\Pi3}$$

$$f_{1}(x) = \frac{3}{32} \left[ \ln(1-x^{2}) + \frac{x^{2}(2-x^{2})}{2(1-x^{2})} \right], \tag{\Pi4}$$

$$f_2(x) = \frac{3}{32} \left[ 2x^2 - (3x^2 - 2)\ln(1 - x^2) - x^3 \ln\frac{1 + x}{1 - x} \right],$$

$$(\Pi 5)$$

$$f_3(x) = \frac{3}{320} \left[ 11x^4 + 2x^2 - (10x^3 - 2x^5) \ln\frac{1 + x}{1 - x} \right]$$

$$- (10x^2 - 2)\ln(1 - x^2) \right].$$

$$(\Pi 6)$$

### Список литературы

- [1] С.М. Рытов. Теория равновесных электрических флуктуаций и теплового излучения. Изд-во АН СССР, М. (1953). 231 с.
- [2] М.Л. Левин, С.М. Рытов. Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике. Наука, М. (1967). 308 с.
- [3] D. Polder, M. Van Hove. Phys. Rev. B 4, 3303 (1971).
- [4] R.P. Caren. Int. J. Heat Mass Transfer 17, 755 (1974).
- [5] М.Л. Левин, В.Г. Полевой, С.М. Рытов. ЖЭТФ 79, 2087 (1980).
- [6] J.J. Loomis, H.J. Maris. Phys. Rev. B 50, 18517 (1994).
- [7] J.B. Pendry. J. Phys.: Cond. Matter 11, 6621 (1999).
- [8] A.I. Volokitin, B.N.J. Persson. Phys. Rev. B 63, 205 404 (2001).
- [9] J.-P. Mulet, K. Joulain, R. Carminati, J.-J. Greffet. Appl. Phys. Lett. 78, 19, 293 (2001).
- [10] А.И. Волокитин, Б.Н.Дж. Перссон. УФН **177**, *9*, 921 (2007).
- [11] P.-O. Chapuis, M. Laroche, S. Volz, J.-J. Greffet. Appl. Phys. Lett. 92, 20, 210 906 (2008).
- [12] A. Perez-Madrid, J.M. Rubi, L.C. Lapas. Phys. Rev. B 77, 155 417 (2008).
- [13] A. Narayanaswamy, Gang Chen. Phys. Rev. B 77, 075 125 (2008).
- [14] G.V. Dedkov, A.A. Kyasov. Surf. Sci. 604, 561 (2010).
- [15] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. Наноструктуры. Мат. физика и моделирование **1**, 2, 5 (2009); ФТТ **51**, *I*, 3 (2009); G.V. Dedkov, A.A. Kyasov. J. Phys.: Cond. Matter **20**, *35*, 354 006 (2008).
- [16] Ю.С. Бараш. Силы Ван-дер-Ваальса. Наука, М. (1988). 344 с.
- [17] M. Bordag, U. Mohideen, V.M. Mostepanenko. Phys. Rep. 1, 353 (2001).
- [18] K. Joulain, J.-P. Mulet, F. Marquier, R. Carminati, J.-J. Greffet. Surf. Sci. Rep. 57, 59 (2005).
- [19] G.V. Dedkov, A.A. Kyasov. J. Comp. Theor. Nanoscience 7, 1 (2010).
- [20] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. Письма в ЖТФ 36, 7, 66 (2010).
- [21] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. Письма в ЖТФ 36, 18, 32 (2010).
- [22] C.M. Hargreaves. Phys. Lett. 30A, 491 (1969).
- [23] K. Dransfeld, J. Xu. J. Microsc. 152, 35 (1988).
- [24] J.-B. Xu, K. Lauger, R. Moller, K. Dransfeld, I.H. Wilson. J. Appl. Phys. 76, 7209 (1994).
- [25] A. Kittel, W. Muller-Hirsch, J. Parisi, S.A. Biehs, D. Reddig, M. Holthaus. Phys. Rev. Lett. 95, 224 301 (2005).
- [26] A. Narayanaswamy, Sheng Shen, Gang Chen. Phys. Rev. B 78, 115 303 (2008).
- [27] A. Narayanaswamy, Sheng Shen, Lu Xu, Xiaoyuan Chen, Gang Chen. Appl. Phys. A 96, 357 (2009).
- [28] Sheng Shen, A. Narayanaswamy, Gang Chen. Nano Lett. 9, 8, 2909 (2009).

- [29] G. Mie. Ann. Phys. 25, 377 (1908).
- [30] Bo E. Sernelius, C.E. Roman-Velasquez. Phys. Rev. A 78, 032 111 (2008).
- [31] E. Palik. Nandbook of optical constants of solids. Academic Sci., N.Y. (1985).
- [32] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1982). 620 с.
- [33] G.V. Dedkov, A.A. Kyasov. Eur. Phys. Lett. 74, 44 005 (2007);
   Г.В. Дедков, А.А. Кясов. Письма в ЖТФ 33, 9, 61 (2007).