

07

## Нахождение амплитуды нановибраций по двум спектральным составляющим полупроводникового лазерного автодина

© Д.А. Усанов, А.В. Скрипаль, А.С. Камышанский

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: UsanovDA@info.sgu.ru

Поступило в Редакцию 13 марта 2006 г.

Приведены результаты анализа амплитуд спектральных составляющих автодинного сигнала, формируемого при отражении лазерного излучения от внешнего отражателя, совершающего гармонические нановибрации. Теоретически обоснован и реализован экспериментально метод определения амплитуды колебаний объекта с использованием двух первых гармоник спектра полупроводникового лазерного излучателя, работающего в автодинном режиме.

PACS: 42.62.Eh, 06.30.-k

В работах [1–3] показана возможность применения автодинных лазерных систем на квантово-размерных структурах для определения абсолютных значений амплитуд вибраций. Для анализа автодинного сигнала в таких системах удобно применять спектральные методы, в которых для определения амплитуды вибраций используется найденное в результате измерений отношение величин спектральных составляющих или их количество [4–7].

При этом наименьший нижний порог измеряемых амплитуд вибраций можно обеспечить, если использовать метод, основанный на определении отношения первой и третьей гармоник спектра автодинного сигнала [4]. На практике значение минимального порога такого метода определяется уровнем шума, т.е. значением амплитуды вибраций объекта, при котором третья гармоника в спектре различима над уровнем шумовой составляющей.

Очевидно, что если для определения амплитуд вибраций было бы достаточно измерить только первую и вторую спектральные составляющие, то это позволило бы дополнительно понизить нижний порог измеряемых амплитуд вибраций. В работе [8] было предложено

определять амплитуду вибраций объекта по отношению первой и второй спектральных составляющих, однако применение этого метода затруднительно в связи с присутствием в расчетных соотношениях стационарного набега фазы интерференционного сигнала и необходимостью его экспериментального определения, что является достаточно сложной задачей.

В настоящей работе предлагается метод определения амплитуды вибраций объекта по спектру автодинного сигнала полупроводникового лазера с использованием двух соседних гармоник, применение которого не предполагает знания стационарного набега фазы автодинного сигнала.

**Теория метода.** Переменная составляющая автодинного сигнала при уровне внешней оптической обратной связи, значительно меньшем единицы, записывается в виде [4]:

$$P_A = A \cos(\omega_0 \tau(t)), \quad (1)$$

где  $\tau(t)$  — время обхода лазерным излучением расстояния  $L$  до внешнего отражателя,  $\omega_0$  — резонансная частота собственного резонатора лазерного диода без обратной связи,  $A$  — амплитудный коэффициент, зависящий от передаточной характеристики регистрирующей аппаратуры.

При гармонических колебаниях внешнего отражателя автодинной системы вида

$$f(t) = \xi \sin(\Omega t + \varepsilon), \quad (2)$$

где  $\xi$  и  $\Omega$  — амплитуда и циклическая частота колебаний внешнего отражателя лазерного излучения,  $\varepsilon$  — начальная фаза, время обхода излучением внешнего резонатора  $\tau$  может быть представлено в виде

$$\tau(t) = \tau_0 + \tau_a \sin(\Omega t + \varepsilon), \quad (3)$$

где  $\tau_0$  — время обхода лазерным излучением внешнего резонатора в отсутствие гармонических колебаний отражателя,  $\tau_a = 2\xi/c$  — амплитудное значение гармонического колебания внешнего отражателя,  $c$  — скорость света.

С учетом (3) соотношение (1) для переменной составляющей автодинного сигнала запишется в виде

$$P_A(t) = A \cos(\theta + f(t)), \quad (4)$$

где  $\theta = \omega_0 \tau_0$  — набег фазы автодинного сигнала,  $f(t) = \sigma \sin(\Omega t + \varepsilon)$  — функция, характеризующая продольные колебательные движения объекта,  $\sigma = \frac{4\pi}{\lambda} \xi$ ,  $\lambda$  — длина волны лазерного излучения.

Соотношение для автодинного сигнала (4) можно представить в виде разложения в ряд по функциям Бесселя

$$P_A(t) = A \left\{ \cos \theta J_0(\sigma) + 2 \cos \theta \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\sigma) \cos[2n\Omega t + \varepsilon] - 2 \sin \theta \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(\sigma) \cos[(2n-1)\Omega t + \varepsilon] \right\}, \quad (5)$$

где  $J_n$  — функция Бесселя порядка  $n$ ,  $n$  — номер гармоники спектральной составляющей автодинного сигнала. Такое спектральное представление автодинного сигнала может быть использовано при решении обратной задачи — определения амплитуды колебаний по автодинному сигналу.

Представим функцию  $P_A(t)$  в виде разложения в ряд Фурье

$$P_A(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \{ a_n \cos n\Omega t - b_n \sin n\Omega t \}, \quad (6)$$

где  $a_n$  и  $b_n$  — коэффициенты разложения в ряд Фурье. Сопоставив (5) и (6), можно ввести коэффициенты  $c_n$  следующим образом:

$$c_{2n} = 2AJ_{2n}(\sigma) \cos \theta = \begin{cases} a_{2n} / \cos(2n\varepsilon), & |a_{2n}| > |b_{2n}|, \\ b_{2n} / \sin(2n\varepsilon), & |a_{2n}| < |b_{2n}|, \end{cases} \quad (7)$$

для четных номеров ( $2n$ ) и

$$c_{2n-1} = 2AJ_{2n-1}(\sigma) \sin \theta = \begin{cases} -a_{2n-1} / \sin((2n-1)\varepsilon), & |a_{2n-1}| > |b_{2n-1}|, \\ b_{2n-1} / \cos((2n-1)\varepsilon), & |a_{2n-1}| < |b_{2n-1}|, \end{cases} \quad (8)$$

для нечетных номеров  $(2n - 1)$ . Значение  $\varepsilon$  находится из уравнения

$$\varepsilon = \frac{1}{2n} \operatorname{arctg}(b_{2n}/a_{2n}) \quad (9)$$

при использовании коэффициентов  $a_n$  и  $b_n$  с четными номерами и из уравнения

$$\varepsilon = \frac{1}{2n-1} \operatorname{arctg}(-a_{2n-1}/b_{2n-1}) \quad (10)$$

при использовании коэффициентов  $a_n$  и  $b_n$  с нечетными номерами. Коэффициенты  $c_{2n}$  и  $c_{2n-1}$  пропорциональны четным и нечетным спектральным составляющим сигнала соответственно.

Рассмотрим две первые гармоники спектрального ряда автодинного сигнала

$$c_1 = 2AJ_1(\sigma) \sin \theta, \quad c_2 = 2AJ_2(\sigma) \cos \theta. \quad (11)$$

Используя известное соотношение

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1, \quad (12)$$

можно получить уравнение относительно двух неизвестных  $\xi$  и  $A$ :

$$\frac{c_1^2}{J_1^2\left(\frac{4\pi}{\lambda}\xi\right)} + \frac{c_2^2}{J_2^2\left(\frac{4\pi}{\lambda}\xi\right)} = 4A. \quad (13)$$

Амплитудный множитель  $A$  можно исключить, выполнив нормировку автодинного сигнала, используя соотношение [7]:

$$P(t) = \frac{2P_A(t) - (A_{\max} + A_{\min})}{A_{\max} - A_{\min}}, \quad (14)$$

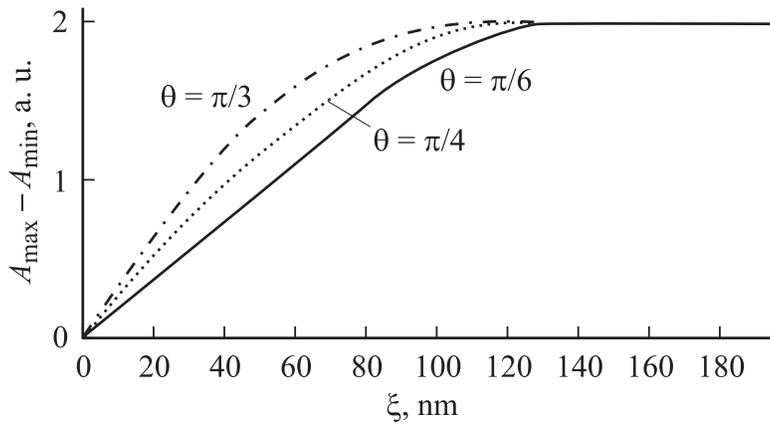
где  $A_{\max}$  и  $A_{\min}$  — максимальное и минимальное значения переменной составляющей автодинного сигнала. В этом случае амплитудный множитель  $A$  становится равным единице, выражение для нормированного автодинного сигнала может быть записано в виде

$$P(t) = \cos(\theta + f(t)) \quad (15)$$

и уравнение для определения амплитуды колебаний объекта  $\xi$  принимает вид

$$\frac{c_1^2}{4J_1^2\left(\frac{4\pi}{\lambda}\xi\right)} + \frac{c_2^2}{4J_2^2\left(\frac{4\pi}{\lambda}\xi\right)} = 1. \quad (16)$$

Здесь  $c_1$  и  $c_2$  — гармоники спектрального ряда переменной нормированной составляющей автодинного сигнала (15).



**Рис. 1.** Теоретическая зависимость удвоенной амплитуды ( $A_{\max} - A_{\min}$ ) переменной составляющей автодинного сигнала от амплитуды колебаний объекта  $\xi$  при различных значениях набега фазы  $\theta$  автодинного сигнала.

Амплитуда переменной составляющей автодинного сигнала  $P(t)$  зависит от амплитуды колебаний внешнего отражателя  $\xi$  и от набега фазы автодинного сигнала  $\theta$ . На рис. 1 приведены результаты расчета зависимости удвоенной амплитуды переменной составляющей автодинного сигнала от амплитуды колебаний объекта при различных значениях набега фазы автодинного сигнала. Как видно из приведенного рисунка, переменная составляющая автодинного сигнала имеет участок насыщения (максимальное значение переменной составляющей автодинного сигнала  $P(t)$  становится равным единице) при амплитудах колебания объекта, превышающих четверть длины волны лазерного излучения ( $\xi > \lambda/4$ ), и на этом участке не зависит от набега фазы автодинного сигнала.

Если автодинный сигнал не достигает насыщения по амплитуде (амплитуда автодинного сигнала  $P_A(t)$  в максимуме и минимуме не будет соответствовать предельным значениям  $A_{\max}$  и  $A_{\min}$  для больших амплитуд колебаний объекта  $\xi$ ), то для нормировки автодинного сигнала соотношение (14) использовать нельзя. В этом случае необходимо использовать предварительную калибровку автодинного сигнала, заклю-

чающуюся в реализации условий, когда автодинный сигнал достигает насыщения, например, как это было предложено делать в работе [3]. При наличии таких колебаний регистрируют минимальное и максимальное значения переменной составляющей автодинного сигнала  $A_{\min Norm}$  и  $A_{\max Norm}$ . Для нормировки автодинного сигнала в этом случае следует использовать выражение

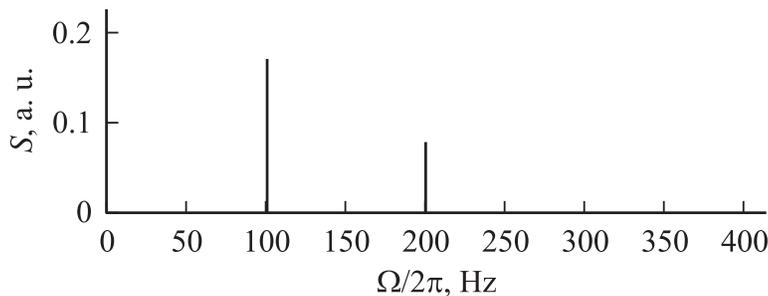
$$P(t) = \frac{P_A(t)(A_{\max} - A_{\min})}{2(A_{\max Norm} - A_{\min Norm})}. \quad (17)$$

Таким образом, после нормировки автодинного сигнала по первым двум спектральным составляющим (7) и (8), получаемым из разложения нормированного автодинного сигнала в ряд Фурье, в результате решения уравнения (16) можно определить амплитуду колебаний объекта. При этом исключается необходимость в экспериментальном определении набега фазы автодинного сигнала  $\theta$ .

**Экспериментальные результаты.** Для получения автодинного сигнала и дальнейшей его обработки использовалась установка, включающая в себя лазер, запитываемый от источника тока, излучение которого отражалось от зеркала, закрепленного на пьезокерамическом элементе. Колебания пьезокерамического элемента происходят под действием сигнала, поступающего от генератора. С помощью фильтра переменного сигнала выделялась переменная составляющая автодинного сигнала, поступающего от фотодиода, смонтированного в корпус лазерного излучателя RLD-650, добиваются приемлемого уровня усиления переменной составляющей сигнала с использованием усилителя для последующей ее передачи в компьютер с помощью аналого-цифрового преобразователя.

Для обеспечения калибровки принудительно увеличивали амплитуду колебаний  $\xi$  отражателя до насыщения по амплитуде автодинного сигнала. По минимальному и максимальному значениям автодинного сигнала определялись значения  $A_{\max Norm}$  и  $A_{\min Norm}$  и затем проводилась нормировка автодинного сигнала при искомом уровне амплитуды вибрации.

По приведенным на рис. 2 измеренным для искомого значения амплитуды вибраций спектральным составляющим определялись значения коэффициентов  $c_1$  и  $c_2$ , которые оказались равными  $c_1 = 0.17$  и  $c_2 = 0.08$ . Из решения уравнения (16) относительно  $\xi$  для этого случая



**Рис. 2.** Спектр зарегистрированного автодинного сигнала.

получилось значение амплитуды колебаний объекта, которое составляло 30 nm. Минимальное значение нижнего порога вибраций отражателя в используемой установке для метода, в котором измеряется отношение амплитуд двух первых спектральных составляющих и не требуется знание стационарного набега фазы, составило приблизительно 10 nm.

Таким образом, теоретически обоснована и реализована экспериментально возможность определения амплитуды колебаний объекта по спектру сигнала полупроводникового лазерного излучателя, работающего в автодинном режиме, с использованием двух первых гармоник спектра, при этом исключается необходимость в определении набега фазы автодинного сигнала.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы Министерства образования и науки РФ и гранта Российского фонда фундаментальных исследований № 05-08-17924а.

## Список литературы

- [1] Donati S., Giuliani G., Merlo S. // IEEE J. Quantum Electron. 1995. V. 31. N 1. P. 113–119.
- [2] Roos P.A., Stephens M., Wieman C.E. // Appl. Opt. 1996. V. 34. P. 6754–6761.
- [3] Усанов Д.А., Скрипаль А.В. // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. В. 9. С. 51–57.
- [4] Pernick B.J. // Appl. Opt. 1973. V. 12. N 3. P. 607–610.
- [5] Sudarshanam V.S., Srinivasan K. // Opt. Lett. 1989. V. 14. N 2. P. 140–142.

- [6] *Jin W., Zang L.M., Uttamchandani D., Culshaw B.* // *Appl. Opt.* 1991. V. 30. N 31. P. 4496–4499.
- [7] *Усанов Д.А., Скрипаль Ал.В., Скрипаль Ан.В.* Физика полупроводниковых радиочастотных и оптических автодинов. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2003. 312 с.
- [8] *Deferrari H.A., Darby R.A., Andrews F.A.* // *J. Acoust. Soc. Am.* 1967. V. 42. N 5. P. 982–990.