

09

## **Влияние малой цилиндрической неоднородности на собственную частоту полуцилиндрического диэлектрического резонатора с аксиально-однородным колебанием**

© Ю.В. Прокопенко, Ю.Ф. Филиппов, И.А. Шипилова

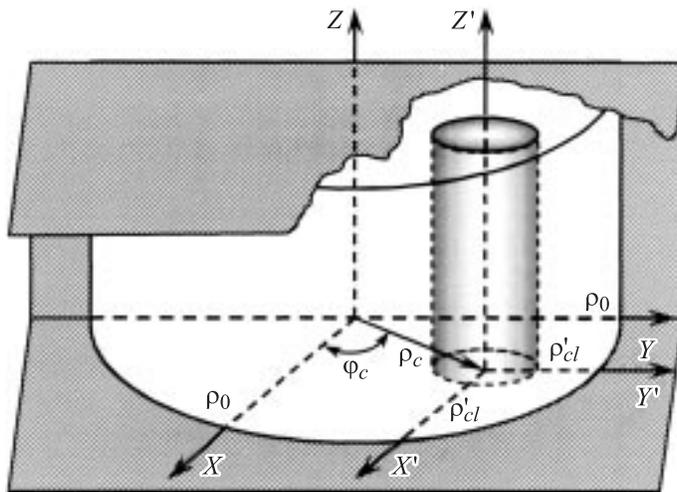
Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины,  
Харьков  
E-mail: shipilova@ire.kharkov.ua

*Поступило в Редакцию 23 января 2007 г.*

Проведено исследование полуцилиндрических диэлектрических резонаторов с малой цилиндрической неоднородностью в области поля собственного колебания „шепчущей галереи“. Получены характеристические уравнения, позволяющие определять собственные комплексные частоты резонаторов с аксиально-однородным колебанием. Показано, что наличие диэлектрической или проводниковой неоднородности приводит к смещению частоты и к потерям энергии собственной моды резонатора.

PACS: 07.57.-c, 42.60.Da

Диэлектрические резонаторы с колебаниями „шепчущей галереи“ широко применяются как для определения комплексной диэлектрической проницаемости веществ [1,2], так и для стабилизации генераторов [3,4]. Введение в область локализации энергии резонатора неоднородности позволяет исследовать свойства веществ, занимающих малые объемы [5]. Такие исследования могут быть проведены с помощью полуцилиндрического диэлектрического резонатора с цилиндрической неоднородностью, которая заполняется исследуемым веществом. При использовании резонатора в качестве составной части автогенератора введение металлического или диэлектрического штыря в резонатор позволяет осуществлять механическую перестройку частоты автогенератора [4].



Полуцилиндрический диэлектрический резонатор с цилиндрической неоднородностью.

В работе рассмотрен квазиоптический полуцилиндрический диэлектрический резонатор с неоднородностью в виде диэлектрического или металлического цилиндра, расположенного в области поля колебания „шепчущей галереи“ (см. рисунок). Резонатор ограничен на торцах идеально проводящими плоскостями. Аксиальные размеры резонатора и цилиндрической неоднородности совпадают. Продольная ось  $Z'$  цилиндрической неоднородности направлена параллельно оси  $Z$  резонатора. Расстояние между осями равно  $\rho_c$ ;  $2\rho'_{cl}$  — диаметр цилиндрической неоднородности,  $\rho_0$  — радиус кривизны полуцилиндрической поверхности резонатора. Диаметр неоднородности  $2\rho'_{cl}$  не превышает половины длины волны собственного колебания полуцилиндрического диэлектрического резонатора. Расстояние между поверхностью полуцилиндра и центром неоднородности не меньше ее радиуса, т.е.  $\rho_0 - \rho_c > \rho'_{cl}$ . Азимутальный угол направления к центру неоднородности равен  $\varphi_c$ , причем  $\alpha_{cl} < \varphi_c < \pi - \alpha_{cl}$ , где  $\sin \alpha_{cl} = \rho'_{cl}/\rho_c$ . Полуцилиндр изготовлен из изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 + i \operatorname{tg} \delta_1$  и магнитной проницаемостью  $\mu_1$  и погружен в среду с проницаемостями  $\varepsilon_2 = \varepsilon'_2 + i \operatorname{tg} \delta_2$  и  $\mu_2$ . Между двумя системами

координат (см. рисунок) — с началом на продольной оси цилиндра, из которого получен полуцилиндрический резонатор  $(\rho, \varphi, z)$  и с началом на продольной оси цилиндрической неоднородности  $(\rho', \varphi', z')$  — существуют функциональные связи:

$$\rho'^2 + \rho_c \rho' \cos(\varphi_c - \varphi') = \rho^2 - \rho_c \rho \cos(\varphi_c - \varphi);$$

$$\rho' \sin(\varphi_c - \varphi') = \rho \sin(\varphi_c - \varphi).$$

В реальных условиях в резонаторе возбуждается колебание на одной резонансной частоте. Поскольку источник возбуждения резонатора определяет его рабочую моду, а на диаметральный размер неоднородности накладывается ограничение, то в теоретических исследованиях достаточно изучить спектральные и энергетические характеристики резонатора с одной выделенной собственной модой, т.е. ограничиться одномодовым приближением.

В работе рассмотрены аксиально-однородные ( $\partial/\partial z \equiv 0$ ) колебания резонатора  $TM_{ms0}$  ( $m$  и  $s$  — азимутальный и радиальный модовые индексы соответственно). Колебание полуцилиндрического резонатора в общем случае порождает в цилиндрической неоднородности ее собственные аксиально-однородные колебания с различными азимутальными  $m'$  и радиальными  $s'$  индексами. Поле внутри неоднородности представляется в виде ряда по собственным функциям, соответствующим  $TM_{m's'0}$  колебаниям, амплитуды которых вычисляются на частоте  $TM_{ms0}$  моды. Основной вклад в возмущение поля  $TM_{ms0}$  моды полуцилиндра будет вносить поле собственных колебаний цилиндрической неоднородности с азимутальными индексами  $m' \ll m$ . Этот факт обусловлен рассмотрением одночастотного режима резонаторной структуры и использованием неоднородности с малой длиной окружности цилиндрической поверхности, так как  $m'$  соответствует количеству длин волн, укладывающихся на ней.

Компоненты поля собственных электромагнитных колебаний резонатора описываются решениями уравнений Максвелла. При удовлетворении граничным условиям на границах между различными средами получаем характеристическое уравнение резонатора, которое определяет комплексную частоту его собственного колебания. Для случая цилиндрической диэлектрической неоднородности, которая характеризуется диэлектрической и магнитной проницаемостями  $\varepsilon_{1'} = \varepsilon'_{1'} + i \operatorname{tg} \delta_{1'}$  и  $\mu_{1'}$ ,

соответственно, характеристическое уравнение имеет вид

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \frac{J'_m(q_1 \rho_0) - W_{mm'}}{J_m(q_1 \rho_0) - Q_{mm'}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \frac{H_m^{(1)'}(q_2 \rho_0)}{H_m^{(1)}(q_2 \rho_0)}, \quad (1)$$

где функции

$$W_{mm'} = \frac{2i}{\pi} \sum_{m'=-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta_D(\omega_p)}{\Delta_{m'}(\omega_p)} \int_0^\pi \left[ \frac{im' \rho_c \sin(\varphi_c - \varphi)}{q_1 \rho_0^2} J_{m'}(q_1 \rho'_0) + \frac{\rho_0 - \rho_c \cos(\varphi_c - \varphi)}{\rho'_0} J'_{m'}(q_1 \rho'_0) \right] \sin(m\varphi) \exp(im' \varphi'_0) d\varphi,$$

$$Q_{mm'} = \frac{2i}{\pi} \sum_{m'=-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta_D(\omega_p)}{\Delta_{m'}(\omega_p)} \int_0^\pi J_{m'}(q_1 \rho'_0) \sin(m\varphi) \exp(im' \varphi'_0) d\varphi$$

определяют влияние неоднородности на спектральные и энергетические характеристики резонатора. Здесь

$$\Delta_D(\omega_p) = \frac{1}{J_{m'}(q_1 \rho'_{cl})} \left[ G_{mm'} - F_{mm'} \sqrt{\frac{\varepsilon_{1'}}{\mu_{1'}}} \frac{J'_{m'}(q_1 \rho'_{cl})}{J_{m'}(q_1 \rho'_{cl})} \right],$$

$$\Delta_{m'}(\omega_p) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{1'}}{\mu_{1'}}} \frac{J'_{m'}(q_1 \rho'_{cl})}{J_{m'}(q_1 \rho'_{cl})} - \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \frac{J'_{m'}(q_1 \rho'_{cl})}{J_{m'}(q_1 \rho'_{cl})},$$

$$G_{mm'} = \frac{i}{2\pi\mu_1} \int_0^{2\pi} \frac{1}{k_p \rho_{cl}} \left[ J'_m(q_1 \rho_{cl}) q_1 (\rho'_{cl} + \rho_c \cos(\varphi_c - \varphi')) \sin(m\varphi_{cl}) - \frac{m\rho_c}{\rho_{cl}} J_m(q_1 \rho_{cl}) \sin(\varphi_c - \varphi') \cos(m\varphi_{cl}) \right] \exp(-im' \varphi') d\varphi',$$

$$F_{mm'} = \frac{i}{2\pi} \int_0^{2\pi} J_m(q_1 \rho_{cl}) \sin(m\varphi_{cl}) \exp(-im' \varphi') d\varphi';$$

$q_v^2 = \varepsilon_v \mu_v k_p^2$ ;  $k_p = \omega_p / c$ , где  $\omega_p = \omega'_p + i\omega''_p$  — комплексная частота  $p$ -й моды,  $c$  — скорость света;  $J_m(u)$ ,  $H_m^{(1)}(u)$  — цилиндрические

Собственные частоты резонатора с  $TM_{3610}$  модой при наличии малой цилиндрической неоднородности из различных веществ

	Воздух	Бензин	Масло	Плавленый кварц	Спирт	Вода
$\varepsilon'_1$	1.0	1.88	2.2	3.6	4.1	17.92
$\text{tg } \delta_1$	0	$3.3 \cdot 10^{-3}$	$4.5 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-4}$	0.305	1.59
$\omega'_p/2\pi$ , GHz	34.767	34.754	34.752	34.774	34.78	34.842

функции Бесселя и Ханкеля первого рода  $m$ -го порядка соответственно. Штрих у цилиндрических функций означает их дифференцирование по аргументу.

Численные исследования были проведены для собственного аксиально-однородного  $TM_{3610}$  колебания полуцилиндрического фторопластового ( $\varepsilon'_1 = 2.07$  и  $\text{tg } \delta_1 = 1.7 \cdot 10^{-4}$ ) резонатора с цилиндрической неоднородностью. Радиус резонатора  $\rho_0 = 3.9$  см, а неоднородности  $\rho'_{cl} = 0.055$  см. В качестве неоднородности использовались изотропные вещества: воздух, бензин, трансформаторное масло, плавленый кварц, спирт и вода. Центр цилиндрической неоднородности располагался в точке с координатами  $\rho_c = 3.7$  см и  $\varphi_c = 32^\circ 30'$ , что соответствовало максимуму поля  $TM_{3610}$  моды резонатора. Собственная частота полуцилиндрического фторопластового резонатора с данной модой  $\omega'_p/2\pi = 34.75$  GHz. Рассчитанные значения собственных частот резонатора с неоднородностью из различных веществ приведены в таблице. Наличие неоднородности приводило к росту собственной частоты резонатора с  $TM_{3610}$  модой по сравнению с частотой полуцилиндрического фторопластового резонатора.

Уравнение (1) также позволяет определить диэлектрическую проницаемость вещества, помещенного в неоднородность, по экспериментально измеренным собственной частоте и добротности резонатора, если известны диэлектрические проницаемости полуцилиндра и окружающей среды и геометрические размеры резонаторной структуры.

Если цилиндрическая неоднородность в резонаторе изготовлена из идеального проводника, характеристическое уравнение для  $TM_{ms0}$

моды имеет вид

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \frac{J'_m(q_1 \rho_0) - \tilde{W}_{mm'}}{J_m(q_1 \rho_0) - \tilde{Q}_{mm'}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \frac{H_m^{(1)'}(q_2 \rho_0)}{H_m^{(1)}(q_2 \rho_0)},$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{mm'} &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{m'=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{J_{m'}(q_1 \rho'_{cl})} \int_0^{2\pi} J_m(q_1 \rho_{cl}) \sin(m\varphi_{cl}) \exp(-im'\varphi') d\varphi' \\ &\quad \times \int_0^\pi J_{m'}(q_1 \rho'_0) \sin(m\varphi) \exp(im'\varphi'_0) d\varphi, \\ \tilde{W}_{mm'} &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{m'=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{J_{m'}(q_1 \rho'_{cl})} \int_0^{2\pi} J_m(q_1 \rho_{cl}) \sin(m\varphi_{cl}) \exp(-im'\varphi') d\varphi' \\ &\quad \times \int_0^\pi \left[ \frac{im'}{q_1} \frac{\rho_c \sin(\varphi_c - \varphi)}{\rho_0^2} J_{m'}(q_1 \rho'_0) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\rho_0 - \rho_c \cos(\varphi_c - \varphi)}{\rho'_0} J'_{m'}(q_1 \rho'_0) \right] \sin(m\varphi) \exp(im'\varphi'_0) d\varphi. \end{aligned}$$

В случае использования в качестве неоднородности идеального проводника собственная частота полумонокристаллического фторопластового резонатора с  $TM_{3610}$  модой, параметры которого приведены выше, имела значение 34.874 GHz.

Если у резонатора с идеально проводящей неоднородностью экранированы не только торцевые, но и боковая поверхность, его характеристическое уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} J_m(q_1 \rho) &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{m'=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{J_{m'}(q_1 \rho'_{cl})} \int_0^\pi J_{m'}(q_1 \rho'_0) \sin(m\varphi) \exp(im'\varphi'_0) d\varphi \\ &\quad \times \int_0^{2\pi} J_m(q_1 \rho_{cl}) \sin(m\varphi_{cl}) \exp(-im'\varphi') d\varphi'. \end{aligned}$$

При приближении частоты  $\omega'_p$  моды  $TM_{ms0}$  к частоте  $\omega'_p$  наблюдается резонансное возбуждение  $p'$ -го собственного аксиально-однородного колебания в цилиндрической неоднородности. Это приводит к резонансному поглощению энергии  $TM_{ms0}$  моды. В результате неоднородность смещает собственную частоту полуцилиндрического диэлектрического резонатора и приводит к дополнительным потерям энергии собственной  $TM_{ms0}$  моды. Вводя в резонатор диэлектрический или металлический штырь в качестве неоднородности, можно изменять собственную частоту исследуемого резонатора. Такой подход может быть использован для подстройки частоты автогенератора, у которого частотно стабилизирующим элементом является полуцилиндрический диэлектрический резонатор [4].

Таким образом, изучено влияние малой цилиндрической неоднородности на собственную частоту полуцилиндрического диэлектрического резонатора с аксиально-однородным колебанием. Показано, что такой резонатор может быть использован для определения комплексных диэлектрических проницаемостей веществ как с малыми, так и с большими потерями, занимающих малые объемы. Стабилизируя частоту генератора полуцилиндрическим диэлектрическим резонатором с неаксиальной малой цилиндрической неоднородностью, расположенной в области поля колебания „шепчущей галереи“, можно осуществлять механическую перестройку его частоты.

## Список литературы

- [1] *Derkach V.N., Filipov Yu.F., Plevako A.S., Prokopenko Yu.V., Smirnova T.A.* // Int. J. of Infrared and Millimeter Waves. 2004. V. 25. N 1. P. 139–148.
- [2] *Cherpak N.T., Barannik A.A., Prokopenko Yu.V., Smirnova T.A., Filipov Yu.F.* // Nonlinear dielectric phenomena in complex liquids / Eds S.J. Rzoska and V.P. Zhelezny. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004. P. 63–76.
- [3] *Панов В.И., Станков П.Р.* // Радиотехника и электроника. 1986. Т. 31. В. 1. С. 213–215.
- [4] *Кириченко А.Я., Кривенко Е.В., Луценко В.И., Прокопенко Ю.В., Филиппов Ю.Ф.* // Материалы 15-й Междунар. конф. „СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии“. Севастополь: Вебер, 2005. Т. 2. С. 529–530.
- [5] *Прокопенко Ю.В., Филиппов Ю.Ф., Шипилова И.А.* // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. В. 7. С. 36–41.