

04

## Эффективность усиленного рассеяния микроволн на высокочастотных флуктуациях плотности плазмы

© Е.З. Гусаков, А.В. Сурков

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург  
E-mail: a.surkov@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 25 марта 2003 г.

Проведено теоретическое исследование усиленного рассеяния необыкновенной волны в неоднородной магнитоактивной плазме в окрестности верхнего гибридного резонанса в случае, когда рассеяние происходит со значительным смещением частоты. Получена аппроксимационная формула, описывающая зависимость эффективности рассеяния от радиального волнового числа флуктуации, вызвавшей рассеяние, пригодная для использования в численном моделировании.

**1. Введение.** Методика усиленного рассеяния СВЧ-излучения в неоднородной магнитоактивной плазме [1], основанная на измерении сигнала, рассеянного назад в окрестности верхнего гибридного резонанса (ВГР), является удобным инструментом для исследования флуктуаций и волн в плазме токамака. Этот метод позволяет измерять спектры колебаний плотности плазмы по частоте и радиальным волновым числам. Эффективность усиленного рассеяния (УР) на низкочастотных колебаниях [1] является быстроменяющейся, обладающей острым доминирующим максимумом, функцией радиального волнового числа колебаний, вызвавших рассеяние, что затрудняет проведение измерений спектра турбулентности по волновым числам. Однако в том случае, когда вызвавшие рассеяние колебания являются высокочастотными, так что ВГР на частотах зондирующей и рассеянной волн существенно раздвинуты, ситуация складывается более благоприятно. При этом, как показывают численные расчеты, эффективность рассеяния в зависимости от радиального волнового числа имеет широкое плато, в которое переходит зависимость, предсказываемая в ВКБ-приближении. Эта особенность позволяет значительно проще интерпретировать результаты,

получаемые с помощью диагностики УР на колебаниях со сравнительно высокой частотой, например на нижнегибридных волнах [2,3].

В данной работе проводится исследование эффективности УР при заметном отличии частоты рассеянного сигнала от частоты зондирующей волны, определяются положение максимума и уровень плато. В конце работы предлагается аппроксимационная формула, описывающая переход эффективности рассеяния, получаемой в приближении Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна (ВКБ), в режим плато.

**2. Анализ эффективности усиленного рассеяния с изменением частоты.** Рассмотрим плазму в магнитном поле, направленном по оси  $z$ . Пусть зондирующая необыкновенная волна, имеющая ВГР в плазме, распространяется вдоль направления неоднородности плотности  $x$ . Следуя [1], воспользуемся теоремой взаимности и запишем сигнал обратного рассеяния зондирующей волны с частотой  $\omega_1$ , предполагая, что излучение зондирующей волны и прием рассеянного сигнала осуществляются одной антенной:

$$A_s(\omega_2) = \frac{i\omega_1}{16\pi n_e} \sqrt{P_i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \delta n_{\mathbf{q},\Omega} \times \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{r} E^+(x_2 - x, y, z) E(x_1 - x, y, z) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}}, \quad (1)$$

где  $\omega_2$  — частота рассеянной волны,  $\omega_1 = \omega_2 + \Omega$ ,  $x_{1,2}$  — положения ВГР, соответствующие частотам  $\omega_{1,2}$  (в случаях, когда раздвижка резонансов не существенна, будет полагать  $x_{1,2} \approx x_{UH}$ ),  $\delta n_{\mathbf{q},\Omega}$  — спектральная плотность флуктуаций. Здесь  $P_i$  — мощность зондирующей волны,  $E$  — распределение резонансной компоненты электрического поля зондирующей волны, нормированное на единичную мощность, а  $E^+$  — то же поле при обратном направлении магнитного поля плазмы.

В предположении линейности профиля плотности плазмы в окрестности ВГР, согласно [1], резонансная компонента поля необыкновенной волны имеет вид

$$E(\xi_{1,2}, y, z) = \sqrt{\frac{8}{\gamma^2 l \omega_{1,2}}} D(y, z) \int_0^{+\infty} \exp \left[ i \left( \frac{\kappa^3}{3} - \frac{b}{\kappa} + \xi_{1,2} \kappa \right) \right] d\kappa, \quad (2)$$

где  $\gamma = (l_T/l)^{2/3}$ ;  $l_T^2 = 3v_{Te}^2 / (3\omega_{ce}^2 - \omega_{pe}^2)|_{x=x_{UH}}$  — параметр, связанный с тепловым движением электронов;  $l$  — масштаб неоднородности

плотности плазмы;  $D(y, z)$  — фактор, учитывающий диаграмму направленности антенны;  $\xi_{1,2} = (x - x_{1,2})/(\gamma l)$ ,  $b = (k_c l)^2 \gamma$ ;  $k_c = \omega_{ce}(x_{UH})/c$ , а  $\omega_{ce}$  — электронная циклотронная частота.

Предполагая статистическую пространственную однородность флуктуаций плотности, для среднего квадрата модуля сигнала рассеяния будем иметь

$$\langle |A_s|^2 \rangle = \frac{P_i}{\gamma^2 n_e^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} |\delta n_{\mathbf{q}, \Omega}|^2 |F(q_y, q_z)|^2 U(\gamma l q_x), \quad (3)$$

$$F(q_y, q_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dy dz D(y, z) D^+(y, z) e^{-iq_y y - iq_z z}, \quad (4)$$

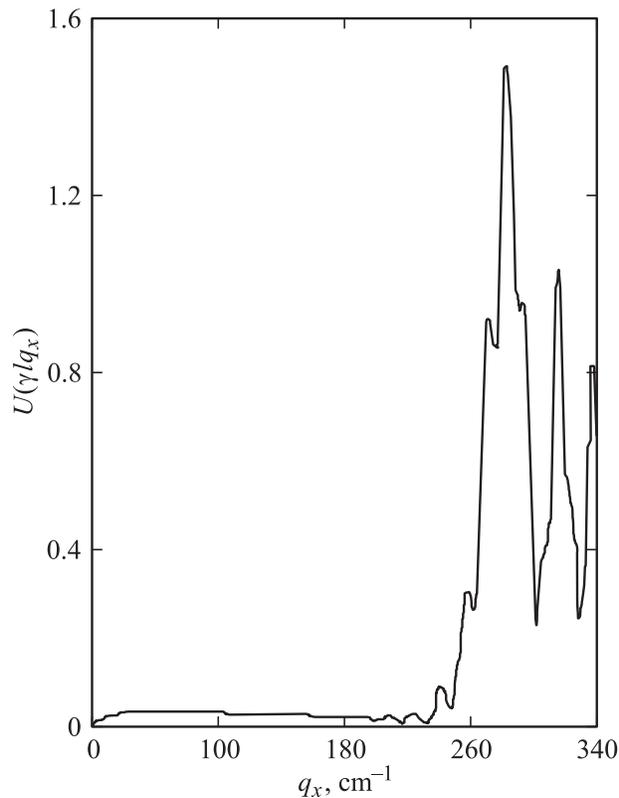
$$U(p) = \frac{p^2}{4} \left| \int_{-1}^1 \exp \left[ \frac{ip^3}{4} \kappa^2 - \frac{4ib}{p(1-\kappa^2)} + \frac{ip\Delta}{2} \kappa \right] d\kappa \right|^2, \quad (5)$$

где  $p = \gamma l q_x$ ,  $\Delta = (x_1 - x_2)/(\gamma l)$ . На рис. 1 показан вид зависимости  $U(\gamma l q_x)$  от радиальной проекции волнового вектора флуктуации  $q_x$  при типичных параметрах эксперимента на токамаке ФТ-2 (температура и концентрация электронов в области ВГР  $T_e \sim 100$  eV,  $n_e \sim 1.8 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ , магнитное поле  $B \sim 9$  kGs, масштаб неоднородности плотности  $l \sim 1$  cm) [3] по рассеянию на нижнегибридных волнах, возбуждаемых внешним генератором с частотой  $f_{LH} = 917.6$  MHz. Частота зондирующей волны  $f_i = \omega_1/(2\pi) = 27.975$  GHz. При этом

$$x_1 - x_2 = \frac{8\pi^2 f_i f_{LH}}{|\partial \omega_{pe}^2 / \partial x + \partial \omega_{ce}^2 / \partial x|_{x=x_{UH}}} \approx l \frac{8\pi^2 f_i f_{LH}}{\omega_{pe}^2(x_{UH})}. \quad (6)$$

Определим положение резкого максимума зависимости  $U(\gamma l q_x)$ , приравняв нулю первую и вторую производные от фазы экспоненты в выражении (5). Положение максимума  $p_{\max}$  при этом определяется величиной  $\alpha = \Delta/p_*^2 = (x_1 - x_2)/(4k_c l l_T)$ , где  $p_* = 2b^{1/4}$ . Зависимость  $p_{\max}(\alpha)$  является практически линейной и для широкого диапазона параметров задачи ( $\Delta/p_*^2 \sim 2 \div 7$ ) имеет вид:  $p_{\max}/p_* \approx 0.22\alpha + 1.6$ . Соответствующее радиальное волновое число флуктуаций

$$q_{\max} = 2\sqrt{\frac{k_c}{l_T}} \left[ 0.22 \frac{x_1 - x_2}{4k_c l l_T} + 1.6 \right]. \quad (7)$$



**Рис. 1.** Эффективность рассеяния в зависимости от радиальной проекции волнового вектора флуктуации.

Максимальное значение эффективности рассеяния в рассматриваемом диапазоне грубо описывается зависимостью  $U_{\max} \sim 2 - 0.1\alpha$ . В приведенном выше случае  $\alpha \approx 5.7$  дает положение максимума  $p_{\max} \approx 2.9p_*$ , что соответствует  $q_x \approx 270 \text{ cm}^{-1}$ ; высота пика при этом  $U_{\max} \sim 1.5$ .

Анализ интеграла в выражении (5) методом стационарной фазы позволяет выделить три участка в зависимости  $U(p)$  при  $p < p_{\max}$ . Область  $p \ll p_*$  соответствует рассеянию в области применимости приближения геометрической оптики, где эффективность рассеяния

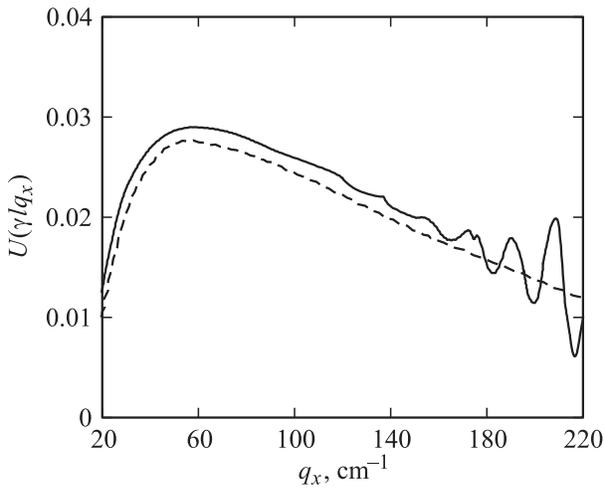


Рис. 2. Аппроксимация эффективности рассеяния.

нечувствительна к раздвижке резонансов  $\Delta$ :

$$U(\gamma l q_x) \approx \frac{\pi \gamma^2 l q_x^3}{16 k_c^2}. \quad (8)$$

Плато возникает при  $\alpha^{-1/3} < p/p_* < \alpha^{1/2}$ . В этой области зависимость эффективности рассеяния от  $q_x$  исчезает:

$$U(\gamma l q_x) \approx \frac{\pi \gamma^2 k_c l^{5/2}}{(x_1 - x_2)^{3/2}}. \quad (9)$$

При дальнейшем увеличении  $p$  в области  $p_* \alpha^{1/3} < p < p_{\max}$  функция  $U(p)$  спадает. Все эти выражения можно объединить аппроксимационной формулой

$$U(p) = \frac{\pi p^3}{p_*^4 \{1 + 4(p/p_*)^3 [(p/p_*)^2 + \Delta/p_*^2]^{3/2}\}}, \quad (10)$$

применимой при  $p < p_{\max}$ . График полученной функции изображен пунктиром на рис. 2.

Таким образом, в случае, когда в спектре возбужденных колебаний подавлен коротковолновый компонент с  $q_x \gtrsim q_{\max}$ , соответствующий максимуму зависимости  $U(\gamma/q_x)$ , то эффективность УР на таких флуктуациях может успешно описываться аппроксимационной формулой (10).

**3. Заключение.** В работе проведено аналитическое исследование эффективности усиленного рассеяния при заметном смещении частоты рассеянного сигнала относительно частоты зондирующей волны в зависимости от радиальной проекции волнового вектора флуктуации, вызвавшей рассеяние. Определено положение максимума и уровень плато, находящиеся в хорошем согласии с результатами численного счета. Предложена аппроксимационная формула, описывающая переход эффективности, предсказываемой в ВКБ-приближении, в режим плато. Использование этой формулы позволяет значительно упростить расчет эффективности рассеяния и делает возможным быстрое численное моделирование сигнала усиленного рассеяния с использованием кодов, описывающих распространение необыкновенной волны в реальной геометрии эксперимента.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ 02-02-17591, 03-02-06148, а также контракта Минпромнауки № 40.006.1.1.1128.

## Список литературы

- [1] Novik K.M., Piliya A.D. // Plasma Phys. Control Fusion. 1994. V. 36. N 3. P. 357–381.
- [2] Гурченко А.Д., Гусаков Е.З., Коркин В.В. и др. // Физика плазмы. 2002. V. 28. N 6. P. 532–543.
- [3] Altukhov A.B., Gurchenko A.D., Gusakov E.Z. et al. // Proc. 29<sup>th</sup> EPS Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fusion. Montreux, Switzerland, 2002. ECA. Vol. 26B. Paper N P-4.072.