

03;04

## О структуре функции распределения электронов в $R$ -стратах

© Ю.Б. Голубовский, А.Ю. Скобло

Санкт-Петербургский государственный университет  
Научно-исследовательский институт физики, Санкт-Петербург  
E-mail: alexey\_skoblo@yahoo.com

Поступило в Редакцию 25 января 2007 г.

Выполнены зондовые измерения функции распределения электронов (ФРЭ) в  $R$ -стратах в разряде постоянного тока в неоне при низком давлении. Результаты измерений удовлетворительно согласуются с расчетами, основанными на модели формирования ФРЭ в  $R$ -стратах как резонанса с длиной пространственного периода, равной  $2/3$  от длины  $S$ -страты.

PACS: 52.70.Ds, 52.80.Hc

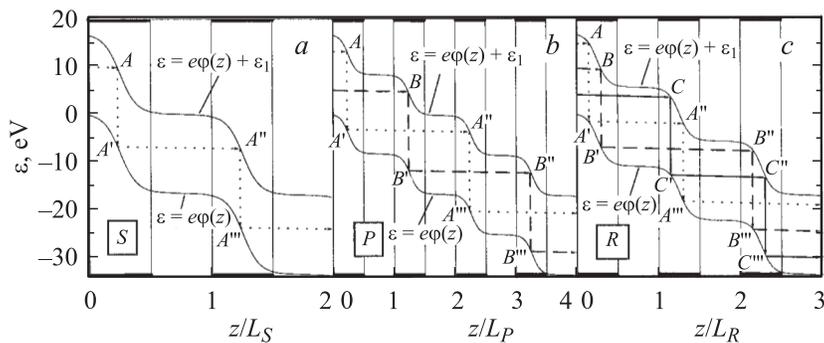
Положительный столб разряда постоянного тока в инертных газах в широком диапазоне условий находится в режиме распространения ионизационных волн (страт). При низких давлениях (порядка единиц Torr) и небольших токах (меньших десятков mA) в эксперименте наблюдаются три типа ионизационных волн ( $S$ -,  $P$ - и  $R$ -страты) [1,2]. Они различаются длиной волны  $L$  (длиной страты), падением потенциала на длине волны  $V_L = E_0 L$  ( $E_0$  — среднее продольное поле), частотой  $\nu$ . При этом величина  $V_L$  для каждого типа слабо зависит от разрядных условий и определяется только сортом газа. Для  $S$ -страт  $V_L$  несколько превышает потенциал возбуждения атомов, для  $P$ -страт  $V_L$  примерно в 2 раза меньше. Для  $R$ -страт падение потенциала  $V_L$  имеет промежуточное значение около  $2/3$  от  $V_L$  для  $S$ -страт. Длины волн для этих типов страт при близких  $E_0$  находятся в таком же соотношении.

Механизм формирования  $S$ - и  $P$ -страт достаточно подробно изучен в работах [3–9]. Эти работы основаны на представлении о том, что в условиях, когда в балансе энергии электронов доминируют неупругие столкновения с атомами, формирование функции распределения электронов по энергиям (ФРЭ) в пространственно-периодических полях носит резонансный характер. При определенных значениях пространственного периода поля  $L$  вследствие эффекта бунчировки ФРЭ при-

обретает упорядоченную структуру в виде характерных максимумов, перемещающихся по энергии и по координате вдоль резонансных траекторий [4]. В переменных полная энергия  $\varepsilon$  и продольная координата  $z$  ( $\varepsilon = w + e\varphi(z)$ ,  $w$  и  $e\varphi(z)$  — кинетическая и потенциальная энергии электрона) резонансные траектории близки к прямым  $\varepsilon \approx \text{const}$ , что соответствует набору электронами энергии вплоть до порога возбуждения атома  $\varepsilon_1$  с малыми потерями энергии в упругих столкновениях. При достижении порога возбуждения электроны теряют энергию  $\varepsilon_1$  и перескакивают на другую прямую  $\varepsilon \approx \text{const} - \varepsilon_1$ . Затем процесс повторяется. В случае  $S$ -страт электроны набирают энергию  $\varepsilon_1$  на длине волны  $L = L_S \approx \varepsilon_1 / (e_0 E_0)$  ( $e_0$  — элементарный заряд). Из аналитической теории [3–5] следует существование резонансов при  $L = L_S/n$ , где  $n = 1, 2, 3$  и т.д. Для  $P$ -страт длина волны  $L = L_P = L_S/2$ , электроны набирают энергию  $\varepsilon_1$  на расстоянии двух длин волн. При этом для  $S$ -страт на ФРЭ присутствует один максимум, а для  $P$ -страт — два. Сравнение результатов измерений ФРЭ в  $S$ - и  $P$ -стратах [6,8] с расчетами на основе нелокальной кинетики электронов [7,8] показывает хорошее соответствие.

Механизм формирования ФРЭ в  $R$ -стратах предложен в работе [10], в которой показана возможность существования резонансов при  $L = (k/n)L_S$ , где  $k$  и  $n$  — целые числа. В частности, возможен ярко выраженный резонанс при  $L = (2/3)L_S$ , которому соответствует падение потенциала  $V_L$ , близкое к значению  $V_L$  для  $R$ -страт, наблюдаемых в эксперименте. Структура ФРЭ в стратах различных типов иллюстрируется рис. 1, на котором показаны перемещения максимумов на ФРЭ вдоль резонансных траекторий на плоскости  $(\varepsilon, z)$  для  $S$ -,  $P$ - и  $R$ -резонансов. Жирными участками оси  $z$  на рисунке отмечены области сильного поля (перепада  $e\varphi(z)$ ). Для  $S$ -страт имеет место одна резонансная траектория:  $AA'A''A'''$ , для  $P$ -страт — две:  $AA'A''A'''$  и  $BB'B''B'''$ . Для  $R$ -страт имеются три резонансные траектории:  $AA'A''A'''$ ,  $BB'B''B'''$ ,  $CC'C''C'''$ ; при этом, в отличие от  $S$ - и  $P$ -страт, на одну область сильного поля приходится не один, а два скачка, отображающие неупругие потери энергии.

В настоящей работе с целью проверки изложенных представлений о природе  $R$ -страт выполнены зондовые измерения ФРЭ в  $R$ -стратах в неоне при давлении  $p_0 = (0.72 \pm 0.05)$  Torr (отнесенном к  $0^\circ\text{C}$ ) и разрядном токе  $i_0 = (20.00 \pm 0.05)$  mA, радиус трубки  $r_0 = 1$  cm. Для стабилизации частоты и фазы страт осуществлялась малая синусоидальная



**Рис. 1.** Схемы резонансных траекторий (на плоскости полная энергия  $\varepsilon$  — координата  $z$ ), вдоль которых перемещаются максимумы на ФРЭ, для  $S$ - (*a*),  $P$ - (*b*) и  $R$ - (*c*) резонансов [10]. Падения потенциала  $V_L$  соответствуют неону (в частности, для  $S$ -резонанса  $V_L \approx 17$  В).

модуляция тока с глубиной модуляции 2% на частоте  $\nu = 10.5$  kHz, соответствующей  $R$ -стратам, которые наблюдались при данных разрядных условиях без модуляции. Длина страты равнялась  $L = (4.05 \pm 0.10)$  см, падение потенциала на длине страты  $V_L = (13.1 \pm 0.3)$  В. Давление  $p_0$  было выбрано меньшим 1 Торг, так как при таком давлении структура ФРЭ выражена ярче, максимумы на ФРЭ более узкие, что особенно важно для  $R$ -страт [10].

Снижение давления до долей Тора приводит к появлению дополнительных трудностей в эксперименте. Частота страт достигает величины  $\sim 10$  kHz (при  $r_0 = 1$  см), что на порядок выше типичных частот в экспериментах с  $S$ - и  $P$ -стратами. При фиксированном разрешении по времени это приводит к уменьшению количества точек на период при измерениях в  $R$ -стратах и к увеличению погрешности измерения ФРЭ.

Следует заметить, что для  $R$ -страт лучше выбирать радиус трубки  $r_0$  около 1 см. При большем радиусе (например,  $r_0 = 2$  см, при котором проводились измерения ФРЭ в  $S$ - и  $P$ -стратах в [8]) оказывается трудно получить устойчивые  $R$ -страты. Поскольку  $\nu r_0$  — параметр подобия, выбор меньшего  $r_0$  приводит к увеличению частоты страт  $\nu$ .

Кроме того, ожидаемая структура ФРЭ в  $R$ -стратах (рис. 1, *c*) сама по себе более сложна, чем в  $S$ - и  $P$ -стратах (рис. 1, *a*, *b*). Уже поэтому задача экспериментального исследования ФРЭ в  $R$ -стратах представлялась более сложной, чем в  $S$ - и  $P$ -стратах.

Экспериментальная установка была аналогична использованной в работе [8]. В ходе эксперимента измерялись значения зондового тока в зависимости от времени при различных зондовых смещениях  $U$  в диапазоне от  $U_{start}$  до  $U_{stop}$  с шагом 0.1 В. Таким образом, получались зондовые характеристики (ВАХ зонда) в различных фазах страты. Использовался 16-разрядный АЦП с частотой оцифровки 196 608 Нз. На периоде  $(1/\nu)$  помещалось около 19 точек.

При низком давлении зонд работает в ленгмюровском режиме, когда справедливо выражение для электронного тока на зонд при  $U < U_s$  [11]:

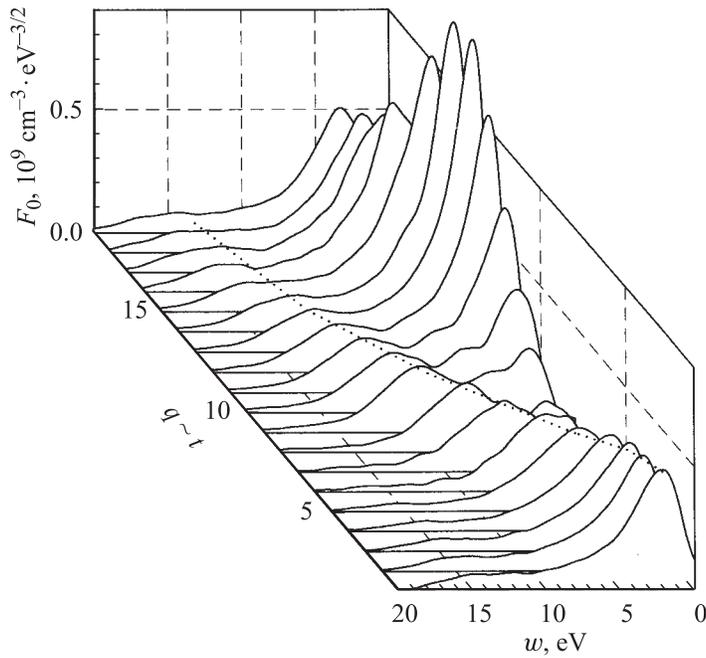
$$i^e(U) = \frac{e_0 S}{2\sqrt{2}m_e} \int_{eU}^{\infty} (\varepsilon - eU) F_0(\varepsilon - eU_s) d\varepsilon, \quad (1)$$

где  $U$  — потенциал зонда относительно анода,  $U_s$  — потенциал плазмы относительно анода,  $e$  и  $m_e$  — заряд и масса электрона,  $e_0 = |e|$ ,  $S$  — площадь поверхности зонда,  $F_0(w)$  — ФРЭ. При решении уравнения (1) верхний предел интегрирования заменялся величиной  $eU_{stop}$ .

Задача решения интегрального уравнения (1), как и эквивалентная ей задача дифференцирования по формуле Дрювестейна (Druyvesteyn) [11], является некорректной [12,13]. Малые ошибки в ВАХ зонда ведут к большим ошибкам в ФРЭ. В настоящей работе применен регуляризирующий алгоритм Тихонова [12,13]. Уравнение (1) можно записать в виде  $i^e = \tilde{K}g$  (где  $g(\varepsilon) = F_0(\varepsilon - eU_s)$ ,  $\tilde{K}$  — интегральный оператор Фредгольма) и искать решение  $g$  путем минимизации функционала  $\|\tilde{K}g - i^e\|_{L_2}^2 = \min$ . Метод регуляризации состоит в добавлении стабилизатора  $\alpha \|g\|_{W_2^1}^2$  к функционалу  $\|\tilde{K}g - i^e\|_{L_2}^2$  и замене тем самым некорректной задачи на корректную:

$$\begin{aligned} \|\tilde{K}g - i^e\|_{L_2}^2 + \alpha \|g\|_{W_2^1}^2 &= \int_{eU_{start}}^{eU_{stop}} \left( \int_{eU_{start}}^{eU_{stop}} K(eU, \varepsilon) g(\varepsilon) d\varepsilon - i^e(eU) \right)^2 d(eU) \\ &+ \alpha \int_{eU_{start}}^{eU_{stop}} \left( (g(\varepsilon))^2 + \left( \frac{dg(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right)^2 \right) d\varepsilon = \min. \end{aligned} \quad (2)$$

Задача минимизации функционала (2) корректна при любом  $\alpha > 0$ . При достаточно малой погрешности ВАХ и достаточно малом параметре  $\alpha$

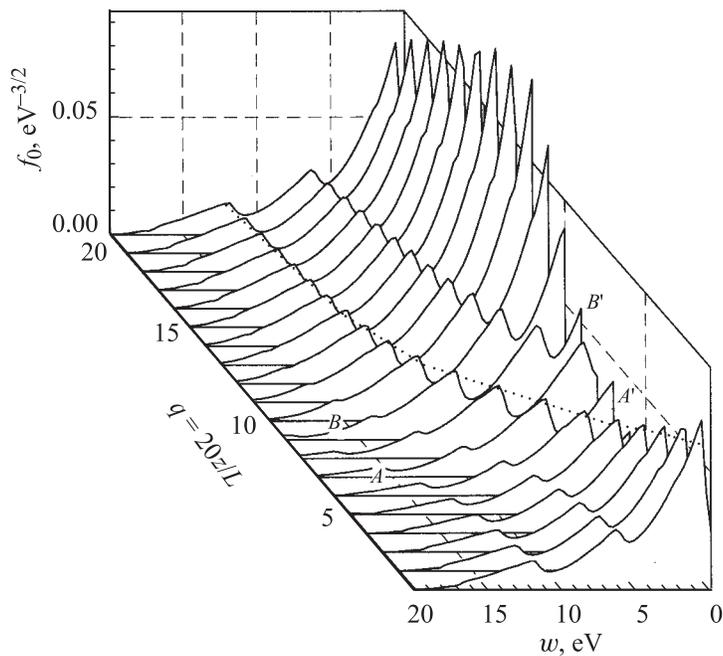


**Рис. 2.** Измеренная ФРЭ  $F_0(w, t)$  в  $R$ -стратах в неоне как функция от кинетической энергии и фазы страты на протяжении одного периода.  $q$  — номер точки по времени.

решение регуляризованной задачи (2) близко к точному решению исходной некорректной задачи [12,13].

При измерениях задавалась сетка по  $eU$  и  $\epsilon$  от  $eU_{start}$  до  $eU_{stop}$  с шагом  $0.1 \text{ eV}$ . Задача (2) сводится к поиску минимума квадратичной формы. Получающаяся система линейных уравнений решалась при различных значениях  $\alpha$ . Параметр  $\alpha$  подбирался так, чтобы невязка  $\|\tilde{K}g - i^\epsilon\|_{L_2}$  имела порядок погрешности ВАХ зонда. В тех фазах страты, когда потенциал  $U_s(t)$  менялся быстро, погрешности ВАХ и ФРЭ были в несколько раз больше, чем в тех фазах, когда  $U_s(t)$  менялся медленно.

Результаты измерений ФРЭ в  $R$ -стратах в различных фазах (в различные моменты времени) для рассматриваемых разрядных условий



**Рис. 3.** Рассчитанная для  $R$ -резонанса ( $L = L_R = (2/3)L_S$ ) ФРЭ  $f_0(w, z)$  как функция от кинетической энергии и фазы страты на протяжении одного пространственного периода.  $q$  — номер точки по координате.

приведены на рис. 2. Показан один период, что соответствует 19 точкам по времени. Из рисунка видно, что на ФРЭ имеются максимумы, перемещающиеся по энергии и по фазе страты, т.е. наблюдается структура, типичная для страт в условиях неупругого баланса энергии электронов, когда в силу бунчировки ФРЭ стягивается к перемещающимся максимумам.

Поле, близкое к имеющему место в стратах в реальности, моделировалось зависимостью  $E(z) \sim \{\exp[\exp(\sin \frac{2\pi z}{L})] - 1.3\}$ . На рис. 3 приведена ФРЭ, рассчитанная в поле такого профиля для давления неона  $p_0 = 0.72 \text{ Torr}$  и среднего поля  $E_0 = \langle E(z) \rangle = 3 \text{ V/cm}$  (близкого к реальному), для  $R$ -резонанса при  $L = 3.78 \text{ cm} \approx (2/3)L_S$  и  $V_L = 11.34 \text{ V}$  по методике [10]. Показанная на рис. 3 ФРЭ имеет структуру, типичную

для  $R$ -резонанса (рис. 1, *c*). А именно, электроны, соответствующие максимуму на ФРЭ, отмеченному на рис. 3 пунктирной кривой, проходят один период насквозь без неупругого столкновения. Имеются еще два максимума при больших  $w$ ; в точках  $A$  и  $B$  они достигают порога возбуждения атома неона  $\varepsilon_1 = 16.6$  eV, испытывают скачок (неупругие удары соответствующих электронов), после чего эти два максимума появляются при малых энергиях  $w$  в точках  $A'$  и  $B'$ .

На измеренных ФРЭ максимумы оказываются сильно сглаженными вследствие процедуры регуляризации. В силу наличия погрешностей ВАХ зонда приходится делать параметр  $\alpha$  не слишком малым, что приводит к сглаживанию ФРЭ. Особенно сильно это проявляется в тех фазах, когда быстро меняется  $U_s(t)$  ( $q = 7, 8, 17, 18, 19$ , рис. 2). На измеренной ФРЭ один максимум проходит период насквозь (пунктирная кривая на рис. 2). По-видимому, на ФРЭ присутствуют также два максимума, которые претерпевают скачок от  $w \approx 17$  eV к  $w \approx 0$  eV (неупругие удары). То, что это именно два максимума, видно на рис. 2 при  $q \approx 9-12$ ,  $w \approx 2-7$  eV. Согласно рис. 3, в этой фазе ( $q \approx 9-12$ ) эти два максимума на рассчитанной ФРЭ имеют близкие друг к другу величины. Возможно, поэтому в этой фазе эти два максимума на сглаженной ФРЭ видны лучше. В других фазах (например,  $q > 12$ ) меньший из этих двух максимумов рядом с большим плохо различим из-за сглаживания ФРЭ при регуляризации.

Итак, с учетом погрешности ФРЭ можно сказать, что измеренная в  $R$ -стратах ФРЭ удовлетворительно согласуется с рассчитанной для резонанса при  $L = (2/3)L_S$ . Картина перемещения максимумов на измеренной ФРЭ соответствует схеме на рис. 1, *c*.

## Список литературы

- [1] Пекарек Л. // УФН. 1968. Т. 94. В. 3. С. 463–500.
- [2] Зайцев А.А., Савченко И.А. // ЖТФ. 1975. Т. 45. В. 7. С. 1541–1544.
- [3] Růžička T., Rohlena K. // Czech. J. Phys. B. 1972. V. 22. N 10. P. 906–919.
- [4] Цендин Л.Д. // Физика плазмы. 1982. Т. 8. В. 2. С. 400–409.
- [5] Цендин Л.Д. // ЖТФ. 1982. Т. 52. В. 4. С. 635–649.
- [6] Голубовский Ю.Б., Некучаев В.О., Пономарев Н.С., Порохова И.А. // ЖТФ. 1997. Т. 67. В. 9. С. 14–21.
- [7] Sigeneger F., Golubovskii Yu.B., Porokhova I.A., Winkler R. // Plasma Chem. Plasma Process. 1998. V. 18. N 2. P. 153–180.

- [8] *Golubovskii Yu.B., Kozakov R.V., Behnke J., Wilke C., Nekutchayev V.O.* // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. P. 026404.
- [9] *Golubovskii Yu.B., Kozakov R.V., Maiorov V.A., Behnke J., Behnke J.F.* // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. N 2. P. 2707–2720.
- [10] *Golubovskii Yu.B., Skoblo A.Yu., Wilke C., Kozakov R.V., Behnke J., Nekutchayev V.O.* // Phys. Rev. E. 2005. V. 72. P. 026414.
- [11] *Демидов В.И., Колоколов Н.Б., Кудрявцев А.А.* Зондовые методы исследования низкотемпературной плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1996. 240 с.
- [12] *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, ГРФМЛ, 1979. Изд. 2-е, перераб. и доп. 288 с.
- [13] *Калиткин Н.Н.* Численные методы. М.: Наука, ГРФМЛ, 1978. 512 с.