

01;03

Об активном управлении равновесием жидкости в термосифоне

© Д.А. Брацун, А.В. Зюзгин, К.В. Половинкин, Г.Ф. Путин

Пермский государственный педагогический университет
Пермский государственный университет
E-mail: Alexey.Zyuzgin@psu.ru

В окончательной редакции 11 февраля 2008 г.

Теоретически и экспериментально рассматривается вопрос об автоматическом поддержании механического равновесия неоднородно нагретой жидкости в конвективной петле, состоящей из двух связанных вертикальных каналов прямоугольного сечения, размещенных в блоке из теплопроводного материала. Равновесие поддерживалось с помощью управляющей подсистемы, которая реагировала на возникновение конвективного движения посредством малых изменений пространственной ориентации термосифона в поле тяжести. В широком диапазоне параметров получен эффект динамической стабилизации равновесия, которое без управления неустойчиво. Обнаружено, что чрезмерное усиление обратной связи возбуждает в системе колебания. Рассмотрение теоретической модели показало, что эти колебания вызываются запаздыванием управляющей подсистемы вносить коррекцию в состояние управляемой системы. Получено отличное согласие между данными эксперимента и результатами анализа теоретической модели.

PACS: 47.20.Bp, 47.60.-I, 47.85.L-

Как известно, тепло- и массоперенос в жидких средах может играть как положительную, так и отрицательную роль в различных технологических процессах. Именно поэтому задача об управлении такими процессами вызывает интерес исследователей [1–7]. С точки зрения технологии актуальна организация управления, действующего по принципу „включил и забыл“ [2,3,6]. Нами исследовалось автоматическое управление с обратной связью устойчивостью равновесия жидкости в конвективной петле, подогреваемой снизу. Известно, что такая система, с одной стороны, во многом моделирует тепломассоперенос в замкнутых полостях, а с другой — значительно проще для исследования в силу квазиодномерности течения [8]. Тем не менее

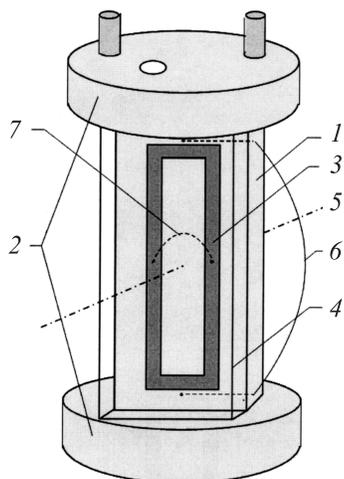


Рис. 1. Схема конвективной петли.

задача эффективной стабилизации механического равновесия жидкости в термосифоне так и не была решена. Например, в работах [3–5] была использована конвективная петля тороидальной формы, а управление осуществлялось посредством бокового нагрева. Продемонстрировано хорошее управление развитыми режимами конвекции, но механическое равновесие жидкости стабилизировать не удалось. В данной работе мы исследуем термосифон прямоугольной формы, а в качестве управляющего воздействия предлагаем использовать малые изменения пространственной ориентации термосифона по отношению к силе тяжести. Показано, что такая стратегия впервые позволила эффективно стабилизировать неустойчивое состояние механического равновесия жидкости в исследуемых системах.

Опишем экспериментальную установку. Конвективная камера (рис. 1) представляет собой алюминиевый блок 1, оканчивающийся двумя массивными теплообменниками 2, по которым прокачивалась вода от струйных ультратермостатов, что позволяло создавать линейное по длине распределение температуры. В блоке вырезаны две канавки глубиной $8.2 \cdot 10^{-3}$ м, шириной $6.4 \cdot 10^{-3}$ м и длиной 0.155 м с расстоянием между их осями $1.2 \cdot 10^{-2}$ м. Концы канавок соединя-

лись перемычками такого же сечения. Для визуальных наблюдений образовавшийся замкнутый канал 3 закрывался прозрачной пластиной из органического стекла 4 толщиной $2.0 \cdot 10^{-2}$ м. Термосифон мог поворачиваться вокруг оси 5, перпендикулярной плоскости каналов. В качестве рабочей жидкости использовалось трансформаторное масло с числом Прандтля $P = 3 \cdot 10^2$. С помощью дифференциальных медьконстантановых термопар проводились тепловые измерения. Термопарой 6, спаи которой находились в металлическом блоке вблизи перемычек между каналами, измерялось падение температуры на длине каналов. Для измерения интенсивности конвективного течения кювета была оборудована термопарой 7, спаи которой выставлялись в центры каналов в их среднем поперечном сечении. Когда жидкость приходила в движение, между спаями возникала разность температур V , обусловленная тем, что по одному каналу поднималась нагретая жидкость, а по другому опускалась холодная. Этот сигнал был принят нами за меру интенсивности конвективного течения.

При превышении числом Рэлея R критического значения R_{cr} в термосифоне возникало течение. Сигнал термопары 7 регистрировался компьютером, который вычислял угол коррекции по формуле: $\varphi = kV$. Шаговый двигатель поворачивал термосифон на заданный угол. Последовательность регулировочных циклов при достаточно большом коэффициенте k и относительном числе Рэлея $r < 5$ (по определению $r = R/R_{cr}$) приводила к уменьшению скорости конвективного течения и установлению в системе динамически стабилизированного механического квазиравновесия. Под квазиравновесием в данном случае подразумевается такое состояние, при котором конвективное искажение V равновесного распределения температуры не превышало 5% от интенсивности движения жидкости при выключенном управлении ($k = 0$) и вертикальной ориентации термосифона.

Результаты экспериментов приведены на рис. 2 в виде карты устойчивости в координатах k — коэффициент усиления обратной связи и r — относительное число Рэлея. Экспериментальные данные отмечены точками. В интервале $r < 1$ жидкость находится в состоянии механического равновесия. В диапазоне $r > 1$ устойчивость равновесия нарушается и возбуждается стационарное конвективное течение. При включении управления ($k > 0$) интенсивность этого течения уменьшается и при некотором k^* не превосходит уровня, обусловленного шумами экспериментальной установки. Граничная кривая 1 (точки отмечены квадратными значками) разделяет область А, где конвективное

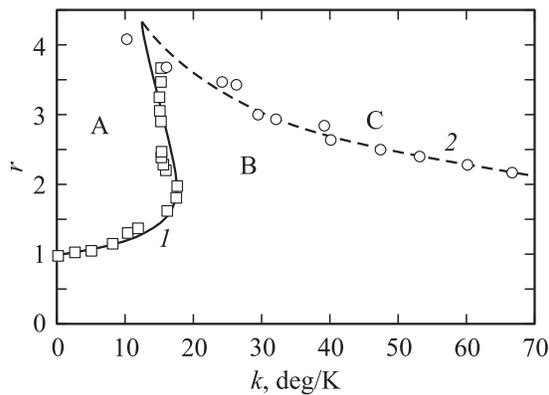


Рис. 2. Карта режимов течения.

течение не может быть подавлено, и область В, где динамически стабилизированное квазиравновесие может поддерживаться сколь угодно долго (в опытах квазиравновесие поддерживалось несколько часов при включенном управлении). При достаточно больших значениях k квазиравновесие все-таки теряет устойчивость, и в конвективной петле реализуется колебательный режим движения жидкости с характерным периодом осцилляций порядка 5 s (область С). Экспериментальные точки граничной кривой для колебательной моды отмечены кружками.

Для получения математической модели явления была рассмотрена система двух связанных параллельных каналов, окруженных массивом высокой теплопроводности. В массиве задается линейный градиент температуры A , направленный вдоль каналов, при этом его ориентация по отношению к силе тяжести может динамически меняться во времени. Поля скорости и температуры были представлены в виде следующего разложения:

$$V_{\xi} = X(t) \cos \frac{\pi x}{2d_1} \cos \frac{\pi y}{2d_2}, \quad V_x = 0, \quad V_y = 0,$$

$$T = \Theta(\xi, t) \cos \frac{\pi x}{2d_1} \cos \frac{\pi y}{2d_2} + T_0, \quad (1)$$

где x, y — локальные координаты поперечного сечения канала $-d_1 \leq x \leq d_1, -d_2 \leq y \leq d_2$; ξ — направление вдоль канала, H и L —

высота и ширина петли, T_0 — равновесное распределение температуры. Так как ширина каналов мала по сравнению с H и температура жидкости в пределах поперечного сечения меняется мало, то исходные уравнения конвекции в приближении Буссинеска [8] могут быть усреднены по сечению канала, подобно тому, как это сделано в работах [2,3]:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= -\frac{\nu\pi^2}{4d^2}X + \frac{4g\delta}{3\pi(H+L)} \oint \Theta(\xi, t) \gamma d\xi + \frac{8g\delta AHL}{\pi^2(H+L)} \sin \varphi, \\ \frac{\partial \Theta}{\partial t} &= -\frac{\chi\pi^2}{4d^2} \Theta + X \left(\frac{16}{3\pi^2} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + \frac{8}{3\pi} \Phi(\xi) \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\Phi(\xi) = -A$ для $0 \leq \xi \leq H$ и $\Phi(\xi) = A$ для $H+L \leq \xi \leq 2H+L$; ν, χ, δ — коэффициенты кинематической вязкости, температуропроводности и теплового расширения соответственно, $\mathbf{g} = -g\mathbf{y}$ — ускорение силы тяжести. Для нахождения приближенного решения системы (2) переменная $\Theta(\xi, t)$ была представлена как

$$\Theta(\xi, t) = Y(t) \frac{\sin \frac{\pi(\xi+L/2)}{H+L}}{\sin \frac{\pi H}{2(H+L)}} + Z(t) \frac{\cos \frac{\pi(\xi+L/2)}{H+L}}{\cos \frac{\pi L}{2(H+L)}}, \quad (3)$$

а к уравнениям (2) применялся метод Галеркина:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= P(-X + Y \cos(kY) - (\alpha R + \beta Z) \sin(kY)), \\ \frac{dY}{dt} &= -Y - XZ + RX, \quad \frac{dZ}{dt} = -Z + XY. \end{aligned} \quad (4)$$

Динамика системы (4) определяется следующими безразмерными параметрами: $P = \nu \bar{d}^2 / \chi d^2$ — число Прандтля, $R = 8192Ag\delta d^2 \bar{d}^2 \times \sin^2(\pi H/2(H+L)) / 9\pi^8 \nu \chi$ — число Рэлея, $k = 9\pi^7 K \nu \chi (H+L) / 4096g\delta d^2 \bar{d}^2 \sin(\pi H/2(H+L))$ — параметр управления, $\alpha = 3\pi HL / 4(H+L)^2 \sin^2(\pi H/2(H+L))$ и $\beta = \text{tg}(\pi L/2(H+L))$ — геометрические параметры, где $d = (1/d_1^2 + 1/d_2^2)^{-1/2}$, $\bar{d} = (1/d_1^2 + 1/4d_2^2)^{-1/2}$.

Линейный анализ устойчивости равновесия $X = Y = Z = 0$ по отношению к монотонным возмущениям приводит к простой формуле для нейтральной кривой: $k = (R - 1) / \alpha R^2$ (кривая 1 на рис. 2). Хорошо видно, что тут наблюдается отличное согласие между экспериментом и теорией. Что касается колебательной неустойчивости, которая была

зафиксирована в эксперименте при высоких значениях k , то в системе (4) ее нет. Ключ к пониманию механизма колебаний дали экспериментальные наблюдения: при большой величине k угол отклонения термосифона φ становился настолько значительным, что это вызывало не столько подавление конвективного движения, сколько возбуждение циркуляции с противоположным направлением. Повторение этого сценария приводило к возникновению осциллирующего конвективного течения. Мы предположили, что причиной возбуждения колебаний является запаздывание реагирования управляющей подсистемы на изменение состояния управляемой системы. Если это так, то первое уравнение в (4) должно быть переписано в следующем виде:

$$\frac{dX(t)}{dt} = P(-X(t) + Y(t) \cos(kY(t - \tau)) - (\alpha R + \beta Z(t)) \sin(kY(t - \tau))), \quad (5)$$

где τ — время запаздывания. Линейный анализ системы с запаздыванием (5) показал, что возникает целое семейство колебательных нейтральных кривых, параметрически зависящих от τ . Нами выбрана одна кривая, которая находится в количественном согласии с экспериментальными данными (кривая 2 на рис. 2). Она соответствует времени запаздывания порядка 1.3 s. Это значение хорошо согласуется с известным результатом из теории запаздывающих систем, согласно которому период колебаний примерно равен учетверенному времени запаздывания.

В заключение отметим, что в данном сообщении экспериментально и теоретически показана возможность стабилизации механического равновесия неоднородно нагретой жидкости в прямоугольной петле посредством управления с пропорциональной обратной связью. Такое управление может поддерживать квазиравновесие в системе сколько угодно долго. Обнаружено, что при больших значениях коэффициента усиления обратной связи квазиравновесие все-таки теряет устойчивость и возникает колебательный режим движения. Такое поведение конвективной системы, находящейся под воздействием управления, достаточно необычно, так как с увеличением интенсивности управляющего воздействия следовало бы ожидать возрастания надежности управления. Рассмотрение математической модели показало, что причиной является неспособность управляющей подсистемы вовремя вносить корректирующие изменения. Таким образом, повышение эффективности управления путем усиления обратной связи может привести к ситуации,

когда само управление генерирует неустойчивость стабилизированного механического равновесия.

Работа поддержана РФФИ (грант № 0706-08-00754-а) и выполнялась на оборудовании, приобретенном на средства гранта CRDF PE-009-0 и Национального проекта „Образование“.

Список литературы

- [1] *Келлер И.О., Тарунин Е.Л.* // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 4. С. 6–11.
- [2] *Келлер И.О., Тарунин Е.Л.* // Конвективные течения. Пермь: ПГПИ, 1991. С. 87–93.
- [3] *Singer J., Bau H.H.* // *Physics of Fluids A*. 1991. V. 3. P. 2859–2865.
- [4] *Wang Y.Z., Singer J., Bau H.H.* // *J. Fluid Mechanics*. 1992. V. 237. P. 479–498.
- [5] *Yuen P.K., Bau H.H.* // *Physics of Fluids*. 1999. V. 11. P. 1435–1448.
- [6] *Зюзгин А.В., Путин Г.Ф.* // Гидродинамика. Пермь: ПермГУ, 1998. С. 123–139.
- [7] *Bratsun D.A., Shi Y., Eckert K., De Wit A.* // *Europhys. Lett*. 2005. V. 69. P. 746–752.
- [8] *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.