## 10

## Ускорение заряженных частиц кильватерными полями в диэлектрическом резонаторе с каналом для возбуждающего сгустка

© В.А. Балакирев, И.Н. Онищенко, Д.Ю. Сидоренко, Г.В. Сотников

Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт", Украина E-mail: sotnikov@kipt.kharkov.ua

## Поступило в Редакцию 10 января 2003 г.

Исследовано ускорение электронов кильватерными полями, возбуждаемыми последовательностью электронных сгустков в резонаторе. Резонатор представляет собой отрезок металлического цилиндрического волновода с диэлектрической втулкой, торцы которого закрыты металлическими стенками. Получены выражения для кильватерного поля в случае заданного равномерного движения возбуждающих сгустков. Проведено численное моделирование самосогласованного возбуждения резонатора последовательностью заряженных сгустков и ускорения частиц в возбужденных полях.

Вопрос о возможности ускорения пучка заряженных частиц при помощи резонатора, возбуждаемого этим же пучком, был рассмотрен достаточно давно [1,2]. Наряду с теоретическими работами известны многообещающие экспериментальные результаты по ускорению электронов различными резонаторными структурами, возбужденными электронными пучками [3,4]. Вместе с тем до настоящего момента при теоретическом рассмотрении возбуждения диэлектрических замедляющих структур заряженными сгустками в кильватерных схемах ускорения пренебрегали эффектами, связанными с наличием продольных границ у диэлектрических структур [5,6]. Если последовательность заряженных сгустков распространяется в диэлектрическом волноводе

39

конечной длины, у которого устранены отражения на концах, возбуждаемая сгустками попутная волна выносится из системы с групповой скоростью [7], что накладывает ограничение сверху на количество сгустков, поля от которых могут суммироваться в волноводе. Негативное влияние эффекта выноса микроволновой энергии на амплитуду поля будет тем слабее, чем больше будет коэффициент отражения от торцов. Поэтому, применительно к ускорителю на кильватерных полях в диэлектрике, для накопления энергии полей от большого числа регулярно следующих сгустков и достижения высокоградиентного ускорения при относительно низком заряде каждого отдельного сгустка наиболее эффективным будет использование закрытых диэлектрических резонаторов.

Рассмотрим резонатор, имеющий вид отрезка (длиной  $L_{sys}$  цилиндрического металлического волновода круглого сечения, частично заполненного однородным изотропным диэлектриком с вакуумным каналом для заряженных частиц. Дисперсионная функция бесконечного волновода имеет вид

$$D(\omega, k_z) = \varepsilon k_v \frac{A_1(k_d a)}{A_0(k_d a)} - k_d \frac{I_1(k_v a)}{I_0(k_i a)},$$

относительная диэлектрическая ε проницаемость; гле  $k_d^2 \equiv k_d^2(\omega, k_z) = \varepsilon \omega^2 / c^2 - k_z^2, \ k_d$  — радиальное волновое число в диэлектрике;  $k_v^2 \equiv k_v^2(\omega, k_z) = k_z^2 - \omega^2 / c^2, \ k_v$  — радиальное волновое число в вакууме; c — скорость света в вакууме;  $A_{i}(x) = N_{0}(k_{d}b)J_{i}(x) - J_{0}(k_{d}b)N_{i}(x), N_{i}, J_{i}, I_{i}$  — цилиндрические функции *j*-го порядка, *j* = 0, 1; *a* — радиус вакуумного канала, *b* — радиус металлического кожуха. Корни дисперсионной функции  $D(\omega, k_z) = 0$  определяют частоты  $\omega$  и продольные волновые числа  $k_z$ собственных волн диэлектрического волновода. Полагаем, что торцы резонатора закрыты металлическими стенками, прозрачными для заряженных частиц. Пусть в резонатор через стенку z = 0 в момент времени  $t_b$  инжектируется заряженный сгусток с зарядом q, имеющий форму тонкого кольца с радиусом r<sub>b</sub>. Предполагаем, что сгусток движется прямолинейно и равномерно со скоростью v<sub>b</sub>. Плотность заряда такого сгустка  $ho = [q/(2\pi r_b v_b)\delta(r-r_b)\delta(t-t_b-z/v_b).$  Опуская громоздкие выкладки, приведем окончательное выражение для продольного электрического поля, возбуждаемого тонким кольцевым

сгустком:

$$\begin{split} E_{z}^{vac}(r, z, t, r_{b}, t_{b}) &= -\frac{2qv_{b}}{L_{sys}} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \cos(k_{n}z) \frac{\alpha_{n}\omega_{mn}I_{0}(k_{v,mn}r_{b})I_{0}(k_{v,mn}r)}{(\omega_{mn}^{2} - \omega_{n}^{2})F(\omega_{mn}k_{n})} \right. \\ &\times \left\{ \sin[\omega_{mn}(t-t_{b})]\theta(t-t_{b}) - (-1)^{n} \sin\left[\omega_{mn}\left(t-t_{b}-\frac{L_{sys}}{v_{b}}\right)\right]\theta\left(t-t_{b}-\frac{L_{sys}}{v_{b}}\right) \right\} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \cos(k_{n}z) \frac{2\omega_{mn}^{2}I_{0}(k_{v,mn}r_{b})}{\omega_{n}k_{v,mn}^{2}c^{2}F(\omega_{mn},k_{n})} \left[ \frac{k_{n}^{2}(\varepsilon-1)}{k_{d,mn}^{2}}I_{0}(k_{v,mn}a) \right. \\ &- \left. \frac{k_{n}^{2}c^{2}-\omega_{n}^{2}}{\omega_{mn}^{2}-\omega_{n}^{2}}I_{0}(k_{v,mn}r) \right] \left\{ \sin[\omega_{n}(t-t_{b})]\theta(t-t_{b}) \\ &- (-1)^{n} \sin\left[ \omega_{n}\left(t-t_{b}-\frac{L_{sys}}{v_{b}}\right) \right] \theta\left(t-t_{b}-\frac{L_{sys}}{v_{b}}\right) \right\} \right), \end{split}$$

где

$$F(\omega, k_z) = \frac{\omega^2 a^2 I_1^2(k_v a)}{2c^2 k_v^2 k_d^2} \bigg[ \frac{4}{\pi^2 a^2 A_1^2(k_d a)} \\ - \frac{(\varepsilon^2 k_v^2 + k_d^2) I_0^2(k_v a)}{I_1^2(k_v a)} + \frac{2(\varepsilon k_v^2 + k_d^2) I_0(k_v a)}{k_v a I_1(k_v a)} \bigg],$$

 $\alpha_0 = 1$  и  $\alpha_n = 2$  при n = 1, 2, ...;  $k_n = \pi n/L_{sys}$ ,  $\omega_n = k_n v_b$ , n = 0, 1, 2, ...;  $D(\omega_{mn}, k_n) = 0$ ;  $k_{d,mn} \equiv k_d(\omega_{mn}, k_n)$ ,  $k_{v,mn} \equiv k_v(\omega_{mn}, k_n)$ . Здесь введена функция  $\theta(x) = 1$  при x > 0 и  $\theta(x) = 0$  при  $x \leqslant 0$ . Поле от сгустка конечных размеров определяется интегрированием элементарного поля (1) по объему сгустка. В случае прямоугольного распределения плотности заряда в пределах сгустка результат соответствующего интегрирования выражается в квадратурах.

Для численных расчетов нами были выбраны следующие параметры резонатора [8]:  $L_{sys} = 64.7$  сm, b = 4.325 cm, a = 1.05 cm,  $\varepsilon = 2.1$ . Отдельный сгусток с энергией 2 MeV и прямоугольным профилем плотности имел заряд -0.32 nC, длину 1.7 сm, радиус 0.5 сm. Период следования сгустков  $L_{mod} = 10.78$  сm соответствует резонансной частоте первой радиальной гармоники волновода  $f_1 = 2722.6$  MHz. Заметим, что  $L_{sys} = 6L_{mod}$ .



**Рис. 1.** Распределение продольного электрического поля  $E_z(z)$  на оси резонатора: a — после одиночного сгустка, b — после 200 сгустков. Положение сгустков схематически отмечено черными прямоугольниками. Крайний слева сгусток на b имеет номер 200.

Приведем результаты численных расчетов поля, возбуждаемого заряженными сгустками в приближении заданного равномерного движения. Одиночный сгусток возбуждает многомодовое кильватерное поле, которое до момента отражения от выходного торца резонатора не отличается от поля в полуограниченном волноводе [7,9] (рис. 1, *a*). Задняя граница области существования интенсивного кильватерного поля движется вслед за сгустком со скоростью, близкой к групповой скорости первой резонансной гармоники. Наличие вакуумной области приводит к тому, что появляются колебания с групповой скоростью, равной скорости света в вакууме. Эти колебания опережают электрон-



**Рис. 2.** *а* — зависимости энергии электромагнитного поля  $W_{em}$  в резонаторе (1) и максимальной энергии ускоренных частиц  $W_{acc}$  (2) от количества инжектированных сгустков  $N_{bun}$ ; *b* — фазовая плоскость "энергия *W*—продольная координата *z*" и распределение продольного электрического поля  $E_z$  (*z*) после инжекции 550 сгустков. Крестиками отмечено положение макрочастиц на фазовой плоскости, сплошная линия — электрическое поле на оси резонатора.

ный сгусток и формируют очень слабый предвестник поля [9] (см. вставку на рис. 1, a). Возбуждение резонатора последовательностью сгустков приводит, во-первых, к выделению резонансной гармоники, частота которой равна частоте модуляции (см. рис. 1, b). Во-вторых, амплитуда поля растет линейно со временем, пропорционально числу инжектированных сгустков. Подобная картина имеет место и в бесконечной системе, но темп роста кильватерного поля в резонаторе меньше, чем в соответствующем отрезке бесконечного волновода [6].

Линейный рост поля имеет место только на начальном этапе возбуждения, пока амплитуда поля мала. Важным механизмом ограничения

амплитуды колебаний является обратное воздействие интенсивного поля на частицы возбуждающих сгустков [10].

Для моделирования самосогласованного возбуждения диэлектрического резонатора последовательностью электронных сгустков и ускорения электронов в возбужденных полях был разработан численный код, использующий алгоритм "частица в ячейке" [11]. Геометрия моделируемой структуры соответствует постановке задачи о равномерно движущихся сгустках, рассмотренной выше. Для численного эксперимента были выбраны такие же параметры резонатора и сгустков, как в предыдущих численных расчетах. Для того чтобы нелинейные эффекты проявились быстрее, чем разовьются сеточные неустойчивости, заряд отдельного сгустка был увеличен в 20 раз и составил -6.4 nC. Для исследования ускорения по оси системы инжектировался пробный пучок. Результаты моделирования следующие.

После инжекции 300 сгустков наступает насыщение амплитуды возбуждаемого поля и прекращается рост максимальной энергии ускоренных частиц (рис. 2, а). При этом ведущие сгустки половину длины системы теряют энергию, затем переходят в ускоряющую фазу поля и начинают набирать энергию (рис. 2, b). Энергия сгустка на выходе слабо отличается от энергии этого же сгустка в момент инжекции. За время пролета резонатора частицы ведущих сгустков совершают половину колебания по фазе [10]. Энергия частиц, инжектированных в ускоряющую фазу, линейно растет по мере продвижения этих частиц вдоль системы. Максимальное приращение энергии на длине резонатора при выбранных параметрах соответствует удвоенной начальной энергии ведущих сгустков. Это приращение не зависит от тока возбуждающего пучка — в случае пучка с ме́ньшим током потребуется инжекция большего количества сгустков для достижения максимального градиента ускорения. Темп ускорения 6.15 MeV/m, и количество<sup>1</sup> инжектированных до момента насыщения роста поля сгустков 300, по порядку величины сравнимы с результатами эксперимента [8].

Таким образом, продольная ограниченность диэлектрической замедляющей системы играет важную роль в динамике возбуждения кильватерных полей последовательностями сгустков релятивистских электронов. Эффект накопления энергии колебаний в диэлектрическом

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Насыщение поля при увеличении заряда отдельного сгустка в некоторое количество раз будет происходить примерно во столько же раз быстрее.

резонаторе позволяет существенно повысить напряженность электрического поля и сократить длину ускорителя на кильватерных полях по сравнению с соответствующей волноводной (безотражательной) замедляющей структурой [7]. При этом для получения высоких градиентов ускорения можно использовать сгустки со сравнительно невысоким зарядом.

## Список литературы

- [1] Колпаков О.А., Котов В.И. // ЖТФ. 1964. Т. 34. В. 8. С. 1387–1391.
- [2] Казанский Л.Н., Кислецов А.В., Лебедев А.Н. // АЭ. 1971. Т. 30. № 1. С. 27– 31.
- [3] Гришаев И.А., Дедик А.Н., Закутин В.В. н др. // ЖТФ. 1974. Т. 44. В. 8. С. 1743–1748.
- [4] Вишняков В.А., Закутин В.В., Кушнир В.А. и др. // ЖТФ. 1987. Т. 57. В. 8. С. 1549–1555.
- [5] Park S.Y., Hirshfield J.L. // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. N 1. P. 1266-1283.
- [6] Zhang T.-B., Hirshfield J.L., Marshall T.C., Hafizi B. // Phys. Rev. E. 1997.
  V. 56. N 4. P. 4647–4655.
- [7] Балакирев В.А., Онищенко И.Н., Сидоренко Д.Ю., Сотников Г.В. // ЖЭТФ. 2001. Т. 120. № 1. С. 41–51.
- [8] Kiseljov V., Linnik A., Mirny V. et al. // Proc of the 12-th Int. Conf. on High-Power Particle Beams. Haifa, Israel, 1998. V. 2. P. 756–759.
- [9] Balakirev V.A., Onishchenko I.N., Sidorenko D.Yu., Sotnikov G.V. // The 5-th Int. Workshop "Strong Microwave in Plasmas". Nizhny Novgorod, Russia, August 1–9, 2002. S39.
- [10] Курилко В.И. // ЖТФ. 1969. Т. 57. В. 3 (9). С. 885-893.
- [11] Березин Ю.А., Вшивков В.А. Метод частиц в динамике разреженной плазмы. Новосибирск: Наука, 1980. 95 с.