

07

Управление гиперхаосом в системе вырожденных оптических параметрических осцилляторов путем использования резонансного взаимодействия трех волн

© Ксиу-Кин Фенг, Ки Шен

Чанг-Чунский научно-технический университет, Чанг Чун, Китай
E-mail: Fengxq@cust.edu.cn

Поступило в Редакцию 13 июля 2006 г.

Показано, что состояниями гиперхаоса, возникающими в вырожденных оптических параметрических осцилляторах (ВОПО), можно управлять, создавая в системе резонанс с помощью взаимодействия трех волн. Для данного набора параметров расстройки, приведенной скорости затухания основной моды и амплитуды исходного поля, путем соответствующей настройки амплитуды управляющей волны можно получить любую желаемую периодическую орбиту. Метод иллюстрирован результатами численных расчетов.

PACS: 05.45.Jg

Явление возникновения хаоса в оптических системах примыкает к таким нелинейным оптическим явлениям общего порядка, как генерация второй гармоники, фазовая синхронизация, а также некоторые другие оптические эффекты, наблюдающиеся при использовании лазеров. Большие успехи были достигнуты при исследовании хаотических режимов в CO_2 -лазере, волоконном лазере при легировании эрбием, а также в лазере на иттрий-алюминиевом гранате. Целью этих исследований было управление хаотическими режимами и их синхронизация, а также применение хаоса в задачах создания защищенных систем коммуникации [1–4]. В последние годы в центре внимания исследователей находятся оптические параметрические осцилляторы (ОПО), которые, с одной стороны, являются типичными нелинейными динамическими системами, а с другой — источником высококогерентного излучения, допускающего настройку в достаточно широких преде-

лах [5–7]. Л.А. Луджиато, Н.П. Петье и другие занимались исследованием особенностей бистабильных состояний, бифуркаций, хаоса, спонтанного образования паттернов, а также вторичных поперечных неустойчивостей в ВОПО и ОПО [8–10]. Мы исследовали управление и синхронизацию хаоса в ВОПО, используя модуляцию и взаимодействие колебаний [11,12]. В настоящем исследовании предложен новый метод управления хаосом и гиперхаосом в таких системах.

Полуклассическое описание ВОПО дается следующей системой уравнений [9]:

$$\frac{dA_1}{dt} = -(1 + i\Delta_1)A_1 + A_1^*A_0, \quad (1)$$

$$\frac{dA_0}{dt} = -(\gamma + i\Delta_0)A_0 + E - A_1^2, \quad (2)$$

где A_1 и A_0 — комплексные амплитуды субгармонической и основной мод поля внутри некоторой полости. Два параметра, определяющие расстройку, имеют вид

$$\Delta_1 = (\omega_1 - \omega_0)/\gamma_1, \quad \Delta_0 = (\omega_0 - 2\omega)/\gamma_1, \quad (3)$$

где ω_0 и ω_1 — частоты полости, ближайшие к 2ω и ω соответственно; 2ω — частота внешнего поля. Приведенная скорость затухания основной моды $\gamma = \gamma_0/\gamma_1$, E — амплитуда исходного поля, которую мы считаем действительной и положительной. Система (1), (2) является системой нелинейных уравнений в комплексных переменных. В [9] обсуждаются вид решения, пределы устойчивости стационарного состояния, бифуркация Хопфа, а также бифуркация удвоения периода и сверхкритическая бифуркация Хопфа такого процесса. Уравнения (1) и (2) с параметрами $\gamma = \Delta_0 = 1.0$ и $\Delta_1 = -5.0$ были исследованы численными методами при различных амплитудах исходного поля E , было найдено, что в случае, когда амплитуда поля превышает 8.7, при ВОПО образуются хаотические или гиперхаотические орбиты [11,12].

Субгармоническая и основная моды поля в уравнениях (1) и (2) могут быть представлены в виде монохроматических волн с электрическим вектором вида

$$E_a(x, t) = (1/2)A_a(x, t) \exp i(\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{x} - \omega_a t) + c.c., \quad (4)$$

где $a = 0, 1$. Далее, создадим в ВОПО резонанс путем добавления управляющей волны $E_2(x, t) = (1/2)A_2(x, t) \exp i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{x} - \omega_2 t) + c.c.$, на которую накладываются следующие условия достижения резонанса:

$$\omega_2 = \omega_1 + \omega_0, \quad \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_0. \quad (5)$$

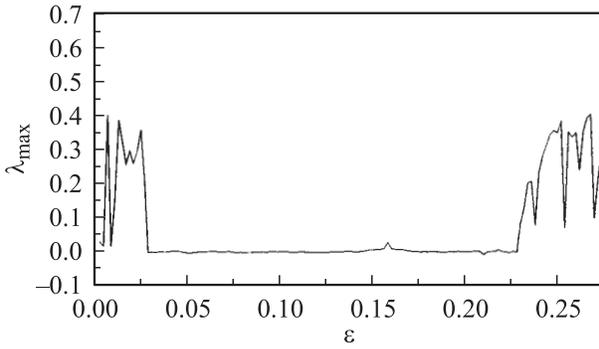


Рис. 1. Зависимости максимальных показателей функции Ляпунова от управляющего параметра ε .

Амплитуда управляющей волны выбирается малой настолько, что $|A_2| = |\varepsilon| \ll |A_{0,1}|$, и постоянной, такой что $d\varepsilon/dt = 0$. В присутствии управляющей волны процесс резонансного связывания трех волн образуется взаимодействием этих волн. Уравнения (1) и (2) изменяют свой вид следующим образом:

$$\frac{dA_1}{dt} = -(1 + i\Delta_1)(A_1 + \varepsilon A_0^*) + A_1^* A_0, \quad (6)$$

$$\frac{dA_0}{dt} = -(\gamma + i\Delta_0)(A_0 + \varepsilon A_1^*) + E - A_1^2. \quad (7)$$

В отсутствие управляющей волны решение уравнений (6) и (7) для данной области пространства параметров $(\gamma, \Delta_0, \Delta_1)$ и исходной амплитуды поля E является хаотическим или гиперхаотическим [11]. Мы оптимизируем влияние резонанса на систему, прибегая к такой настройке управляющего параметра ε , которая выводит систему на требуемую орбиту. Характеристика порядка и хаоса определяется путем расчета максимального показателя функции Ляпунова для временных реализаций [13], как это показано на рис. 1. Из рисунка видно, что система находится в управляемом периодическом состоянии, когда управляющий параметр лежит в пределах следующих областей: $0.028 < \varepsilon < 0.155$ и $0.16 < \varepsilon < 0.25$. В пределе $|A_2| = |\varepsilon| \ll |A_{0,1}|$ мы изучаем численно результат управления в области $0.028 \leq \varepsilon \leq 0.155$ или $0.16 \leq \varepsilon \leq 0.25$. Этот метод регулирования оправдывает себя в

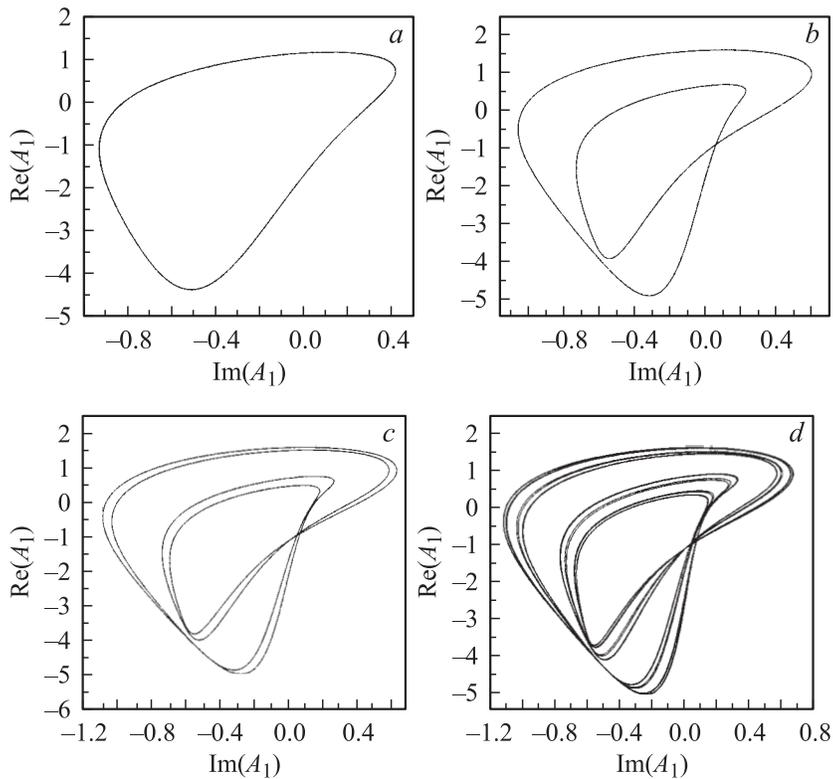


Рис. 2. Периодические решения с периодами от 1 до 8, которые изменены путем их удвоения, при этом управляющему параметру ε придаются значения от 0.050 до 0.028. *a* — орбита с периодом 1, $\varepsilon = 0.05$; *b* — орбита с периодом 2, $\varepsilon = 0.031$; *c* — орбита с периодом 4, $\varepsilon = 0.029$; *d* — орбита с периодом 8, $\varepsilon = 0.028$. Параметры выбраны следующими: $\gamma = \Delta_0 = 1.0$ и $\Delta_1 = -5.0$. Амплитуда исходного поля равна $E = 10.8$ (при $\varepsilon = 0$ система находится в состоянии гиперхаоса [11]).

областях, где хаос или гиперхаос возникают в процессе удвоения периода, или по сценарию перемежаемости (intermittency). Путем надлежащего выбора управляющего параметра ε мы можем получить любую требуемую периодическую орбиту. На рис. 2, *a–d* показаны орбиты вида 2^n ($n = 0, 1, 2, 3$).

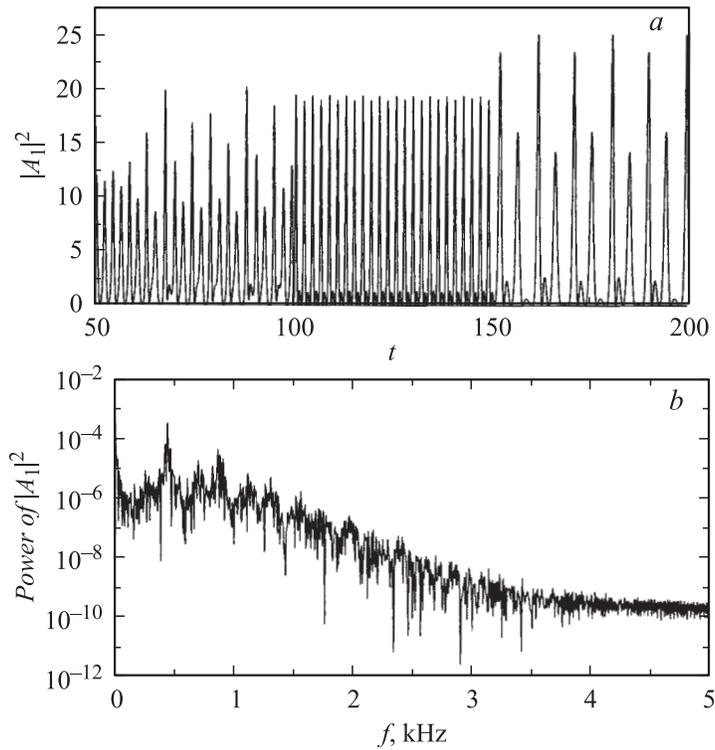


Рис. 3. *a* — график временной зависимости $|A_1|^2$ для хаотических временных реализаций при $\varepsilon = 0$ во временном интервале $50 < t < 100$, $\varepsilon = 0.05$, в интервале $100 < t < 150$ и $\varepsilon = 0.029$ при $t > 150$; *b* — спектр мощности $|A_1|^2$ при $\varepsilon = 0$ в интервале $50 < t < 100$; *c* — частотный спектр для $|A_1|^2$ при $\varepsilon = 0.05$ в интервале $100 < t < 150$.

В дополнение к возможности трансформировать данную гиперхаотическую орбиту в требуемую периодическую орбиту этот метод регулирования гиперхаоса позволяет нам выбирать также и временной интервал, внутри которого мы хотели бы иметь то или иное требуемое упорядоченное состояние. На рис. 3, *a* эти две особенности показаны на одном и том же графике, когда переход к гиперхаосу осуществляется через бифуркацию удвоения периода и по сценарию перемежаемости соответственно. Внутри временного интервала $50 < t < 100$ решения

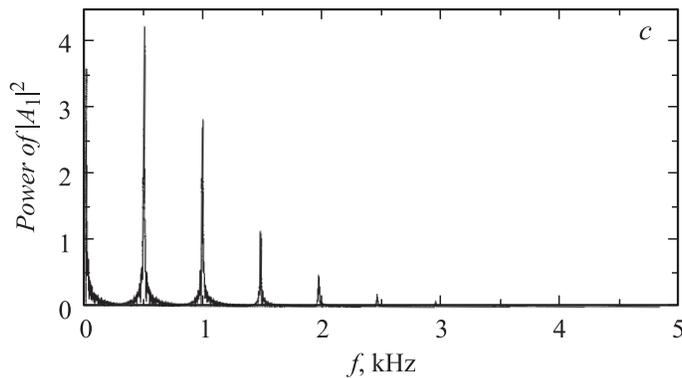


Рис. 3 (продолжение).

гиперхаотичны ($\varepsilon = 0$). Описание соответствующего странного аттрактора можно найти в работе [11], а спектры мощности колебаний $|A_1|$ показаны на рис. 3, *b*. При $t = 100$ включается управляющая волна с амплитудой $\varepsilon = 0.05$, которая продолжает сохранять это значение до $t = 150$. В интервале $100 < t < 150$ орбита периодична с периодом, равным 1, как это видно из рис. 2, *a* и 3, *c*. При $t = 150$ управляющей амплитуде придается измененное значение $\varepsilon = 0.029$, и период периодического решения при этом изменяется от 1 до 4 (см. рис. 2, *c*).

Метод управления гиперхаотическим состоянием достаточно прост с точки зрения лабораторных экспериментов. Если волновые векторы субгармонической (A_1) и основной (A_0) мод известны, то, чтобы перевести систему из неупорядоченного состояния в требуемое периодическое состояние, следует добавить в систему малую управляющую волну с необходимыми частотой и волновым вектором $|\varepsilon| \sin(\mathbf{k}_2 \mathbf{x} - \omega_2 t)$ и соответствующим образом изменять величину $|\varepsilon|$. Описанное выше исследование относится к управлению состоянием гиперхаоса ВОПО, а результаты нашего численного моделирования дают основание считать, что состояние хаоса ВОПО очень хорошо поддается регулированию этим методом.

В заключение следует сказать, что гиперхаотическим и хаотическим поведением ВОПО можно управлять, создавая в системе новый резонанс посредством ввода в нее малой управляющей волны, что требует применения дополнительного кристалла в ВОПО для соблюдения

фазового согласования. Этот метод дает достаточную свободу в выборе периодической орбиты и управляемого временного интервала. Мы полагаем, что описанный здесь метод дает простой и эффективный подход к управлению состояниями ВОПО, в которых присутствуют хаос и гиперхаос.

Работа была выполнена в рамках проекта по развитию техники в провинции Жи Лин (грант № 20020321) и научно-исследовательского проекта г. Чанг Чун (грант № 02-120G21).

Список литературы

- [1] *Yun Liu, Junji Ohtsubo.* // Opt. Lett. 1994. V. 19. P. 448.
- [2] *Chun-Ming Gu, Ke Shen* // ACTA Phys. Sin. 1999. V. 8. P. 733.
- [3] *Rong Wang, Ke Shen* // Phys. Rev. 2001. V. E65. P. 01 627.
- [4] *Sheng-Hai Zhang, Ke Shen* // Chin. Phys. 2004. V. 11. P. 1215.
- [5] *Ward H., Taki M., Glorieux P.* // Opt. Lett. 2002. V. 27. P. 348.
- [6] *Li X.J., Zhang B.G., Yao J.Q., Zhang J.F.* // Chin. Opt. Lett. 2003. V. 12. P. 71.
- [7] *Richy C., Petsas K.I., Giacobino E., Fabra C., Lugiato L.* // J. Opt. Soc. Am. 1995. V. B12, P. 456.
- [8] *Staliunas K.* // J. Mod. Opt. 1994. V. 42. P. 1261.
- [9] *Petiaux N.P., Li Ruo-Ding, Mawbel Paul* // Opt. Com. 1989. V. 27. P. 256.
- [10] *Staliunas K., Sanchez-Morcillo V.J.* // Phys. Rev. 1998. V. A57. P. 1454.
- [11] *Xiu Qin Feng, Ke Shen* // Chin. Phys. 2005. V. 14. P. 1526.
- [12] *Xiu Qin Feng, Ke Shen* // Opt. Quantum Electrons. 2005. V. 37. P. 613.
- [13] *Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Rastano J.A.* // Physics. 1985. V. D16. P. 285.