

01;09

Управляемая хаотическая система на основе индуктивно связанных бистабильных генераторов

© Э.В. Кальянов

Институт радиотехники и электроники РАН (Фрязинский филиал),
Фрязино (Моск. обл.)
E-mail: erast@ms.ire.rssi.ru

Поступило в Редакцию 17 апреля 2007 г.

Приведена математическая модель новой управляемой автоколебательной системы, основанной на индуктивно связанных генераторах Чуа. Численными методами показано, что при использовании алгоритма хаотизирующей обратной связи возможно возбуждение хаотических колебаний в режимах, когда без этого алгоритма генерируются лишь регулярные колебания.

PACS: 05.45.-a

Бистабильный генератор Чуа, обладающий хаотической динамикой, широко известен. Его теоретическим и экспериментальным исследованиям посвящено большое число работ. Он вошел в учебные пособия как очень простая хаотическая автоколебательная система [1,2], которая находит практические применения [3]. При этом результаты численного анализа хорошо согласуются с натурным экспериментом [4].

Одна из важных проблем, рассматриваемых применительно к генераторам хаоса, связана с управлением режимами колебаний таких систем. В данной работе исследуется возможность управления колебаниями системой индуктивно связанных генераторов Чуа при использовании метода автокоммутации, позволяющего обеспечить режим хаотических движений даже в системах с регулярной динамикой [5]. Приводятся математическая модель управляемой системы и результаты ее численного анализа.

В качестве исходных выражений, описывающих систему индуктивно связанных генераторов Чуа, рассмотрим уравнения, приведенные в [6]. После их упрощения (за счет идентичности отдельных параметров связанных подсистем и пренебрежения потерями в индуктивных эле-

ментах) будем иметь

$$dx_i/dt = \alpha[y_i - x_i(1 - \nu + \mu x_i^2)], \quad (1a)$$

$$dy_i/dt = m_i(x_i - y_i + z_i), \quad (1b)$$

$$dz_i/dt = [\beta/(1 - k^2)](ky_j - y_i), \quad (1c)$$

где $i, j = 1, 2$ при $i \neq j$, $m_1 = 1$, $m_2 = \alpha_0$. При этом параметр α_0 , равный отношению емкостей колебательных контуров парциальных генераторов, определяет степень неидентичности подсистем. Коэффициент k характеризует величину симметричной индуктивной связи; α , β , ν , μ — постоянные величины.

В соответствии с методом автокоммутации [5] необходимо ввести в систему (1) сигнал „самовоздействия“, определяемый функцией $f(t)$, которая задает режим переключения колебаний в системе и, в свою очередь, сама зависит от колебательного процесса в этой системе. Эту функцию следует ввести аддитивно в третьи уравнения системы (1). В этом случае при записи системы (1) в форме, присущей генераторам с инерционностью [4], функция $f(t)$ будет входить как внешнее воздействие. Таким образом, вместо (1c) будем иметь

$$dz_i/dt = [\beta/(1 - k^2)](ky_j - y_i) + d_0 f(t), \quad (2)$$

где d_0 — коэффициент дополнительной обратной связи.

Для создания нерегулярности „самовоздействия“ на систему, описываемую уравнениями (1a), (1b), (2), с помощью которого обеспечивается возможность управления колебаниями, зададим функцию $f(t)$ условием

$$f(t) = \begin{cases} u_2 & \text{при } |u_1| \geq \xi, \\ u_1 & \text{при } |u_2| \geq \xi, \end{cases} \quad (3)$$

где ξ , ξ — постоянные величины, а переменные $u_1(t)$ и $u_2(t)$ определяются следующими уравнениями:

$$d^2 u_i / dt^2 + 2\delta_i du_i / dt + \omega_i^2 u_i = \omega_i^2 d_i x_i, \quad (4)$$

где ω_1 , ω_2 , δ_1 , δ_2 , d_1 , d_2 — положительные величины.

Условие (3) и уравнения (4) представляют собой алгоритм дополнительной обратной связи. Благодаря этому алгоритму в самосоглазованной системе (1a), (1b), (2)–(4) обеспечивается автокоммутация

колебаний и, как следствие, возможность хаотизации движений в случае, когда без использования алгоритма дополнительной обратной связи колебания являются регулярными.

Расчеты проводились методом Рунге–Кутты 4-го порядка при шаге интегрирования, равном 0.01. Неизменяемые параметры имели следующие значения: $\beta = 14.28$, $\nu = 1.25$, $\mu = 0.1$, $\alpha_0 = 0.8$, $\xi = 6$, $\zeta = 0.2$, $\omega_1 = 3.3$, $\omega_2 = 4$, $\delta_1 = \delta_2 = 0.0825$, $d_1 = d_2 = 0.8$, $k = 0.2$. Начальные условия для переменных парциальных подсистем равны 0.1.

На рис. 1 приведены бифуркационные диаграммы, иллюстрирующие изменение максимальных значений колебательного процесса $x_1(t)$ (обозначенных через $[x_1]$) в зависимости от параметра α , определяющего возбуждение колебаний в системе, описываемой соотношениями (1a), (1b), (2)–(4). Диаграмма рис. 1, a получена при отсутствии дополнительной обратной связи (при $d_0 = 0$), а диаграмма рис. 1, b — при ее наличии (при $d_0 = 1$).

Как видно (a), без автокоммутации реализуются несколько сложных бифуркаций. После предстартового состояния, отображающего триггерный (ждущий) режим работы (при $\alpha < 6.1$), в интервале $\alpha \in [6.1; 6.7]$ возбуждаются регулярные колебания, что отображается отсутствием разброса точек, соответствующих максимальным значениям колебательного процесса. При $\alpha > 6.7$ появляется нерегулярный разброс точек — возбуждаются хаотические колебания, которым в фазовом пространстве соответствует аттрактор рэслеровского типа, а в интервале $\alpha \in [8.2; 9.5]$ — колебания, которым соответствует хаотический аттрактор типа двойной завиток. При $\alpha \approx 9.5$ реализуется бифуркация перехода от режима переключения колебаний между двумя бассейнами притяжения к регулярным движениям, которым в фазовом пространстве соответствует большой предельный цикл. При этом колебания обеих подсистем синхронизированы — частоты колебательных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ одинаковы.

При использовании алгоритма хаотизирующей обратной связи бифуркационная диаграмма отображает существенно иное поведение колебательного процесса $x_1(t)$ при увеличении α (b). Практически во всем интервале изменения этого параметра, соответствующем различным движениям при отсутствии самовоздействия, возбуждаются хаотические колебания, что отображается нерегулярным разбросом точек, соответствующих максимальным значениям колебательного процесса.

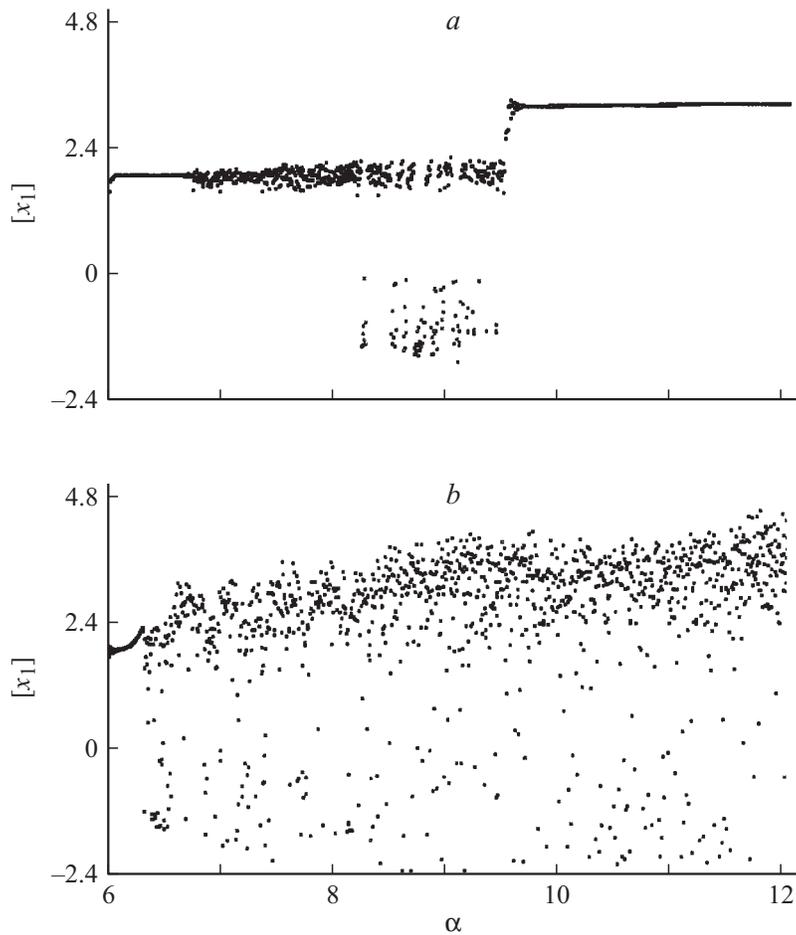


Рис. 1. Изменение максимальных значений колебательного процесса $x_1(t)$ в связанной системе при увеличении параметра возбуждения: a — $d_0 = 0$, b — $d_0 = 1$.

Изменения колебательного процесса $x_1(t)$ при использовании самовоздействия наглядно иллюстрируются фазовыми портретами (см. рис. 2), которые рассчитаны в интервале времени $t \in [120; 200]$ при $\alpha = 11$ для случаев $d_0 = 0$ (a) и $d_0 = 1$ (b). Видно (b), что хаотический

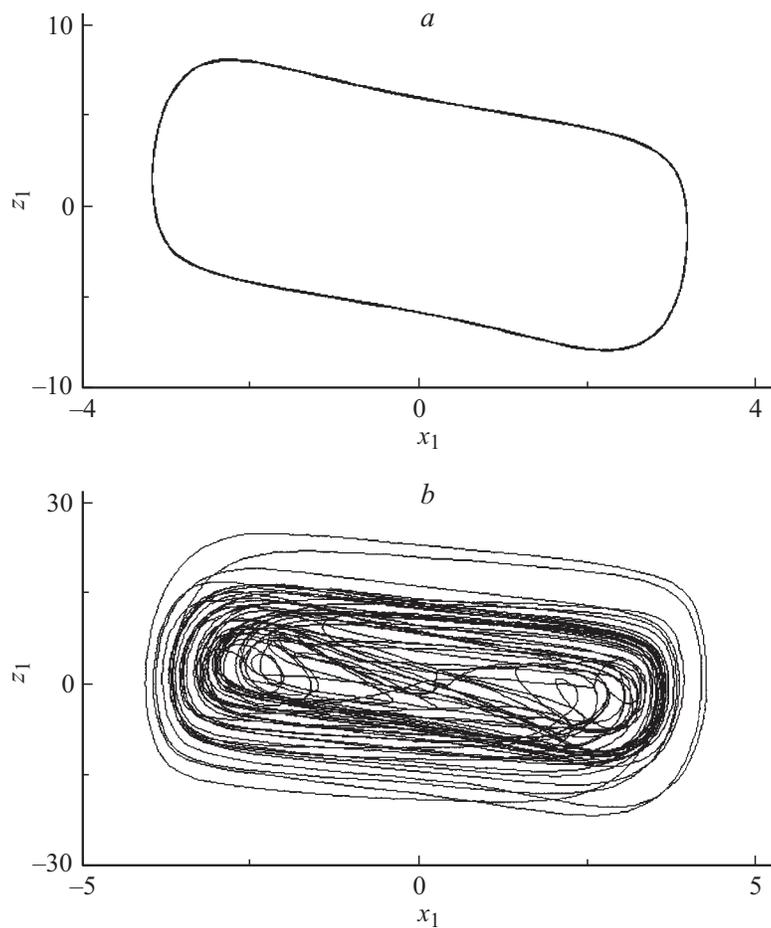


Рис. 2. Фазовый портрет колебаний в первой подсистеме: a — $d_0 = 0$, b — $d_0 = 1$.

аттрактор, формирующийся при использовании автокоммутации, отображает хорошее перемешивание фазовых траекторий, тогда как в случае $d_0 = 0$ реализуется простой предельный цикл. Следует заметить, что хаотические колебания в подсистемах при $d_0 = 1$ частично синхронизированы: расчет траекторий движения изображающей точки (в проекции

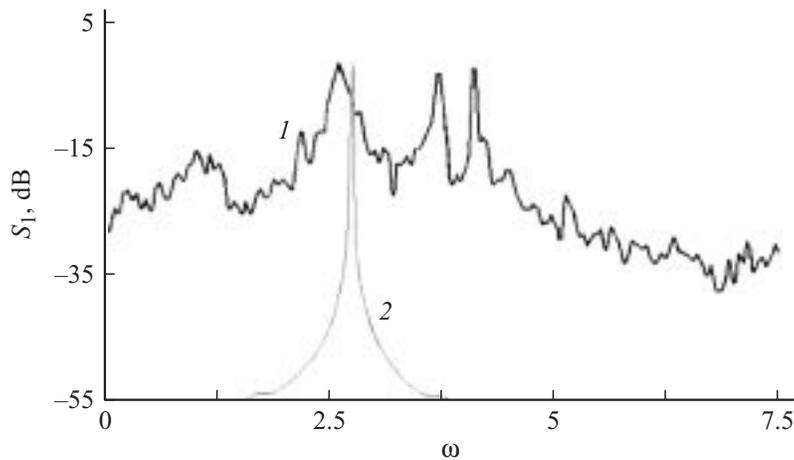


Рис. 3. Спектры мощности колебаний в первой подсистеме: 1 — $d_0 = 1$, 2 — $d_0 = 0$.

на плоскость $\{x_1, x_2\}$) показывает, что они имеют преимущественную ориентацию в направлении множества $x_1 = x_2$.

Спектр мощности S_1 колебательного процесса $x_1(t)$, которому соответствует аттрактор, показанный на рис. 2, *b*, иллюстрируется кривой 1 на рис. 3. Для сравнения: кривой 2 на этом рисунке показан спектр мощности S_1 , рассчитанный при работе системы без дополнительной обратной связи (при $\alpha = 11$, $d_0 = 0$), когда возбуждаются регулярные синхронные движения и фазовый портрет отображается простым предельным циклом. Видно (кривая 1), что при автокоммутации спектр мощности генерируемых колебаний является непрерывным и занимает широкую полосу частот. При этом видны три „всплеска“ спектральной плотности мощности хаотических колебаний. Максимум одного из них находится вблизи значения частоты колебаний первой подсистемы, генерируемых при $d_0 = 0$, а два других — вблизи резонансных частот фильтрующих элементов.

Приведенная новая математическая модель связанной системы с дополнительной обратной связью иллюстрирует возможность управления колебаниями в системе индуктивно связанных генераторов Чуа. Наряду с изменением аттракторов, реализующихся при хаотических колебаниях, возможно преобразование регулярных колебаний, которым

соответствует простой предельный цикл, в хаотические движения, формирующиеся на основе этого предельного цикла (без переключения движений) и занимающие широкий спектр частот.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 07-02-00351).

Список литературы

- [1] *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В.* Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Фундаментальные основы и избранные проблемы / Под ред. В.С. Анищенко. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1999. Гл. 5. 130 с.
- [2] *Кузнецов С.П.* Динамический хаос (курс лекций). М.: Изд-во физ.-мат. лит., 2001. Лекция 5. 90 с.
- [3] *Дмитриев А.С., Панас А.И.* Динамический хаос. Новые носители информации для систем связи. М.: Физматгиз, 2002. Гл. 6. 127 с.
- [4] *Кальянов Э.В., Кяргинский Б.Е.* // Нелинейный мир. 2006. Т. 4. № 11. С. 596–600.
- [5] *Кальянов Э.В.* // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. В. 6. С. 29–35.
- [6] *Кальянов Э.В.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. В. 16. С. 76–84.