

09

Стохастический резонанс в бистабильной системе под воздействием хаотического сигнала

© В.С. Анищенко, М.В. Ануфриева, Т.Е. Вадивасова

Саратовский государственный университет

E-mail: wadim@chaos.ssu.runnet.ru

masha@chaos.ssu.runnet.ru

tanya@chaos.ssu.runnet.ru

Поступило в Редакцию 3 мая 2006 г.

Исследовалось поведение бистабильного осциллятора, находящегося под воздействием хаотического сигнала, в качестве которого использовался сигнал с генератора Ресслера, работающего в режиме спирального хаоса. Изучалось влияние ширины основной спектральной линии хаотического сигнала на отношение сигнал/шум на выходе системы.

PACS: 05.10.Jg, 05.45.Jg

Классический эффект стохастического резонанса (СР) представляет собой явление, при котором отклик бистабильной системы на слабое периодическое воздействие заметно усиливается при добавлении в систему шумового сигнала оптимальной интенсивности [1–3]. Шум не только не ухудшает, а наоборот приводит к большей упорядоченности поведения системы [4,5]. Исследования привели к установлению эффекта, аналогичного СР в хаотических системах переключательного типа без добавления внешнего шума, где роль шума играет собственная хаотическая динамика (так называемый эффект детерминированного РС в системах с кризисом аттракторов [6]). Было также показано, что вместо гармонического сигнала на бистабильную систему можно подать сигнал с более сложным спектральным составом — гармонический шум [7]. Суть явления СР состоит в наличии двух характерных временных масштабов. Первый задается внешним периодическим сигналом и определяется его периодом (частотой). Вторым временным масштаб характеризует средний период (частоту) переключений бистабильной системы. В случае шумового воздействия на бистабильный осциллятор

средняя частота f_k переключений задается формулой Крамерса [8].

$$\Omega_k = 2\pi E_k \sim C \exp(-\Delta U/D), \quad (1)$$

где C — некоторая константа, определяемая формой бистабильного потенциала, ΔU — высота потенциального барьера, D — интенсивность воздействующего белого шума. Эффект СР имеет место в случае, когда характерные времена совпадают или становятся близкими.

В настоящей работе представлена возможность реализации явления СР в классической бистабильной системе, обусловленная воздействием на нее аддитивного белого шума и хаотического сигнала, генерируемого системой в режиме спирального аттрактора [9]. Особенностью спирального хаоса является то, что он может рассматриваться как суперпозиция гармонического шума и широкополосного шума, хотя генерируется нелинейной детерминированной системой. В недавних работах [10,11] было показано, что стохастические характеристики спирального хаоса качественно эквивалентны периодическим автоколебаниям генератора с шумом. В частности, установлено, что автокорреляционная функция спирального аттрактора спадает во времени экспоненциально со скоростью, определяемой коэффициентом диффузии мгновенной фазы.

Рассмотрим классический бистабильный передемпфированный осциллятор, реализующий эффект СР:

$$\dot{x} = x - x^3 + A \cos(\omega_0 t) + \sqrt{2D} \xi(t), \quad (2)$$

где A_0 и f_0 — безразмерные амплитуда и частота внешнего сигнала, $\xi(t)$ — белый шум интенсивности D . Бистабильный потенциал $U(x) = -0.5 \cdot x^2 + 0.25 \cdot x^4$ характеризуется потенциальным барьером $\Delta U_0 = 0.25$. Амплитуда сигнала A_0 предполагается достаточно малой, чтобы исключить переключения в отсутствие шума. Выберем частоту и амплитуду внешнего сигнала $\omega_0 = 0.01$ и $A_0 = 0.05$ и произведем расчет коэффициента усиления на выходе осциллятора в зависимости от D (рис. 1, кривая 1).

Максимум коэффициента усиления наблюдается при интенсивности шума $D = 0.075$. Если аналитически рассчитать частоту Крамерса для данной интенсивности шума, то она получится равной $2\pi F_k = 0.009696$. Это в пределах допустимой погрешности совпадает с частотой внешнего гармонического воздействия.

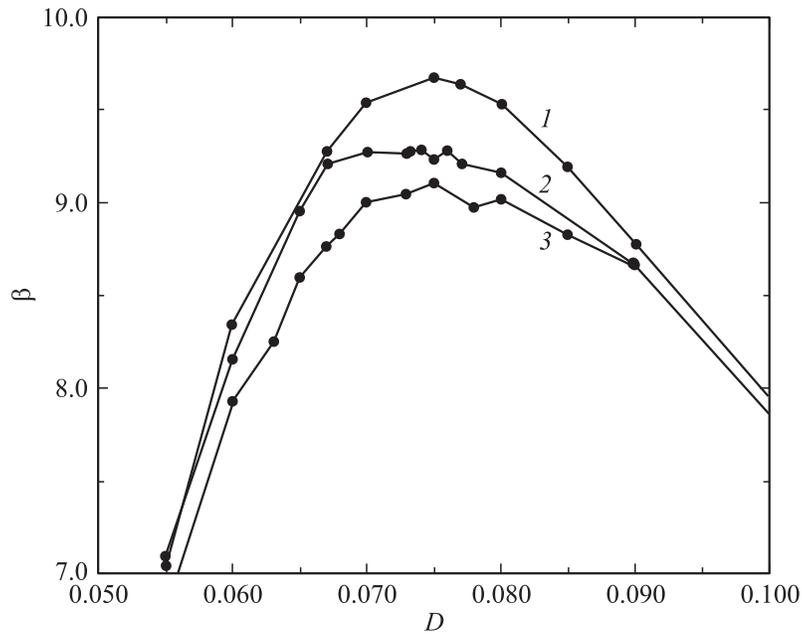


Рис. 1. Зависимость коэффициента усиления β от интенсивности шума: 1 — при воздействии гармоническим сигналом; 2, 3 — при воздействии хаотическим сигналом (x — координата системы Ресслера, 2 — для $m = 6.5$, 3 — для $m = 7.7$).

Теперь в качестве внешнего сигнала используем одну из координат спирального аттрактора Ресслера:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax - bx^3 + A_0x_1 + \sqrt{2D}\xi(t), \\ \dot{x}_1 &= (-y_1 - z_1)/\tau, \\ \dot{y}_1 &= (x_1 + ry_1)/\tau, \\ \dot{z}_1 &= (r - mz_1 + x_1z_1)/\tau, \end{aligned} \quad (3)$$

где $r = 0.2$; $m = 6.5$ — фиксированные параметры осциллятора Ресслера; множитель τ введен с целью управления базовой частотой спирального аттрактора. Выберем эту частоту близкой к значению $\omega_0 = 0.01$, что

при заданных r и m соответствует $\tau = 106.8$. A_0 — масштабный множитель, который рассчитывался таким образом, чтобы среднеквадратичная амплитуда x — координаты осциллятора Ресслера — была равна амплитуде гармонического воздействия $A = 0.05$.

Заметим, что в рассматриваемом случае на бистабильный осциллятор подается сигнал с конечной шириной основной спектральной линии, которая определяется коэффициентом эффективной диффузии фазы B_{eff} [10,11]:

$$S(\omega) = C \frac{B_{eff}}{B_{eff}^2 + (\omega - \omega_0)^2}, \quad C = \text{const.} \quad (4)$$

Рассчитав зависимость коэффициента усиления от интенсивности шума, получим результат, представленный на рис. 1 (кривая 2). Максимум кривой наблюдается при той же интенсивности шума $D = 0.075$, что и для воздействия гармоническим сигналом, и имеет несколько меньшую величину в сравнении с кривой 1. Точное определение максимума затруднено, поскольку кривая более пологая.

Если на бистабильный осциллятор подать сигнал с большим коэффициентом диффузии, чем в первом случае (т.е. с более широкой спектральной линией), то кривая зависимости коэффициента усиления от интенсивности шума будет проходить ниже (кривая 3).

В работе [7] на осциллятор Крамерса воздействовал сигнал в виде гармонического шума. Он получался линейной фильтрацией белого шума (двумерный процесс Орнштейна–Уленбека). Было показано, что конечность ширины спектральной линии приводит к уменьшению коэффициента усиления. Причем чем шире линия, тем меньше коэффициент усиления. Именно это и объясняет результаты, показанные на рис. 1 (кривые 1, 2 и 3).

Рассматриваемая нами модель сигнала (хаотические колебания в режиме спирального аттрактора) по спектральным свойствам подобна гармоническому шуму, рассматриваемому в [7]. Однако имеются отличия: плотность вероятности переменной x существенно иная, а в спектре, кроме узкополосной компоненты на основной частоте имеются спектральные линии на ее гармониках, а также широкополосный пьедестал, связанный с флуктуациями амплитуды колебаний. Чтобы выяснить, что больше влияет на эффект СР, конечная ширина основной спектральной линии или амплитудные флуктуации, были проведены

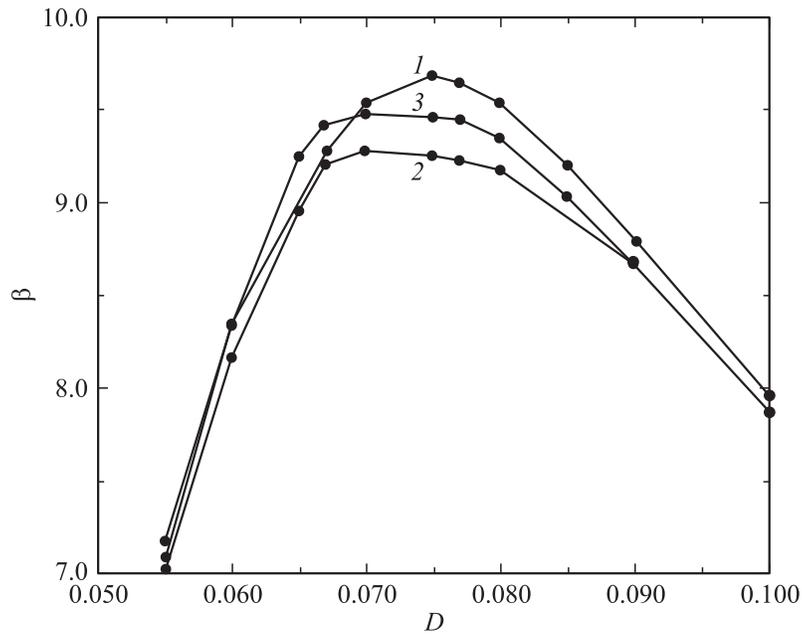


Рис. 2. Зависимость коэффициента усиления β от интенсивности шума: 1 — при воздействии гармоническим сигналом; 2, 3 — при воздействии хаотическим сигналом, генерируемым осциллятором Ресслера (2 — для сигнала $x(t)$ при $m = 6.5$, 3 — для сигнала вида (5)).

расчеты коэффициента усиления для бистабильного осциллятора, на который воздействовал сигнал вида: $A \cos[\phi(t)]$, где $\phi(t)$ — мгновенная фаза осциллятора Ресслера, которая рассчитывается по формуле $\phi = \arctg(y/x)$; A — амплитуда сигнала, которая выбиралась равной амплитуде гармонического сигнала $A = 0.05$, т. е. при этом исключаются амплитудные флуктуации сигнала.

При таком воздействии кривая зависимости проходит ближе к кривой, построенной для гармонического сигнала (рис. 2, кривая 3, кривая была построена для параметра осциллятора Ресслера $m = 6.5$). Максимальное значение коэффициента усиления наблюдается при той же интенсивности шума, что и для предыдущих случаев. Таким образом,

широкополосная компонента хаотического сигнала качественно не повлияла на эффект СР.

По реализациям $x(t)$ как для гармонического воздействия, так и для воздействия сигналом, генерируемым осциллятором Ресслера, была рассчитана средняя частота переключений (частота Крамерса). При этом получили, что в первом случае круговая частота Крамерса равна $2\pi F_k = 0.009010$, а во втором случае $2\pi F_k = 0.009377$. Эти результаты хорошо согласуются с теоретическим расчетом ($2\pi F_k = 0.009696$) и в пределах погрешности совпадают с частотой гармонического воздействия $\omega_0 = 0.01$.

Таким образом, нами установлено, что эффект СР реализуется в бистабильной системе при возбуждении ее хаотическим сигналом спирального типа. При этом с ростом ширины спектральной линии базовой частоты аттрактора Ресслера коэффициент усиления падает в соответствии с результатами работы [7].

Список литературы

- [1] *Benzi R., Sutera A., Vulpiani A.* // J. Phys. A: Math. Gen. 1981. V. 14. P. L453–457.
- [2] *Benzi R., Parisi G., Sutera A., Vulpiani A.* // Tellus. 1982. V. 34. P. 10–16.
- [3] *Nicolis C.* // Tellus. 1982. V. 34. P. 1–9.
- [4] *Анищенко В.С., Нейман А.Б., Мосс Ф., Шиманский-Гаей Л.* // УФИ. 1999. Т. 169. № 1. С. 7–39.
- [5] *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В.* Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1999.
- [6] *Anishchenko V.S., Neiman A.B., Safonova M.A.* // J. Stat. Phys. 1993. V. 70. N 1/2. P. 183–196.
- [7] *Neiman A., Shimansky-Geier L.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. N 19. P. 2988–2991.
- [8] *Kramers H.A.* // Physica. 1940. V. 7. P. 284–312.
- [9] *Arneodo A., Collet P., Tressev C.* // Commun. Math. Phys. 1981. V. 79. P. 573–579.
- [10] *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Окрокверцхов Г.А., Стрелкова Г.И.* // УФН. 2005. Т. 175. N 2.
- [11] *Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Okrokvetskova G.A., Strelkova G.I.* // Physica A. 2003. V. 325. P. 199–212.