

06,04

# Исследование диэлектрических свойств монокристаллов $\text{BaTiO}_3$ разного качества методом тепловых шумов

© П.С. Бедняков, И.В. Шнайдштейн, Б.А. Струков

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
Москва, Россия

E-mail: bednyakov@physics.msu.ru

(Поступила в Редакцию 17 июня 2010 г.)

Проведены сравнительные диэлектрические исследования объемных кристаллов титаната бария, выращенных по разным технологиям, методом тепловых шумов и традиционным методом. По температурным зависимостям диэлектрической проницаемости определены температуры фазового перехода и константы Кюри–Вейсса. При исследовании методом тепловых шумов был обнаружен ряд явлений, затрудняющих выделение шума, связанного с изменением импеданса образца. В работе описаны возможные подходы к исключению или минимизации вкладов от различных эффектов в суммарное шумовое напряжение. Методом тепловых шумов впервые обнаружены и исследованы пьезоэлектрические резонансы, которые также дают вклад в суммарный шумовой сигнал. Обсуждается возможная природа полученных температурных зависимостей частот пьезоэлектрического резонанса.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 08-02-01010).

## 1. Введение

Кристаллы титаната бария  $\text{BaTiO}_3$  относятся к классическим модельным сегнетоэлектрикам, которые интенсивно исследовались разнообразными методами, начиная со времени обнаружения их сегнетоэлектрических свойств [1]. Сравнительная простота структуры давала принципиальную возможность реализовывать различные теоретические подходы для описания свойств этих и родственных перовскитоподобных кристаллов, имеющих весьма широкое поле практических применений. Однако с момента открытия сегнетоэлектрических свойств этих кристаллов и вплоть до самого последнего времени в литературе идет дискуссия относительно микроскопических механизмов сегнетоэлектрического фазового перехода [2,3] и роли флуктуационных эффектов при нем [4].

Наряду с классическим к исследованию кристаллов  $\text{BaTiO}_3$  привлекаются новые методики, позволяющие более точно оценить его структурные и термодинамические характеристики. В частности, температурная зависимость диэлектрической проницаемости в малом электрическом поле измерялась в большом количестве работ [5]. Однако работ, в которых температурная зависимость диэлектрической проницаемости кристаллов  $\text{BaTiO}_3$  измерялась без приложения внешнего поля, — методом тепловых шумов — весьма мало.

Диэлектрическая проницаемость, измеряемая классическими методами, может зависеть от величины приложенного электрического поля, поэтому представляет интерес методика исследования, основанная на измерении напряжения тепловых шумов.

Метод определения емкости с помощью измерения напряжения тепловых шумов основывается на теории

тепловых шумов Найквиста [6]. Связь между сопротивлением  $R$  и напряжением тепловых шумов  $U$ , источником которого оно является, описывается формулой Найквиста, которая в простейшем случае выглядит следующим образом:

$$\langle U^2 \rangle = 4kTR\Delta\nu, \quad (1)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура образца,  $\Delta\nu$  — полоса частот, на которой измеряется напряжение тепловых шумов.

Формула Найквиста для цепи, содержащей реактивные компоненты наряду с активными, может быть записана в следующем виде:

$$\langle U^2 \rangle = 4kT\text{Re}(Z(\nu))\Delta\nu, \quad (2)$$

где  $\text{Re}(Z(\nu))$  — действительная часть импеданса цепи. Подключив параллельно исследуемому образцу, емкости  $C$ , нагрузочный резистор сопротивлением  $R_L$ , можно сделать величину  $\text{Re}(Z(\nu))$  функцией емкости. Следовательно, напряжение тепловых шумов также зависит от емкости. Эта связь позволяет определять емкость из измерения напряжения тепловых шумов и использовать метод тепловых шумов для исследования диэлектрических свойств кристаллов и пленок.

В ряде работ, посвященных исследованию диэлектрических свойств сегнетоэлектрических материалов, метод тепловых шумов уже использовался. Однако окончательного представления о возможностях и границах применимости метода тепловых шумов получено не было.

В работе [7] методом тепловых шумов исследовались объемные кристаллы триглицинсульфата и титана бария. Триглицинсульфат — сегнетоэлектрик при температуре

ниже  $49^\circ\text{C}$ , имеющий фазовый переход второго рода. Хотя целью работы было исследование флуктуаций поляризации в области температуры фазового перехода, по существу измерялось напряжение тепловых шумов образца в полосе частот от 0 до  $10\text{ kHz}$  при различных нагрузочных резисторах. Сопротивление нагрузочных резисторов варьировалось от  $10\text{ k}\Omega$  до  $10\ \Omega$ , что позволило определить емкость и сопротивление образца. В частности, активное сопротивление образца оказалось равным  $10^5\text{--}10^6\ \Omega$ , что не соответствует справочным значениям для ТГС. На основе экспериментальных данных для выбранной полосы частот были получены значения диэлектрической проницаемости на разных частотах. Для триглицинсульфата эти частотные зависимости диэлектрической проницаемости отличались от аналогичных зависимостей, полученных традиционным мостовым методом. В титанате бария (сегнетоэлектрике, при температуре ниже  $130^\circ\text{C}$  имеющем фазовый переход первого рода) при медленном изменении температуры в области фазового перехода наблюдались скачки напряжения шума. Было предположено, что эти скачки связаны с тепловыми шумами Баркгаузена, возникающими при формировании доменной структуры. В состоянии термодинамического равновесия тепловые шумы Баркгаузена не наблюдались.

В работе [8] также исследовались кристаллы триглицинсульфата и были повторены результаты, полученные в работе [7]. Нагрузочный резистор выбирался таким образом, чтобы его сопротивление было много меньше сопротивления образца. Поэтому проводимостью образца можно было пренебречь. Еще одно отличие настоящей работы от предыдущей заключалось в том, что измерения напряжения тепловых шумов производились на различных частотах, что позволило непосредственно получить частотную зависимость диэлектрической проницаемости. Следует отметить, что частотные зависимости диэлектрической проницаемости, полученные в работе [8], существенно отличались от результатов работы [7] и имели сходство с аналогичными частотными зависимостями, полученными классическим мостовым методом.

В работе [9] для кристаллов дигидрофосфата калия (сегнетоэлектрика, при температуре  $122\text{ K}$  имеющего фазовый переход первого рода, весьма близкий к трикритической точке) проводилось сравнение результатов, полученных методом тепловых шумов, с данными, определенными классическим мостовым методом и экстраполированными до нулевого значения электрического поля на частоте  $1\text{ kHz}$ . Наблюдалось хорошее совпадение данных, полученных этими методиками. В сегнетоэлектрической фазе при медленном изменении температуры были зафиксированы тепловые шумы Баркгаузена.

В работе [10] методом тепловых шумов на частоте  $1\text{ kHz}$  исследовался образец триглицинсульфата. Отличие данной работы от других заключалось в том, что эквивалентная схема образца выбиралась в виде последовательного соединения сопротивления образца

и его емкости. Сопротивление образца оказалось равным  $10^4\text{--}10^5\ \Omega$ , что, как и в работе [7], плохо соответствует реальным значениям для ТГС.

В работе [11] для исключения влияния нагрузочного резистора на результаты измерений методика была усовершенствована путем включения в схему параллельно исследуемому образцу генератора шума вместо нагрузочного резистора. Измерялось напряжение тепловых шумов образца и генератора по отдельности и одновременно. Из этих трех значений напряжения шума была получена диэлектрическая проницаемость образца, а также ее температурная зависимость. Этим методом измерялась емкость кристалла титаната бария. В параэлектрической фазе наблюдалось совпадение традиционного мостового метода и метода тепловых шумов, а в сегнетоэлектрической было обнаружено существенное различие. Температуры фазового перехода, полученные методом тепловых шумов и классическим мостовым методом, различались на  $2^\circ\text{C}$ . Эти различия были объяснены большим переменным полем, которое возникает в образце в процессе исследования традиционным мостовым методом, и был поставлен вопрос о достоверности результатов, полученных этой методикой. Также в сегнетоэлектрической фазе в области температуры фазового перехода наблюдались шумы Баркгаузена.

Исследования тепловых шумов Баркгаузена подробно описаны в [12,13]. В этих работах в основном приводятся результаты исследований шумов Баркгаузена в кристалле ТГС, однако отмечено, что непосредственно в окрестности температуры сегнетоэлектрических фазовых переходов первого рода интенсивность тепловых шумов Баркгаузена обычно на несколько порядков превышает интенсивность таких шумов при фазовых переходах второго рода.

Таким образом, при исследовании диэлектрических свойств методом тепловых шумов возникают трудности, связанные с выделением шума, определяемого непосредственно импедансом образца и нагрузочного резистора, поскольку в образце присутствуют шумы другой природы, в частности, тепловые шумы Баркгаузена. Остается открытым вопрос, какие вклады в суммарный сигнал дают шумы разной природы, возникающие в образце при разных температурах. Исследованию этих вопросов посвящена настоящая работа.

## 2. Эксперимент

В настоящей работе методом тепловых шумов исследовались образцы  $BaTiO_3$  различного качества. Прозрачные объемные образцы в форме пластин размером  $4.5 \times 9.2 \times 1.6\text{ mm}$  были изготовлены из кристалла  $BaTiO_3$ , выращенного модифицированным методом Чохральского (top-seeded solution growth (TSSG)) [14], таким образом, чтобы плоскости пластины были параллельны кристаллографическим плоскостям (001). Электроды из высокотемпературной серебряной пасты на-

Концентрация примесей в двух типах кристаллов титаната бария, полученных методами TSSG [14] и Ремейки [15] (в атомных процентах)

Метод получения	K	Fe	Pb	Pt	F
[14]	—	0.02	—	0.07	—
[15]	0.12	0.05	0.19	0.238	0.56

носились на плоскости пластины. Вдали от температуры фазового перехода нагрев производился с разной скоростью, величина которой варьировалась от 0.05 до 1 K/min. Измерения проводились как в процессе нагрева, так и в режиме стабилизации температуры с точностью до 0.02 K. В области температуры фазового перехода скорость нагрева поддерживалась 0.05 K/min.

Образцы темно-желтого цвета были изготовлены из кристалла BaTiO<sub>3</sub>, выращенного по методу Ремейки [15], и представляли собой плоскопараллельные пластинки сложной геометрии, близкой к треугольной форме, толщиной 0.5 mm.

Рентгеновский флуоресцентный анализ, проведенный при помощи универсального рентгеновского спектрометра СУР-01 „Реном“, дал информацию о наличии примесей в образцах. Процентное содержание основных примесей приведено в таблице. Из таблицы видно, что образцы, выращенные методом Ремейки, содержат больше примесей, чем образцы, выращенные модифицированным методом Чохральского.

Подробное описание методики измерения напряжения тепловых шумов приведено в работе [16]. Исследования проводились с использованием слабо шумящего ( $4\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  на частоте 1 kHz) предусилителя SR560 с полосой рабочих частот от 0.03 Hz до 1 MHz и коэффициентом усиления до 50 000. Для уменьшения влияния помех от электросети измерения проводились при питании усилителя от встроенного аккумулятора. Также для сравнения проводились исследования при помощи измерителя иммитанса E7-20, позволяющего измерять емкость и тангенс угла диэлектрических потерь в полосе частот от 10 до 120 kHz с шагом 1 kHz при измерительном напряжении 40 mV. При исследовании методом тепловых шумов электрическое поле в образцах составляло 0.2–0.5  $\mu\text{V}/\text{cm}$ , а при исследовании классическим импедансным методом — 0.25–0.6 V/cm.

Спектр шумового сигнала определялся посредством эффективного дискретного преобразования Фурье методом быстрого преобразования Фурье с использованием алгоритма Кули–Тьюки по смешанному основанию [17]. Преобразование сигнала производилось по массиву из 25 000 точек. Преобразование проводилось в отсутствие окна для среднеекватичного значения напряжения и без учета фазы. Таким образом, при частоте дискретизации 250 kHz установка давала возможность измерять напряжение шума в полосе частот от 1 до 125 kHz с

разрешением 10 Hz. Усреднение спектра проводилось по 10–20 измерениям. Кроме того, производилось полиномиальное сглаживание усредненного спектра полиномами третьей степени.

### 3. Экспериментальные результаты

На рис. 1 приведены температурные зависимости диэлектрической проницаемости чистого, выращенного модифицированным методом Чохральского, объемного кристалла BaTiO<sub>3</sub>, полученные классическим импедансным методом и методом тепловых шумов. Для шумового метода емкость и диэлектрическая проницаемость были определены путем прямого пересчета из напряжения

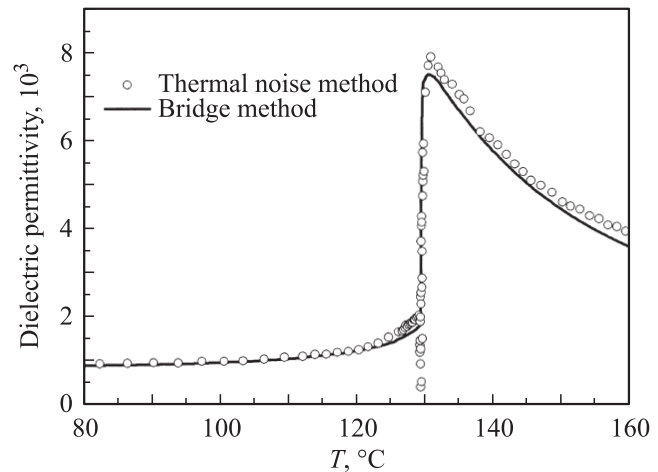


Рис. 1. Температурные зависимости диэлектрической проницаемости чистого объемного кристалла BaTiO<sub>3</sub>, полученные классическим импедансным методом и методом тепловых шумов.

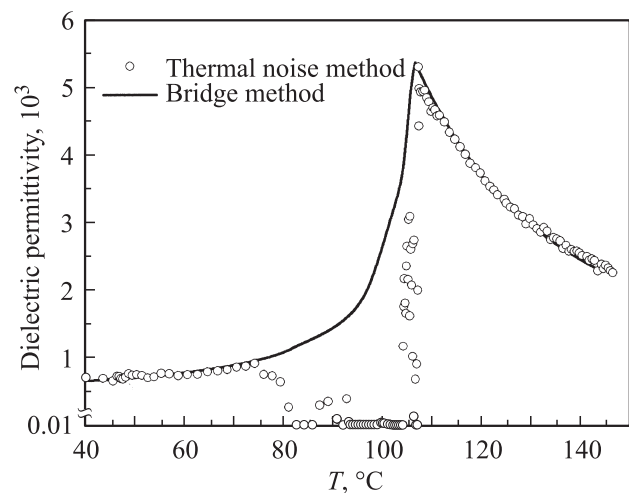
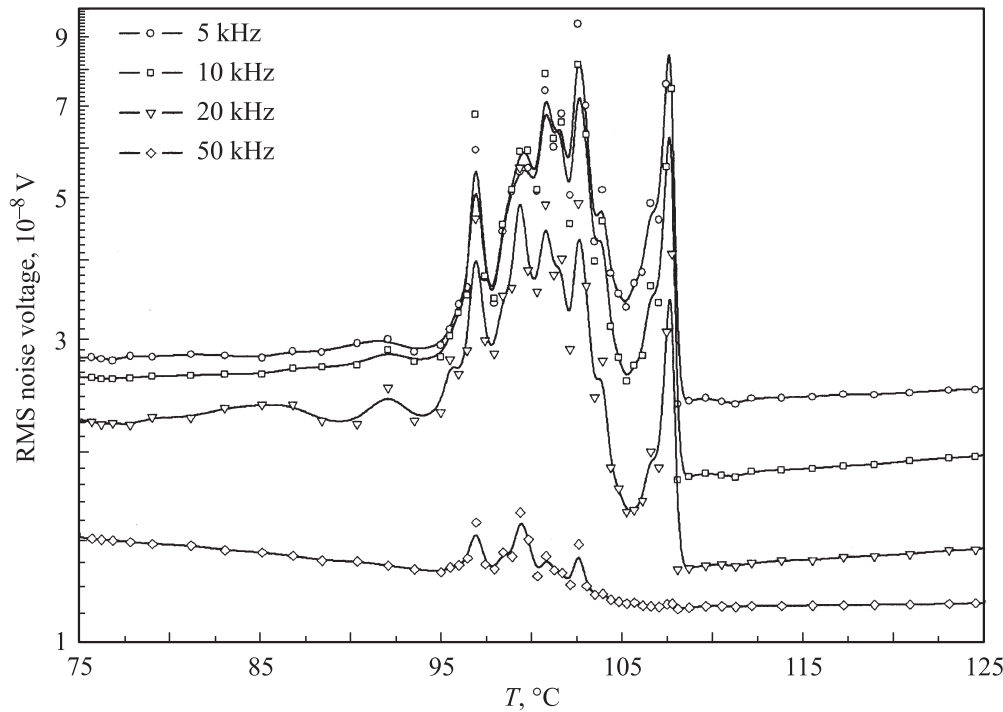


Рис. 2. Температурные зависимости диэлектрической проницаемости объемного кристалла BaTiO<sub>3</sub>, выращенного по методу Ремейки, полученные классическим импедансным методом и методом тепловых шумов.



**Рис. 3.** Температурная зависимость среднеквадратичного значения (RMS) напряжения тепловых шумов на различных частотах для кристалла  $\text{BaTiO}_3$ , выращенного по методу Ремейки.

тепловых шумов. Температура фазового перехода  $T_c$ , полученная обоими методами при нагревании, составляла около  $129.1^\circ\text{C}$ . При этом температурный гистерезис  $T_c$  имел ширину 2.3 К. Наблюдалось хорошее совпадение данных, полученных с помощью этих методик друг с другом, за исключением узкого температурного диапазона в области фазового перехода шириной в 1 К, где диэлектрическая проницаемость имела резкий провал, заметный на рис. 1. Константа Кюри–Вейсса, определенная обоими методами, составила  $2.07 \cdot 10^5$  К с погрешностью 3%.

На рис. 2 приведены аналогичные температурные зависимости для кристалла  $\text{BaTiO}_3$ , выращенного по методу Ремейки. Температура фазового перехода, полученная обоими методами при нагревании, составляла около  $107.1^\circ\text{C}$ . При этом температурный гистерезис имел ширину 1.8 К. Из рис. 2 видно, что диэлектрическая проницаемость этого кристалла, измеренная традиционным импедансным методом, в сегнетоэлектрической фазе в температурном интервале шириной 25 К при приближении к точке фазового перехода возрастает медленнее, чем в чистом кристалле. Именно в этой области наблюдался „провал“ для диэлектрической проницаемости, наблюдаемый методом тепловых шумов. Константа Кюри–Вейсса, определенная обоими методами, составила  $1.51 \cdot 10^5$  К с погрешностью 3%.

Для случая дефектного образца на рис. 3 приведена температурная зависимость среднеквадратичного значения напряжения тепловых шумов на разных частотах.

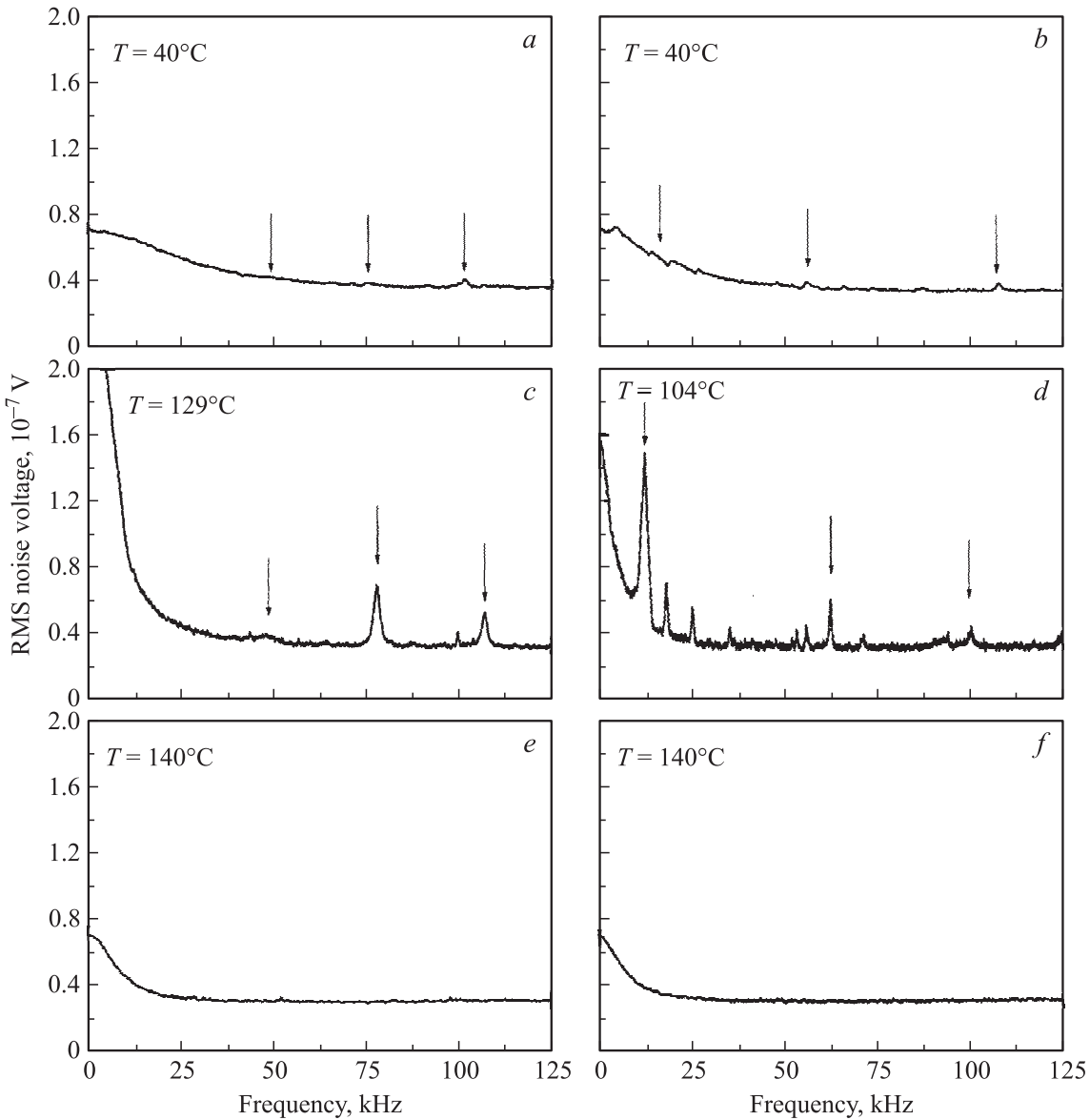
Различие результатов, полученных используемыми методиками, связано с тем, что при расчете диэлектрической проницаемости предполагалось, что напряжение тепловых шумов обусловлено только импедансом образца и нагрузочного резистора.

На рис. 3 также видно, что при приближении к температуре фазового перехода возникают шумы, не позволяющие измерить напряжение тепловых шумов образца, связанное с его импедансом. С увеличением частоты скачки шума в области фазового перехода уменьшаются. Также скачки шума уменьшаются при уменьшении скорости изменения температуры. Однако в непосредственной близости к температуре фазового перехода 0.5 К со стороны сегнетоэлектрической фазы скачки сохраняются даже в режиме стабилизации температуры при точности стабилизации 0.02 К.

#### 4. Обсуждение

Для выяснения возможных причин, вызывающих флуктуации напряжения, наблюдаемые в объемных образцах в процессе нагрева, нами также исследовались спектры напряжения шума при разных температурах.

На рис. 4 приведены спектры напряжения шума при разных температурах: *a, b* — в сегнетофазе вдали от температуры фазового перехода; *c, d* — в области, близкой к температуре фазового перехода; *e, f* — в парафазе для чистого и для дефектного образца соответственно.



**Рис. 4.** Частотная зависимость среднеквадратичного значения напряжения шума для чистого образца (*a, c, e*) и образца с примесями (*b, d, f*) в сегнетоэлектрической фазе вдали от температуры фазового перехода (*a, b*), в области, близкой к температуре фазового перехода (*c, d*), в параэлектрической фазе (*e, f*).

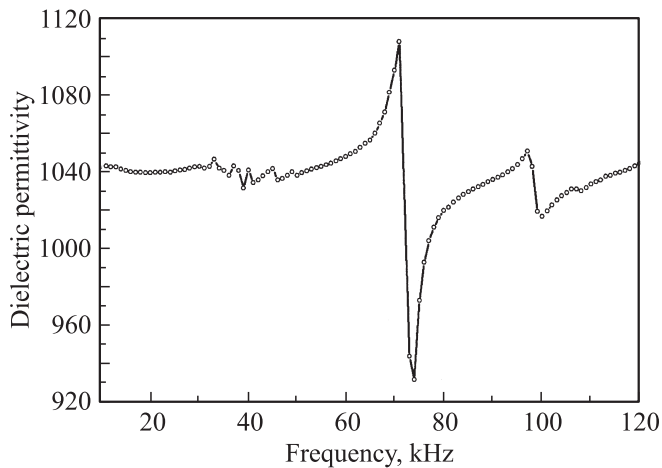
Вдали от температуры фазового перехода в сегнетофазе основной вклад на всей полосе частот давало напряжение тепловых шумов импеданса цепи, состоящей из образца и нагрузочного резистора (рис. 4, *a, b*). Кроме теплового шума наблюдались слабые максимумы на частотах около 50, 75 и 100 kHz в чистом кристалле BaTiO<sub>3</sub>, а также в области частот от 5 до 30 kHz и около 50 и 100 kHz в дефектном кристалле.

С ростом температуры максимумы шума росли, а также возникали новые (рис. 4, *c, d*). Кроме того, в области низких частот уровень шума значительно увеличивался. При приближении к температуре фазового перехода низкочастотные шумы резко возрастали, а максимумы имели наибольшее значение и сдвигались по частоте

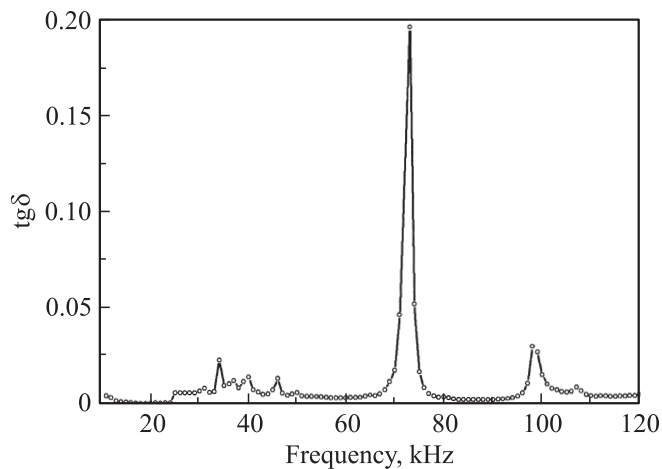
в область низких частот. В парафазе максимумы и низкочастотные шумы пропадали (рис. 4, *e, f*).

Наблюдаемое уменьшение амплитуды сигнала на высоких частотах связано с фильтрацией шума, поскольку параллельное соединение емкости образца и нагрузочного резистора (источника шума) представляет собой фильтр низких частот. При этом с ростом емкости пропускание фильтра уменьшается.

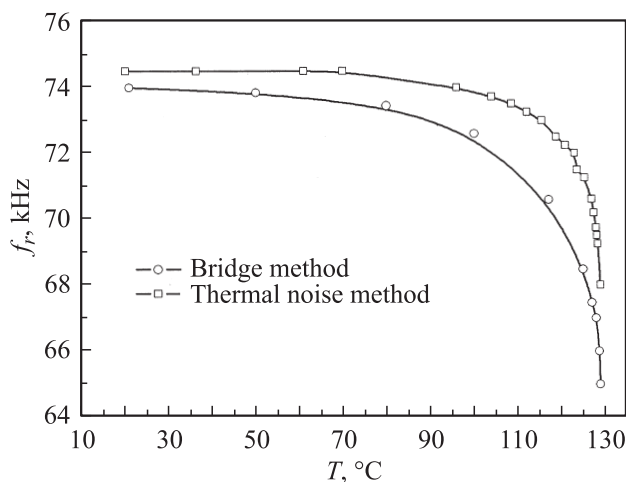
Сканирование по частоте классическим импедансным методом для чистого образца позволило получить частотные зависимости диэлектрической проницаемости и тангенса угла диэлектрических потерь при разных температурах. В частности для 40°C эти зависимости приведены на рис. 5 и 6. На некоторых частотах



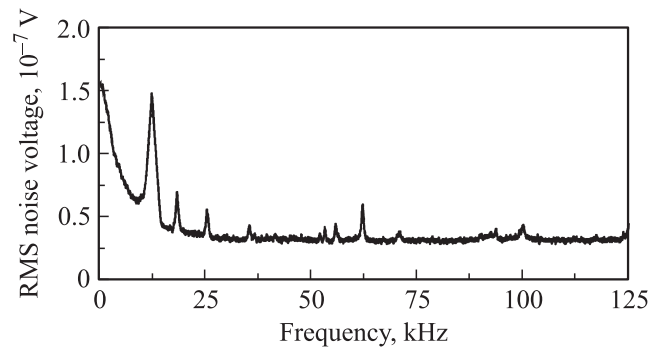
**Рис. 5.** Частотная зависимость диэлектрической проницаемости в чистом кристалле BaTiO<sub>3</sub> при температуре 40°C.



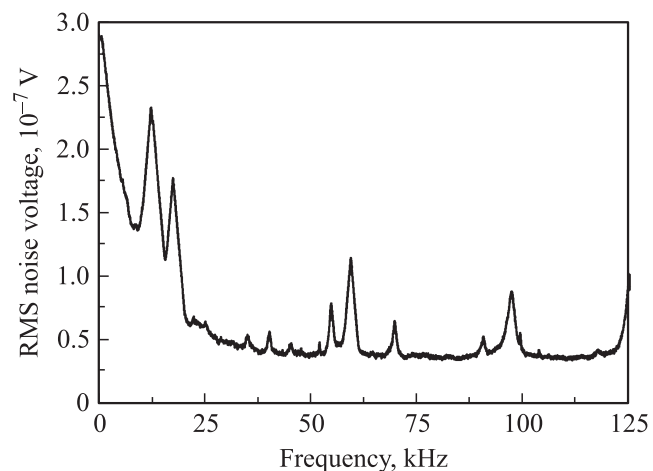
**Рис. 6.** Частотная зависимость тангенса угла диэлектрических потерь в чистом кристалле BaTiO<sub>3</sub> при температуре 40°C.



**Рис. 7.** Температурные зависимости частот пьезорезонанса  $f_r$ , полученные классическим импедансным методом и методом тепловых шумов в чистом кристалле титаната бария.



**Рис. 8.** Частотная зависимость среднеквадратичного значения напряжения шума в кристалле BaTiO<sub>3</sub>, выращенном методом Ремейки, полученная при температуре 104°C в режиме стабилизации температуры.

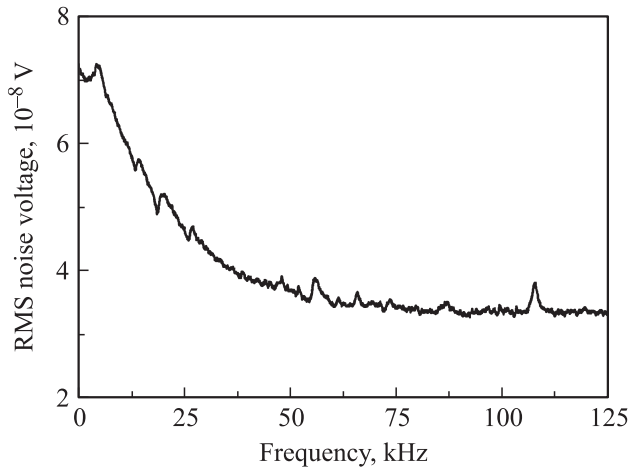


**Рис. 9.** Частотная зависимость среднеквадратичного значения напряжения шума в кристалле BaTiO<sub>3</sub>, выращенном методом Ремейки, полученная при температуре 104°C при скорости нагрева 0.3 K/min.

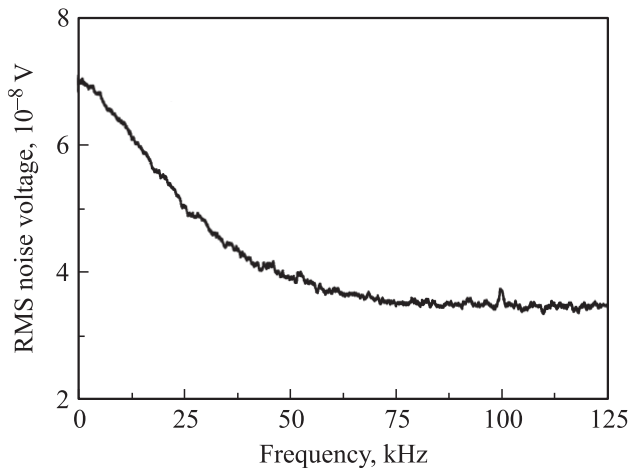
наблюдалось anomalous поведение частотных зависимостей этих величин, имеющих вид, характерный для пьезоэлектрического резонанса [18]. Сравнение формы зависимостей, приведенных на этих рисунках, указывает, что частоты максимумов шума соответствуют частотам пьезоэлектрических резонансов. Кроме того, на рис. 7 приведены температурные зависимости частот пьезорезонансов, полученных классическим импедансным методом и методом тепловых шумов в чистом кристалле титаната бария. При приближении к температуре фазового перехода частота пьезорезонанса уменьшается. Такое уменьшение частоты соответствует увеличению коэффициента податливости кристалла.

Таким образом, нами впервые установлено, что частотная зависимость напряжения шума содержит максимумы, соответствующие частотам пьезоэлектрических резонансов образцов.

Исследования низкочастотного шума при температурах, близких к температуре фазового перехода, пока-



**Рис. 10.** Частотная зависимость среднеквадратичного значения напряжения шума в кристалле  $\text{BaTiO}_3$ , выращенном методом Ремейки, полученная при температуре  $40^\circ\text{C}$  до отжига в параэлектрической фазе.



**Рис. 11.** Частотная зависимость среднеквадратичного значения напряжения шума в кристалле  $\text{BaTiO}_3$ , выращенном методом Ремейки, полученная при температуре  $40^\circ\text{C}$  после отжига в параэлектрической фазе.

зали, что при увеличении скорости изменения температуры низкочастотный шум и максимумы шумового напряжения значительно увеличиваются, в то время как при стабилизации температуры они достигают своего минимального значения (рис. 8, 9). Такое поведение низкочастотного шума является характерным для тепловых скачков Баркгаузена, возникающих в процессе перестройки доменной структуры кристалла. Влияние тепловых скачков Баркгаузена можно минимизировать, перейдя в область высоких частот, как это видно из рис. 3. Для исключения вклада в суммарный шум от максимумов напряжения, соответствующих пьезоэлектрическим резонансам, необходимо проводить измерения шума в полосах частот, не содержащих эти максимумы.

При отжиге образцов ( $T = 140^\circ\text{C}$  в течение 3 h) в параэлектрической фазе часть максимумов напряжения шумов в сегнетоэлектрической фазе исчезала (рис. 10, 11), амплитуда оставшихся — уменьшалась. Как нам представляется, это связано с уменьшением доменной униполярности в отожженных образцах при переходе в сегнетоэлектрическую фазу.

## 5. Заключение

В процессе исследования методом тепловых шумов в объемных образцах титаната бария наблюдались следующие эффекты. 1) Уменьшение амплитуды шумового сигнала на высоких частотах вследствие низкочастотной фильтрации. 2) Наличие максимумов шума на некоторых частотах при температуре ниже температуры фазового перехода, связанных с пьезоэлектрическими резонансами, и исчезновение их в парафазе. 3) Возникновение шума в области низких частот при приближении к температуре фазового перехода, обусловленное наличием тепловых скачков Баркгаузена, и его исчезновение в параэлектрической фазе. 4) Исчезновение или ослабление части максимумов шума после отжига образца, являющееся следствием наличия дефектов в кристалле.

Было установлено, что для измерения напряжения тепловых шумов, соответствующего импедансу образца, с целью определения диэлектрической проницаемости требуется исключение шумов другой природы. Для этого необходимо стабилизировать температуру или изменять ее с малой скоростью, проводить измерения в высокочастотной области, выбирая частотные интервалы, не содержащие пьезорезонансы, а также перед измерениями производить отжиг образцов в параэлектрической фазе.

Таким образом, метод тепловых шумов помимо возможности измерения диэлектрической проницаемости сегнетоэлектриков в практически нулевом поле позволяет обнаружить целый ряд эффектов, дающих вклад в суммарное напряжение шума, возникающее в образце. Основная трудность данной методики заключается в выделении вклада от каждого из этих эффектов.

Авторы выражают благодарность сотрудникам кафедры Общей физики Физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова Е.Н. Лукьяновой и В.С. Русакову за предоставленную возможность провести рентгеновский флуоресцентный анализ образцов.

## Список литературы

- [1] Б.М. Вул, И.М. Гольдман. ДАН СССР **46**, 154 (1945).
- [2] Tae Hyun, Seiji Kojima, Kibog Park, Sung Baek Kim, Jae-Hyeon Ko. J. Phys. Cond. Matter **22**, 225 940 (2010).
- [3] Е.Г. Максимов. УФН **179**, 639 (2009).
- [4] Y.L. Wang, A.K. Tagantsev, D. Damjanovic, N. Setter, V.K. Yarmarkin, A.I. Sokolov. Phys. Rev. **73**, 132 103 (2006).

- [5] W.J. Merz. Phys. Rev. **76**, 1221 (1949).
- [6] H. Nyquist. Phys. Rev. **32**, 110 (1928).
- [7] J.J. Brophy, S.L. Webb. Phys. Rev. **128**, 584 (1962).
- [8] Yo. Ishibashi, A. Sawada, Yu. Takagi, J. Phys. Soc. Jpn. **27**, 705 (1969).
- [9] E. Nakamura. Ferroelectrics **135**, 237 (1992).
- [10] F. Micheron, C. Baumberger, L. Godefroy. Proc. of the 1st Int. Meeting on Ferroelectricity. Prague (1966). P. 185.
- [11] L. Godefroy. J. Phys. Colloques **33**, C2-44-C2-48 (1972).
- [12] В.П. Константинова, Н.Н. Минюшкина, В.С. Румянцев, В.М. Рудяк. Кристаллография **20**, 1296 (1975).
- [13] В.М. Рудяк. Процессы переключения в нелинейных кристаллах. М. Наука, (1986) С. 133.
- [14] V. Belruss, J. Kalnajs, A. Linz. Mat. Res. Bull. **6**, 899 (1971).
- [15] J.P. Remeika. J. Am. Chem. Soc. **76**, 940 (1954).
- [16] П.С. Бедняков, И.В. Шнайдштейн, Б.А. Струков. ПТЭ. В печати (2010).
- [17] C. Temperton. J. Comput. Phys. **52**, 1 (1983).
- [18] А.В. Ржанов. УФН **4**, 461 (1949).