

05.2

Усиление нелинейного отклика металлических пленок с регулярными неоднородностями

© С.В. Хорьков

Нижегородский государственный технический университет
E-mail: priem@nntu.nnov.ru*В окончательной редакции 21 февраля 2005 г.*

Исследуется нелинейный отклик тонких металлических пленок, текстурированных периодическими включениями. Показано, что эффективная нелинейная проводимость ведет себя критическим образом в зависимости от „концентрации“ диэлектрических и идеально проводящих включений.

К настоящему времени появилось большое число экспериментальных работ, в которых исследовался нелинейный отклик неоднородных систем. Например, были обнаружены высшие гармоники напряжений у образцов в переменном поле [1–3] и нелинейное поведение ВАХ [4,5]. Было установлено, что такие нелинейные характеристики, как амплитуда третьей гармоники, эффективная нелинейная проводимость среды, а также коэффициент относительной плотности $1/f$ -шума [2], определяются коррелятором четвертой степени от электрического поля $\langle e^4 \rangle$ [6–8] (скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение по объему среды).

Если структура среды хаотична, электрическое поле сильно флуктуирует, что является причиной усиления нелинейных свойств [9]. Возрастание эффективной нелинейной проводимости имеет место и в периодических структурах, где усиление нелинейного отклика обусловлено тем, что линии тока имеют большую концентрацию, протекая через узкие перемычки, соединяющие хорошо проводящий материал [10]. Это приводит к сильному разогреву электронного газа вблизи геометрических особенностей структуры среды.

В данной работе учет нелинейности сводится к тому, что в законе Ома добавляется кубическое слагаемое в разложении плотности

тока по полю

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{e} + \chi \mathbf{e}^2 \mathbf{e},$$

где σ, χ — линейная и нелинейная проводимости различных компонент среды. Ограничиваясь изучением слабой нелинейности, будем полагать, что $\sigma \gg \chi \mathbf{e}^2$. Примем также, что размеры структуры таковы, что ее проводимости σ_{eff}, χ_{eff} являются величинами самоусредняющимися. Тогда для среды в целом закон Ома принимает вид

$$\mathbf{J} = \sigma_{eff} \mathbf{E} + \chi_{eff} \mathbf{E}^2 \mathbf{E}, \quad (1)$$

где $\mathbf{J} = \langle \mathbf{j} \rangle$, $\mathbf{E} = \langle \mathbf{e} \rangle$ — средние значения плотности тока и поля в образце. Как показано в работе [7], при выполнении условия $\sigma_{eff} > \chi_{eff} \mathbf{E}^2$, эффективная нелинейная проводимость χ_{eff} гетерогенной среды находится из соотношения

$$\chi_{eff} = \frac{\langle \chi \mathbf{e}^4 \rangle}{\langle \mathbf{e} \rangle^4}, \quad (2)$$

где \mathbf{e} — электрическое поле эквивалентной линейной среды.

В настоящей работе исследуется эффективная нелинейная проводимость пленок с внедренными крестообразными включениями. Включения полагаются бесконечно тонкими с размером $2h$, а их центры отстоят друг от друга на расстояние $2a$ и образуют квадратную решетку, элементарная ячейка $ABCD$ которой показана на рис. 1. Толщину пленки будем полагать достаточно тонкой, чтобы распределение тока можно было бы считать двумерным, а в силу симметрии структуры еще и периодическим. Будет рассмотрено два предельных случая, когда включения являются диэлектрическими и когда они являются идеально проводящими. Первый случай реализуется, например, когда в металлической пленке с проводимостью σ с помощью лазера создаются тонкие прорезы, образующие крестообразные „включения“, непроницаемые для тока. Если же пленка изготовлена из „грязного“ металла с проводимостью σ , а включения из „чистого“ металла с проводимостью, которая на несколько порядков превосходит σ , то реализуется второй случай. В рамках приближения электронной температуры нелинейную проводимость пленки можно представить как $\chi = \frac{\partial \sigma(T)}{\partial T} \frac{\sigma}{\Lambda}$, где Λ — коэффициент теплопередачи от электронов в решетку [11].

Как следует из (2), для нахождения χ_{eff} необходимо определить электрическое поле в линейной среде. В силу периодичности структуры среды достаточно найти поле в одной элементарной ячейке $ABCD$.

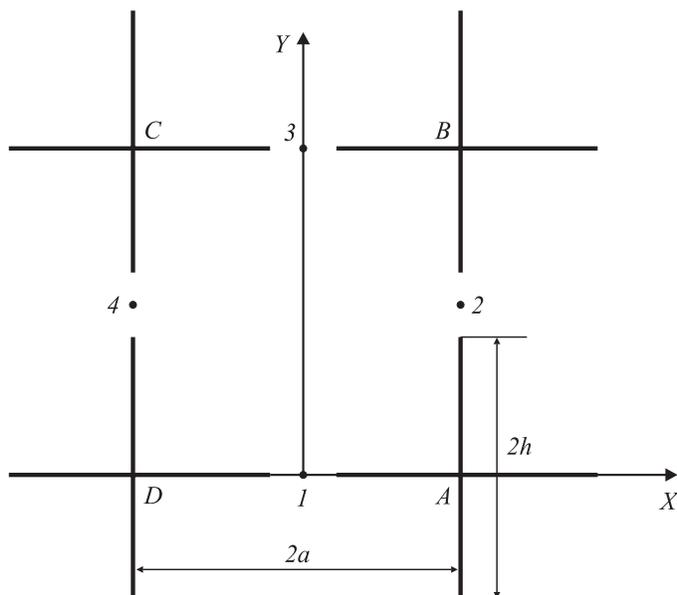


Рис. 1. $ABCD$ — элементарная ячейка периодической структуры среды. $2a$ — расстояние между центрами крестообразных включений, $2h$ — линейный размер включений.

Электрическое поле в линейном случае может быть определено на основе использования конформных преобразований. Внешнее поле \mathbf{E} будем считать заданным. Если оно направлено вдоль оси X (рис. 1), то в системе с диэлектрическими включениями комплексное электрическое поле запишется в виде

$$e(z) = \frac{A}{C} \left(\frac{1 - \operatorname{sn}^2(z)}{\xi_0^2 - \operatorname{sn}^2(z)} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

где $z = x + iy$, $\operatorname{sn}(z)$ — эллиптический синус, т. е.

$$z = C \int_0^{\operatorname{sn}(z)} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}}; \quad k = 1/\sqrt{2}, \quad C = a/K(k),$$

K — полный эллиптический интеграл первого рода; константу ξ_0 можно записать через функцию дельта амплитуды $dn(\dots)$ как

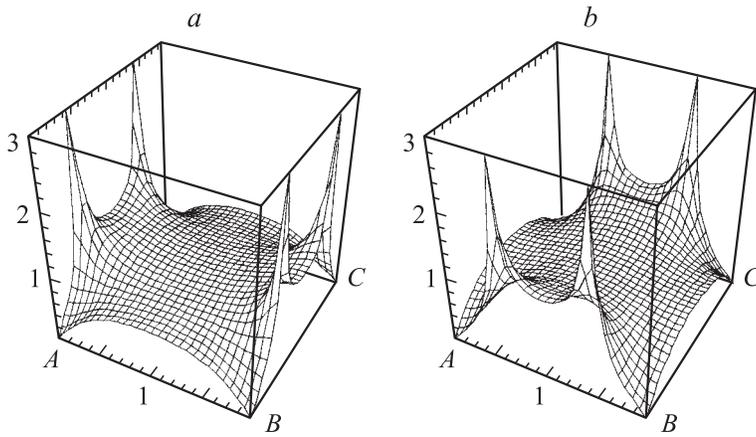


Рис. 2. Распределение величины электрического поля в элементарной ячейке $ABCD$ при $|\mathbf{E}| = 1$, $a = 1$, $h = 0.5$ в случае: a — диэлектрических включений и b — идеально проводящих включений.

$\xi_0 = 1/dn(h/C, k)$. Вывод формулы (3) приведен в [12]. Значение величины A можно найти, если конформно преобразовать элементарную ячейку $ABCD$ со сложным распределением поля (3) на прямоугольник, в котором поле является однородным. Поскольку квадрат поля при таких преобразованиях не изменяется, нетрудно найти

$$A = a \frac{|\mathbf{E}|}{K(k\xi_0)}. \quad (4)$$

На рис. 2, a , построена величина распределения поля (3) в элементарной ячейке при $|\mathbf{E}| = 1$ и $h = a/2$.

Как следует из (2), для нахождения эффективной нелинейной проводимости необходимо проинтегрировать $|e(z)|^4$ по элементарной ячейке. Проанализируем распределение электрического поля и определим области, которые дают основной вклад в нелинейный отклик. Обратим внимание на то, что в точках окончания вертикально составляющих включений поле имеет особенности (рис. 2), которые могут дать основной вклад в коррелятор $\langle |e|^4 \rangle$. Нетрудно показать, что асимптотика поля вблизи указанных точек имеет вид $|e(r)| \propto 1/r^{1/2}$. Производя интегрирование $|e(z)|^4$ по площади элементарной ячейки, мы обнаружим

логарифмическую расходимость по r на нижнем пределе. Однако делать вывод о том, что именно благодаря заострениям нелинейный отклик велик, было бы ошибочно. В действительности указанная расходимость χ_{eff} здесь связана с тем, что диэлектрические включения полагаются бесконечно тонкими. Реально же окончания крестиков имеют конечный радиус кривизны, благодаря чему расходимость исчезает.

Покажем, что нелинейная эффективная проводимость сильно возрастает в ситуации, когда концентрация линий тока вблизи истока и стока велика. Введем параметр, характеризующий неоднородность среды $\tau = (a - h)/a$. В режиме, когда включения почти сомкнуты, т.е. $\tau \ll 1$, электрическое поле имеет асимптотику

$$|e(r)| \propto \frac{|\mathbf{E}|a}{K(k\xi_0)r} \quad (5)$$

в области с размером $d \ll r \ll a$, где r отсчитывается от точек 2 и 4, а $d = 2(a - h)$ — ширина щели для втекающего и вытекающего тока в ячейке. Определим нелинейную эффективную проводимость согласно (2). Принимая во внимание (5) и проведя интегрирование по ячейке в полярной системе координат, получаем

$$\chi_{eff} \approx \chi \frac{a^2}{2K^4(k\xi_0)} \int_0^\pi \int_d^a \frac{rdrd\alpha}{r^4} \approx \chi \frac{\pi}{4\tau^2 \ln^4 \gamma/\tau}. \quad (6)$$

При вычислении (6) было учтено, что при $\tau = d/2a \ll 1$ $K(k\xi_0) \approx \ln \gamma/\tau$, где $\gamma = 4/K^4(1/\sqrt{2})$. Таким образом, эффективная нелинейная проводимость пленки ведет себя аномальным образом при $\tau \rightarrow 0$.

Рассмотрим случай, когда крестообразные включения являются идеально проводящими. Для нахождения эффективной нелинейной проводимости, как следует из (2), необходимо определить электрическое поле в линейной среде. Следуя логике работы [12], мы придем к выражению (3), в котором величина ξ_0 заменяется на $\eta_0 = \operatorname{sn}((a - h)/C, k)$

$$e(z) = \frac{D}{C} \left(\frac{1 - \operatorname{sn}^2(z)}{\eta_0^2 - \operatorname{sn}^2(z)} \right)^{1/2}, \quad (7)$$

где

$$D = a \frac{|\mathbf{E}|}{K(k\eta_0)}. \quad (8)$$

Величина распределения поля представлена на рис. 2, *b* при $|\mathbf{E}| = 1$ и $h = a/2$. В этом случае особыми точками для поля являются теперь точки окончаний горизонтально составляющих включений, вблизи которых поля имеют асимптотику $|e(r)| \propto 1/r^{1/2}$. Как уже отмечалось выше, такое поведение поля связано с тем, что заострения имеют нулевой радиус кривизны, что физически недостижимо. Из физических соображений следует ожидать, что эффективная нелинейная проводимость будет расти с уменьшением параметра τ . Из (7) и (8) нетрудно показать, что при почти сомкнутых включениях поле вблизи точек *I* и *3* ведет себя как

$$|e(r)| \propto \frac{|\mathbf{E}|a}{K(k\eta_0)r}. \quad (9)$$

Такая зависимость становится очевидной, если вспомнить задачу о нахождении электрического поля в конденсаторе с развернутыми пластинами. Роль пластин здесь играют горизонтально составляющие включений. Поле в таком конденсаторе ведет себя как $|e(r)| \propto 1/r$.

Проводя вычисления, аналогичные (6) с использованием (9), находим эффективную нелинейную проводимость при $\tau \rightarrow 0$

$$\chi_{eff} = \chi \frac{4}{\pi^3 \tau^2}. \quad (10)$$

В сплошных металлических пленках величина нелинейной проводимости χ в известном смысле мала. Однако, как показано в данной работе, создание в таких пленках диэлектрических и идеально проводящих крестообразных включений может привести к существенному росту ее эффективной нелинейной проводимости χ_{eff} , значительно превосходящей χ . Управляющим параметром здесь является величина τ — „концентрация“ включений. Необходимо отметить, что несмотря на возрастание χ_{eff} при уменьшении τ , в выражении (1) второе слагаемое должно быть больше первого. Это условие всегда может быть выполнено за счет уменьшения величины среднего поля \mathbf{E} в среде.

Как отмечалось выше, в переменных полях амплитуда третьей гармоники и коэффициент относительной плотности $1/f$ -шума в неоднородных средах также пропорциональны коррелятору $\langle \mathbf{e}^4 \rangle$. Отсюда вытекает, что данные величины должны вести себя подобно (6) и (10). Эксперименты [1–4], свидетельствующие об усилении нелинейного отклика в критической области, проводились на случайно-неоднородных металлических пленках. Однако в пленках с регулярной структурой

неоднородностей, рассмотренных в данной и других работах [10,13], подобных экспериментов, по-видимому, еще не проводилось.

Автор выражает благодарность А.М. Сатанину за полезное обсуждение работы.

Список литературы

- [1] *Dubson M.A., Hui Y.C., Weissman M.B. et al. // Phys. Rev. 1989. V. B39. P. 6807–6815.*
- [2] *Yagil Y., Deutscher G., Bergman D.J. // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69. P. 1423–1426.*
- [3] *Yagil Y., Deutscher G. // Phys. Rev. 1992. V. B46. P. 16 115–16 121.*
- [4] *Gefen Y., Shih W.H., Laibowitz R.B. et al. // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 3097–3100.*
- [5] *Chakrabarty R.K., Bardhan K.K., Basu A. // Phys. Rev. 1991. V. B44. P. 6773–6779.*
- [6] *Aharony A. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 2726–2727.*
- [7] *Stroud D., Hui P.M. // Phys. Rev. 1988. V. B37. P. 8719–8724.*
- [8] *Bergman D.J. // Phys. Rev. 1989. V. B39. P. 4598–4609.*
- [9] *Сатанин А.М., Хорьков С.В., Угольников А.Ю. // Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 62. С. 301–304.*
- [10] *Сатанин А.М., Скузоваткин В.В., Хорьков С.В. // ЖЭТФ. 1997. Т. 112. С. 643–660.*
- [11] *Басс Ф.Г., Гуревич Ю.Г. Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. М., 1975. 400 с.*
- [12] *Балагуров Б.Я. // ЖТФ. 1981. Т. 51. С. 1146–1151.*
- [13] *Сатанин А.М., Хорьков С.В., Скузоваткин В.В. // Письма в ЖЭТФ. 1997. Т. 65. С. 521–524.*