

08

Прохождение сдвиговых волн через вакуумный зазор продольно перемещающихся пьезоэлектрических кристаллов

© Ю.В. Гуляев, С.Н. Марышев, Н.С. Шевяхов

Институт радиотехники и электроники РАН им. В.А. Котельникова
Ульяновский филиал института радиотехники и электроники РАН
им. В.А. Котельникова
E-mail: ns_shev@mail.ru

Поступило в Редакцию 27 февраля 2007 г.

Рассмотрено влияние относительного продольного перемещения пьезоэлектрических кристаллов, разделенных вакуумным зазором, на отражение и прохождение сдвиговых волн. Предсказывается возможность усиления отраженной волны в условиях обращения волнового фронта волны, прошедшей через зазор.

PACS: 43.20.Ej, 68.35.Iv

Прохождение акустических волн через зазор пьезоэлектрических кристаллов, не имеющих механического контакта, впервые отметил С. Калиский [1]. Из-за сходства с подбарьерным туннельным переходом в квантовой механике [2] это явление, рассматривавшееся впоследствии как теоретически [3,4], так и экспериментально [5], получило название туннелирования акустических волн. Почти полное прохождение акустических волн под малыми углами скольжения, установленное в [3–5] для гексагональных пьезоэлектрических кристаллов, представлялось многообещающим для развития эффективных способов бесконтактного возбуждения акустических колебаний в твердых телах. Последующие усилия поэтому были направлены на повышение угла скольжения [6–8].

В настоящем сообщении обсуждается другой аспект проблемы акустического туннелирования волн через зазор пьезоэлектрических кристаллов, связанный с возможностью относительного продольного перемещения (ОПП) кристаллов. Влияние этого фактора на туннелирование акустических волн до сих пор не оценивалось. Между тем

на практике механическое перемещение тел является одной из причин, вынуждающей прибегнуть к бесконтактному возбуждению акустических колебаний.

Рассмотрим одинаковые по параметрам и ориентации кристаллографических осей пьезоэлектрические кристаллы гексагонального класса 6, разделенные вакуумным зазором толщиной h . Примем, что один из кристаллов неподвижен, а другой испытывает продольное перемещение с заданной скоростью V . Решение строим в лабораторной системе отсчета $x_0y_0z_0$, привязанной к неподвижному кристаллу ($y < -h/2$), со стороны которого падает наклонно на зазор плоская монохроматическая сдвиговая волна с горизонтальной поляризацией упругих смещений $\mathbf{u}_1 \parallel z \parallel \mathbf{b}$. Однако где необходимо, параметры волн, возникающих в движущемся кристалле ($y > h/2$), условимся соотносить попутной системе отсчета $\tilde{x}_0\tilde{y}_0\tilde{z}_0$, привязанной к движущемуся кристаллу.

Движение верхнего кристалла, очевидно, не влияет на его симметрию, и при оговоренных условиях возникающие в этом кристалле акустические волны, как и в статическом случае $V = 0$ [3,4], имеют ту же горизонтальную поляризацию, что и падающая волна. Однако с позиции наблюдателя в лабораторной системе отсчета закон дисперсии волн горизонтальной поляризации в движущемся кристалле, как результат наведенной движением кристалла анизотропии, будет иным. Это отличие, разумеется, исчезнет, если перейти в попутную систему отсчета, но следует помнить, что, согласно галилеевской связи координат $x = \tilde{x} + Vt$,¹ такой переход будет сопровождаться доплеровским понижением частоты от значения ω до $\Omega = \omega - \mathbf{k}\mathbf{V}$, где \mathbf{k} — волновой вектор, Ω — частота в попутной системе отсчета. Таким образом, если в неподвижном кристалле волновое число $k_1 = \omega/s$, то в движущемся кристалле оно будет иметь в лабораторной системе отсчета величину $k_2 = \pm(\omega - \mathbf{k}_2\mathbf{V})/s$, где s — скорость сдвиговых волн в материале пьезоэлектрика. Здесь, заранее оговаривая условия: $k_{1,2} > 0$, $\omega > 0$, мы обязаны считаться с возможной при высоких ($\beta > 1$, $\beta = V/s$) скоростях ОПП сменой знака разностью $\Omega = \omega - \mathbf{k}_2\mathbf{V}$ и учитывать в выражении для k_2 оба корня.

Для первого корня туннелированная в движущийся кристалл волна сохраняет в переходах между попутной и лабораторной системами отсчета свой статус волны прямого распространения. В данном случае

¹ Остальные координаты и время одинаковы в обеих системах отсчета.

ОПП качественно не отразится на характере рефракции, которую назовем обычной рефракцией. Для второго корня имеем, очевидно, волну с $\omega > 0$, $k_2 = \omega/v > 0$ — в лабораторной системе отсчета (v — фазовая скорость туннелированной волны с учетом ОПП) и $\Omega < 0$, $k_2 = \Omega/s < 0$ — в попутной системе отсчета. Переход между системами отсчета сопряжен, таким образом, с обращением волнового фронта (ОВФ) туннелированной волны, что качественно меняет характер ее рефракции, именуемой в дальнейшем для краткости обращенной рефракцией.

ОВФ туннелированной волны имеет чисто кинематическое происхождение. Оно вызвано сносовым действием среды, движущейся с трансзвуковой скоростью по ходу падения волны со стороны неподвижного кристалла с тем, чтобы с избытком компенсировать обратное распространение туннелированной волны относительно движущегося кристалла и обеспечить в итоге ее пространственный синхронизм электрическими полями через зазор с волнами прямого распространения в неподвижном кристалле.

По значку частоты Ω волновые векторы \mathbf{k}_2 будем снабжать сверху индексами $+$ и $-$, соотнося их ветвям \mathbf{k}_2^\pm обычной и обращенной рефракции. На рис. 1 показаны (в левой части) геометрия задачи и (справа) типичные рефракционные кривые. С учетом того обстоятельства, что $\mathbf{k}_1 = \mathbf{n}\omega/s$, $\mathbf{n} = (\sin \alpha, \cos \alpha)$ — вектор волновой нормали, α — угол падения, рефракционная кривая для волн в неподвижном кристалле имеет на рис. 1 вид штриховой окружности. В лабораторной системе отсчета имеем также $\mathbf{k}_2^\pm = \mathbf{n}_t \omega/v_\pm$, $\mathbf{n}_t = (\sin \alpha_t, \cos \alpha_t)$ — волновая нормаль туннелированной волны, α_t — угол преломления, и с учетом равенства $\mathbf{k}_1 \mathbf{V} = \mathbf{k}_2^\pm \mathbf{V}$, выражающего закон рефракции, получим

$$\mathbf{k}_2 = \begin{cases} \mathbf{k}_2^+ = \frac{\omega}{s} \frac{\mathbf{n}_t}{1 + \beta \sin \alpha_t}, & \beta \sin \alpha_t > -1, \\ \mathbf{k}_2^- = \frac{\omega}{s} \frac{\mathbf{n}_t}{\beta \sin \alpha_t - 1}, & \beta \sin \alpha_t > 1. \end{cases} \quad (1)$$

Построенные согласно (1) участки кривых обычной (кривая 1) и обращенной (кривая 2) рефракции не пересекаются ни при каких скоростях ОПП, что исключает возможность двойного лучепреломления в движущийся кристалл волн, которые можно было бы идентифицировать как волны положительной и отрицательной частоты Ω . Другими словами, туннелированная волна всегда возникает в единственном экземпляре. При этом в зависимости от скорости ОПП оказывается в попутной

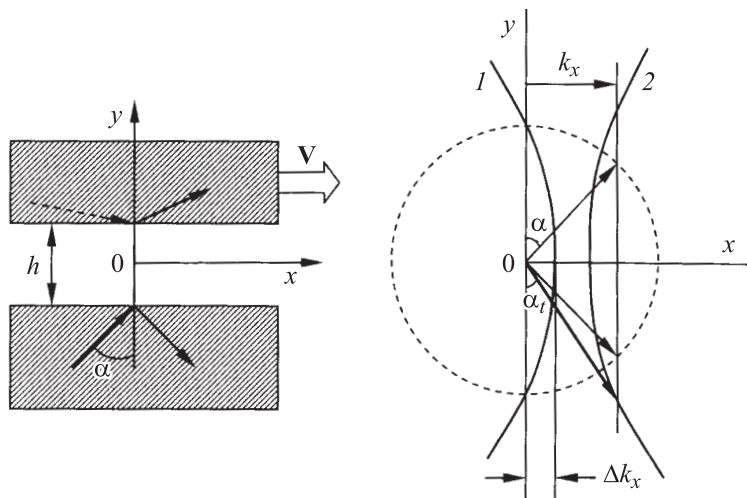


Рис. 1. Геометрия задачи (слева) и картина волновых векторов в условиях обращенной рефракции (справа): 1 — обычная рефракционная кривая, 2 — рефракционная кривая в условиях обращения волнового фронта туннелированной волны.

системе отсчета волной либо положительной, либо отрицательной частоты.

В случае $\beta < 1$, когда кривая 2 отсутствует, а кривая 1 замыкается в петлю, реализуется обычная рефракция. Это же имеет место при $\beta < 2$ по той причине, что кривая 2 ветви обращенной рефракции лежит правее штрихового круга. Наконец, при $\beta > 2$ и k_x , заметно больших Δk_x , как показано в правой части рис. 1, имеет место обращенная рефракция, сменяющая возможную при $k_x < \Delta k_x$ обычную рефракцию. В области проекций k_x волнового вектора падающей волны между кривыми 1, 2 туннелирования не происходит из-за полного отражения: проекция $k_y^{(2)}$ волновых возмущений в движущемся кристалле будет мнимой, и они приобретут вид приграничных колебаний.

При геометрическом построении волновых векторов по кривым рефракции существует известная проблема выбора знака поперечных компонент волновых векторов k_y . Обычно она разрешается на основе принципа излучения, который, вообще говоря, применим только к кон-

сервативным или диссипативным системам. В условиях ОПП система неавтономна, так как в ней неявно присутствует внешний источник энергии, обеспечивающий движение кристалла. Критериальные оценки знака $k_y^{(2)}$ из принципа излучения следует поэтому заменить оценками, основанными на других соображениях.

Обычная рефракция включает случай $\beta = 0$, когда применение принципа излучения не вызывает сомнений и приводит к однозначному выбору туннелированной волны с $k_y^{(2)} > 0$. Основываясь на непрерывности перехода в решении для ветви \mathbf{k}_2^+ по параметру β к этому случаю, данное условие отбора $k_y^{(2)} > 0$ для составляющей $k_y^{(2)}$ можно распространить на всю область обычной рефракции. Обратная рефракция не получается предельным переходом от случая $\beta = 0$, и определение знака составляющей $k_y^{(2)}$ согласно непрерывному продолжению по параметру β должно быть исключено.

В качестве альтернативного критерия выбора знака $k_y^{(2)}$ в условиях обратной рефракции возьмем соотношение $\text{sign}(k_y^+) = -\text{sign}(k_y^-)$, вытекающее из процедуры сравнения поперечных компонент групповых скоростей $\mathbf{V}_g^\pm = \partial\omega/\partial\mathbf{k}_2$ туннелированных волн при обычной (знак $+$) и обратной (знак $-$) рефракции. Действительно, из закона дисперсии для туннелированной волны в лабораторной системе отсчета имеем $\omega = \mathbf{k}_2\mathbf{V} \pm s(\mathbf{k}_2^2)^{1/2}$ и $\mathbf{V}_g^\pm = \mathbf{V} \pm s\mathbf{k}_2/k_2$. Отсюда следует, что пропорциональные $k_y^{(2)}$ поперечные компоненты групповых скоростей туннелированных волн обычной и обратной рефракции направлены встречно друг другу и, поскольку для обычной рефракции $k_y^{(2)} > 0$, для случая обратной рефракции имеем $k_y^{(2)} < 0$. Соответствующий этому выбору знака $k_y^{(2)}$ волновой вектор туннелированной волны показан на рис. 1 справа жирной, а в геометрии задачи — штриховой стрелкой.

Несмотря на то что изменение решения [3] вследствие ОПП затрагивает только поперечную составляющую волнового вектора туннелированной волны, непосредственно воспользоваться итоговыми результатами [3] невозможно, так как в них не удастся различить величины $k_y^{(1)}$ и $k_y^{(2)}$, относящиеся к волнам по разным сторонам зазора. Это вынуждает повторить решение граничной задачи.

С учетом индуцированной ОПП разницы величин $k_y^{(1,2)}$ волновые поля и поля приграничных электрических колебаний с номерами $j = 1$ при $y < -h/2$, $j = 2$ при $y > h/2$ в случае обычной рефракции

представим в виде

$$\begin{aligned}
 u_1 &= U \exp(i\phi) [\exp(ik_y^{(1)}y) + R \exp(-ik_y^{(1)}y)], \\
 \varphi_1 &= \frac{4\pi e_{15}}{\varepsilon} u_1 + F_1 \exp(i\phi) \exp(k_x y), \\
 u_2 &= UT \exp(i\phi) \exp(ik_y^{(2)}y), \\
 \varphi_2 &= \frac{4\pi e_{15}}{\varepsilon} u_2 + F_2 \exp(i\phi) \exp(-k_x y).
 \end{aligned} \tag{2}$$

Электрическое поле в зазоре ($|y| < h/2$) является решением уравнения Лапласа и характеризуется потенциалом

$$\varphi = \exp(i\phi) [C \exp(k_x y) + D \exp(-k_x y)]. \tag{3}$$

В выражениях (2), (3) e_{15} — пьезомодуль продольного пьезоэффекта, ε — диэлектрическая проницаемость, $\phi = k_x x - \omega t$, $k_x = k_1 \sin \alpha$, $k_y^{(1,2)} = (k_{1,2}^2 - k_x^2)^{1/2}$. Угол падения α , амплитуда смещений U падающей волны и частота ω полагаются заданными. Соответственно известными оказываются волновые числа волн, причем в выражении для волнового числа k_2 скалярное произведение $\mathbf{kV} = k_x V$ также определится углом падения.

Для определения коэффициентов отражения R и прохождения T сдвиговой волны через зазор выражения (2), (3) необходимо подставить в граничные (при $y = \pm h/2$) условия задачи. Они не меняются под влиянием ОПП, и в дальнейшем можно следовать ходу решения, изложенному в [3]. Опуская промежуточные преобразования, приведем взамен формул (4.10), (4.11) из [3] окончательный результат

$$R = \frac{\frac{k_y^{(1)}k_y^{(2)}}{k_x^2} + [\Delta_a \Delta_s + i \frac{(k_y^{(2)} - k_y^{(1)})}{2k_x} (\Delta_a + \Delta_s)]}{\frac{k_y^{(1)}k_y^{(2)}}{k_x^2} - [\Delta_a \Delta_s + i \frac{(k_y^{(2)} - k_y^{(1)})}{2k_x} (\Delta_a + \Delta_s)]}, \tag{4}$$

$$T = - \frac{\frac{i\varepsilon O^2}{(1+\varepsilon^2)\text{sh}(2\xi) + 2\varepsilon\text{ch}(2\xi)} \left(\frac{k_y^{(2)} + k_y^{(1)}}{k_x} \right)}{\frac{k_y^{(1)}k_y^{(2)}}{k_x^2} - [\Delta_a \Delta_s + i \frac{(k_y^{(2)} - k_y^{(1)})}{2k_x} (\Delta_a + \Delta_s)]}. \tag{5}$$

В выражениях (4), (5) обозначено:

$$\Delta_a = \frac{Q^2 - \varepsilon \operatorname{th}(\xi) Q_{\perp}^2}{1 + \varepsilon \operatorname{th}(\xi)}, \quad \Delta_a = \frac{Q^2 \operatorname{th}(\xi) - \varepsilon Q_{\perp}^2}{\varepsilon + \operatorname{th}(\xi)},$$

$$Q^2 = \frac{4\pi e_{15}^2}{\varepsilon \lambda + 4\pi e_{15}^2}, \quad Q_{\perp}^2 = \frac{4\pi e_{14}^2}{\varepsilon \lambda + 4\pi e_{15}^2}, \quad (6)$$

где Q^2 и Q_{\perp}^2 — квадраты коэффициентов электромеханической связи продольного и поперечного пьезоэффекта, e_{14} — модуль поперечного пьезоэффекта, λ — модуль сдвига, $\xi = k_x h/2$.

Область углов падения обычной рефракции ограничивается условием $\alpha < \alpha^*$, $\sin \alpha^* = (1 + \beta)^{-1}$. Для перехода к обращенной рефракции при $\beta > 2$, $\alpha > \alpha^{**}$, $\sin \alpha^{**} = (\beta - 1)^{-1}$ в формулах (4), (5) следует предварительно поменять знак у величины $k_y^{(2)}$. Рефракционная связь углов α и α_t во всех случаях дается формулой $\cos \alpha_t [(1 - \beta \sin \alpha)^2 - \sin^2 \alpha]^{1/2} (1 - \beta \sin \alpha)^{-1}$.

На рис. 2 и 3 представлены угловые спектры модулей коэффициентов отражения и прохождения сдвиговой волны, рассчитанные по формулам (4), (5) для кристаллов LiIO_3 с параметрами, взятыми из справочника [9]. Видно, что в условиях обычной рефракции общей тенденцией является ухудшение туннелирования волны в движущийся кристалл. Более заметно это выражено в угловых спектрах коэффициента отражения. Так, уже при небольших скоростях встречного ($\beta < 0$) ОПП (кривая 1, рис. 2) прозрачность зазора в области больших углов падения падает более чем наполовину. Однако малая прозрачность зазора, как показывает кривая 3 рис. 2, достигается только при сверхвысоких скоростях встречного ОПП. Впрочем, существенного снижения коэффициента прохождения волны через зазор (см. кривые 1–3 на рис. 3) не возникает, и возможность практического использования эффекта туннелирования сохраняется.

При попутном ($\beta > 0$) ОПП снижение прозрачности зазора сопровождается с ростом β оттеснением участка прозрачности областью наступающего полного отражения в сторону меньших углов падения (см. кривую 2, рис. 2). При этом на угловых спектрах прохождения (рис. 3, кривые 2, 3) в точках предельных углов полного отражения образуются хорошо выраженные пики. Туннелированные волны в этих условиях имеют весьма малые поперечные составляющие волнового вектора

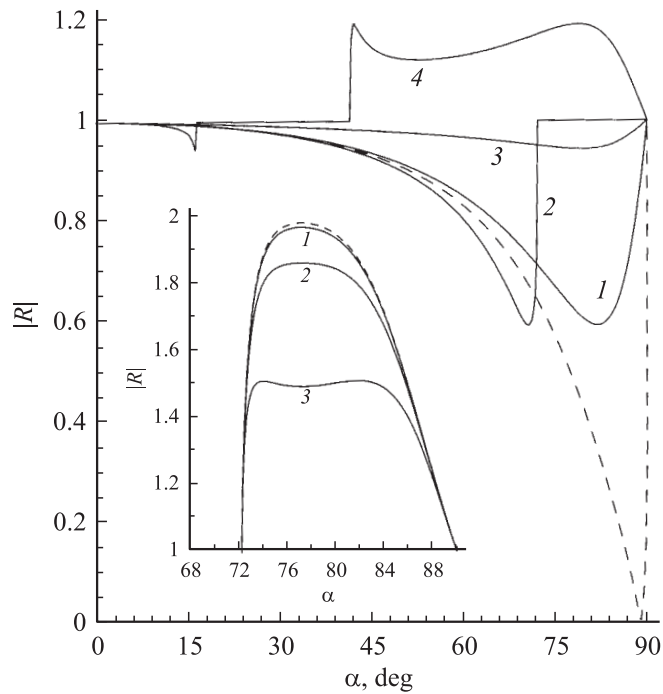


Рис. 2. Угловые спектры коэффициента отражения сдвиговой волны предельно тонким ($\xi = 10^{-6}$) вакуумным зазором кристаллов LiIO_3 при различных скоростях ОПП: $\beta = 0$ (штриховая кривая), 1 — $\beta = -0.05$, 2 — $\beta = 0.05$, 3 — $\beta = -2.5$, 4 — $\beta = 2.5$, и толщинах зазора в условиях фиксированной скорости ОПП (врезка, $\beta = 2.05$): $\xi = 10^{-6}$ (штриховая кривая), 1 — $\xi = 10^{-3}$, 2 — $\xi = 10^{-2}$, 3 — $\xi = 6 \cdot 10^{-2}$.

$k_y^{(2)} \geq 0$. Таким образом, возможно эффективное туннелирование в движущийся кристалл сдвиговых волн, но только почти скользящего распространения.

В отношении самого эффекта туннелирования область обращенной рефракции при сверхвысоких скоростях попутного ОПП ($\alpha > \alpha^{**}$, $\alpha^{**} \approx 82^\circ$ для штриховой кривой рис. 3) не представляет интереса в связи с вытекающим из формулы (5) „запиранием“ зазора при $k_y^{(1)} + k_y^{(2)} = 0$ и существенным снижением коэффициента прохожде-

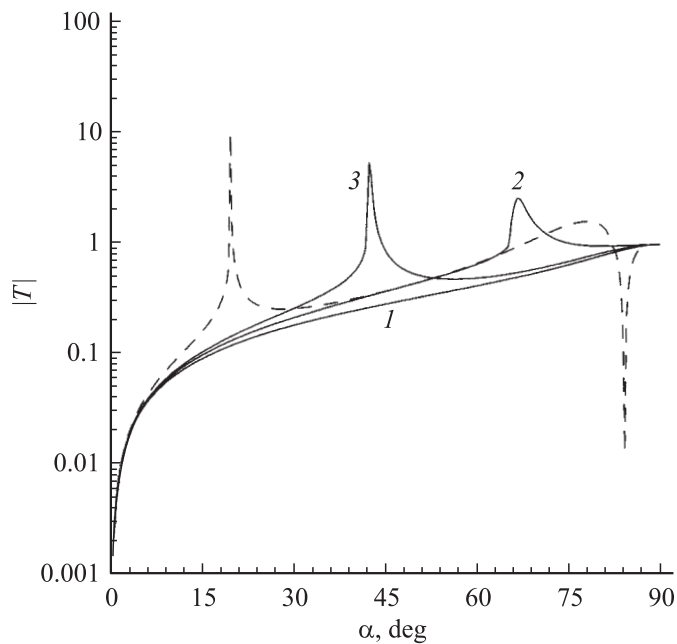


Рис. 3. Угловые спектры коэффициента прохождения сдвиговой волны через вакуумный зазор пьезоэлектрических кристаллов LiIO_3 толщиной $\xi = 0.001$ при различных скоростях ОПП: $\beta = 2.01$ (штриховая кривая), $1 - \beta = -0.5$, $2 - \beta = 0.1$, $3 - \beta = 0.5$.

ния в окрестности угла „запирания“. Здесь, однако, привлекательна возможность усиления отраженной волны $|R| > 1$ (см. кривую 4 на рис. 2 и кривые 1–3 на врезке рис. 2). Оно возникает благодаря тому, что волна в движущемся кристалле при обращенной рефракции распространяется к зазору (рис. 1) и в этом же направлении переносит энергию. Это усиление можно рассматривать как разновидность известного акустоэлектронного усиления отраженной волны током дрейфа носителей заряда в полупроводнике, прилегающем к пьезокристаллу [10]. Пьезозаряды, индуцируемые туннелированной волной и переносимые кристаллом с трансзвуковой скоростью, образуют конвективный ток, действие которого аналогично сверхзвуковому дрейфу носителей заряда в полупроводнике, вызванному тянущим полем.

Список литературы

- [1] *Kaliski S.* // Proc. Vibr. Probl. 1966. V. 7. N 2. P. 95–104.
- [2] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1989. 768 с.
- [3] *Балакирев М.К., Гилинский И.А.* Волны в пьезокристаллах. Новосибирск: Наука, 1982. 240 с.
- [4] *Балакирев М.К., Горчаков А.В.* // ФТТ. 1977. Т. 19. В. 2. С. 571–572.
- [5] *Балакирев М.К., Богданов С.В., Горчаков А.В.* // ФТТ. 1978. Т. 20. В. 2. С. 588–590.
- [6] *Филиппов В.В.* // ЖТФ. Т. 55. В. 5. С. 975–979.
- [7] *Гуляев Ю.В., Плесский В.П.* // ФТТ. 1978. Т. 20. В. 1. С. 133–136.
- [8] *Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Плесский В.П.* // ФТТ. 1978. Т. 20. В. 5. С. 1580–1581.
- [9] *Акустические кристаллы* / Под ред. М.П. Шаскольской. М.: Наука, 1982. 632 с.
- [10] *Лямшев Л.М., Шевяхов Н.С.* // Акуст. журн. 1973. Т. 19. № 6. С. 918–920.