

07

## Эффекты изменения длины продольной когерентности оптического поля в пространстве изображений

© Д.В. Лякин, В.П. Рябухо

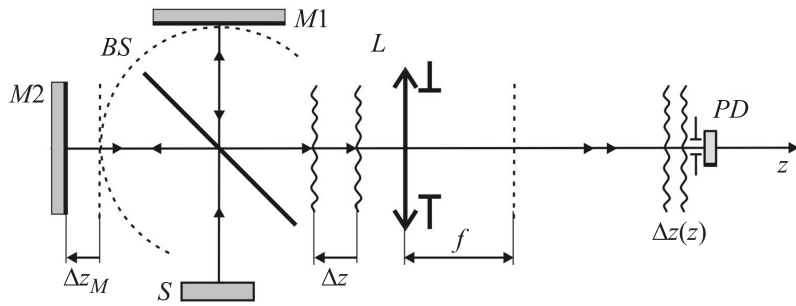
Саратовский государственный университет  
Институт проблем точной механики и управления РАН, Саратов  
E-mail: rvp@sgu.ru

Поступило в Редакцию 19 июля 2010 г.

Определены закономерности изменения длины продольной когерентности и ширины интерференционного импульса продольной когерентности оптического поля протяженного пространственно некогерентного источника в пространстве его изображений за собирающей линзой, установленной в выходном плече сканирующего интерферометра Майкельсона. Показана немонотонность изменения длины продольной когерентности и соответственно ширины интерференционного импульса с формированием локального минимума, величина и положение которого на продольной оси системы определяются как размером и положением источника, так и диаметром апертуры линзы.

В настоящее время в ряде направлений оптических измерений, таких как профилометрия и когерентная томография [1–6], а также в методах корреляционного формирования изображений (ghost imaging) [7,8] уделяется внимание использованию и учету эффектов продольной пространственной когерентности, обусловленных влиянием широкого углового спектра оптического поля, наряду с влиянием его широкого частотного спектра на длину продольной когерентности (когерентности вдоль основного направления распространения поля), которая в свою очередь определяет продольное разрешение указанных методов.

Влияние частотного и углового спектров на продольную когерентность носит конкурирующий характер — увеличение ширины какого-либо спектра ведет к ограничению длины продольной когерентности поля [2,9,10]. Длина продольной когерентности  $L_c$  преимущественно определяется шириной углового спектра  $\theta$  при сравнительно малой ширине частотного спектра  $\Delta\lambda$  и достаточно широком угловом спектре,



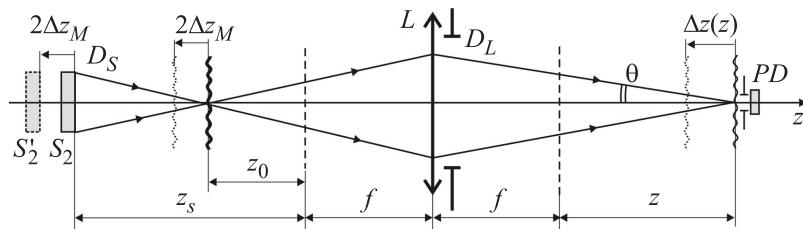
**Рис. 1.** Схема интерферометра Майкельсона для наблюдения эффектов продольной когерентности в пространстве изображений протяженного некогерентного источника света:  $S$  — источник света,  $BS$  — делитель,  $M1$  и  $M2$  — зеркала,  $L$  — линза (объектив),  $PD$  — фотодетектор.

когда  $\lambda_0^2/\Delta\lambda \gg 2\lambda_0/\theta^2$  [10], где  $\lambda_0$  — средняя длина волны. В свободном пространстве (без изображающих оптических элементов) длина когерентности  $L_c$  монотонно возрастает с удалением от источника вдоль направления  $z$  распространения поля в силу уменьшения ширины углового спектра  $\theta(z)$  [10]:

$$L_c(z) \approx 2\lambda_0/\theta^2(z). \quad (1)$$

В методах профилометрии с использованием эффектов продольной пространственной когерентности применяют линзовые системы на выходе интерферометра [1,5,6]. Такая система, как показано в настоящей работе, может приводить к существенным изменениям продольных когерентных свойств поля в пространстве изображений и, следовательно, к существенным изменениям параметров сигнала интерферометра.

В выходном плече интерферометра Майкельсона (рис. 1), используемого в наших экспериментах, установлена собирающая линза (объектив)  $L$ , преобразующая поля, отраженные зеркалами  $M1$  и  $M2$ . Продольное смещение  $\Delta z_M$  одного из зеркал ( $M2$ ) приводит к возникновению разности хода интерферирующих волн  $\Delta_{12}$  и к взаимному продольному сдвигу полей  $\Delta z$  на оптической оси интерферометра. Изменяющаяся разность хода  $\Delta_{12}$  вызывает осцилляции в сигнале интерферометра, а взаимный продольный сдвиг полей  $\Delta z$  приводит



**Рис. 2.** Эквивалентная схема интерферометра для расчета продольного сдвига  $\Delta z(z)$  и изменения угловой апертуры поля  $\theta(z)$  в пространстве изображений в зависимости от положения  $z$  фотоприемника  $PD$  и положения  $z_s$  источника света  $S_2$  (является изображением источника  $S$  в зеркале  $M_2$  интерферометра) при заданной апертуре  $D_L$  линзы  $L$  и размере источника  $D_S$ .

к нарушению взаимной когерентности интерферирующих полей и, как следствие, к исчезновению интерференционных осцилляций при превышении сдвига  $\Delta z$  длины продольной когерентности  $L_c$ ,  $\Delta z \geq L_c$ . Таким образом, при непрерывном продольном смещении зеркала  $M_2$  в выходном сигнале интерферометра формируется интерференционный импульс — осциллирующий сигнал с достаточно узкой в шкале разности хода огибающей (коэффициентом модуляции). По величине продольного сдвига, соответствующего полуширине интерференционного импульса в шкале разности хода, определяется длина продольной пространственной когерентности поля [9,10].

Величина продольного сдвига  $\Delta z$  равна разности хода,  $\Delta z = \Delta_{12} = 2\Delta z_M$ , в пространстве между зеркалом и линзой на выходе интерферометра [9] (рис. 2). Однако в пространстве изображений за линзой это равенство нарушается, и сдвиг  $\Delta z$  нелинейно изменяется вдоль оси  $z$ , при постоянстве разности хода  $\Delta_{12}$ . Используя формулу Ньютона, для этой зависимости можно получить выражение [9]

$$\Delta z(z) = \frac{2\Delta z_M}{f^2} z^2. \quad (2)$$

Вместе с этим в пространстве изображений ширина углового спектра поля  $\theta(z)$  может немонотонно изменяться, что влечет за собой соответствующее немонотонное изменение длины когерентности  $L_c(z)$ , определяемой выражением (1).

Ширина углового спектра  $\theta$  в пространстве изображений определяется или размером объекта  $D_S$ , или радиусом апертуры линзы  $D_L$  в зависимости от координаты  $z$  точки наблюдения поля и координаты положения источника  $z_s$  (рис. 2). Для получения полной зависимости  $\theta(z)$  достаточно получить зависимость  $\theta_\infty(z)$  для бесконечно большой апертуры линзы при конечном размере источника и зависимость  $\theta_L(z)$  при конечной апертуре линзы и бесконечных размерах источника. В плоскости изображения источника, формируемого линзой  $L$ , ширина углового спектра поля определяется радиусом апертуры линзы  $D_L$  при любом размере источника  $D_S$ . Вне этой области при относительно малых размерах источника и сравнительно большой апертуре линзы  $D_L$  ширина углового спектра определяется размерами источника  $D_S$ . В этих областях апертуру линзы можно считать бесконечно большой, поскольку она не ограничивает угловой спектр поля  $\theta(z)$ .

В случае бесконечной апертуры линзы для угловой апертуры оптического поля в пространстве изображений можно получить следующее выражение:

$$\theta_\infty(z) \approx \frac{0.5D_S f}{z_s z - f^2}. \quad (3)$$

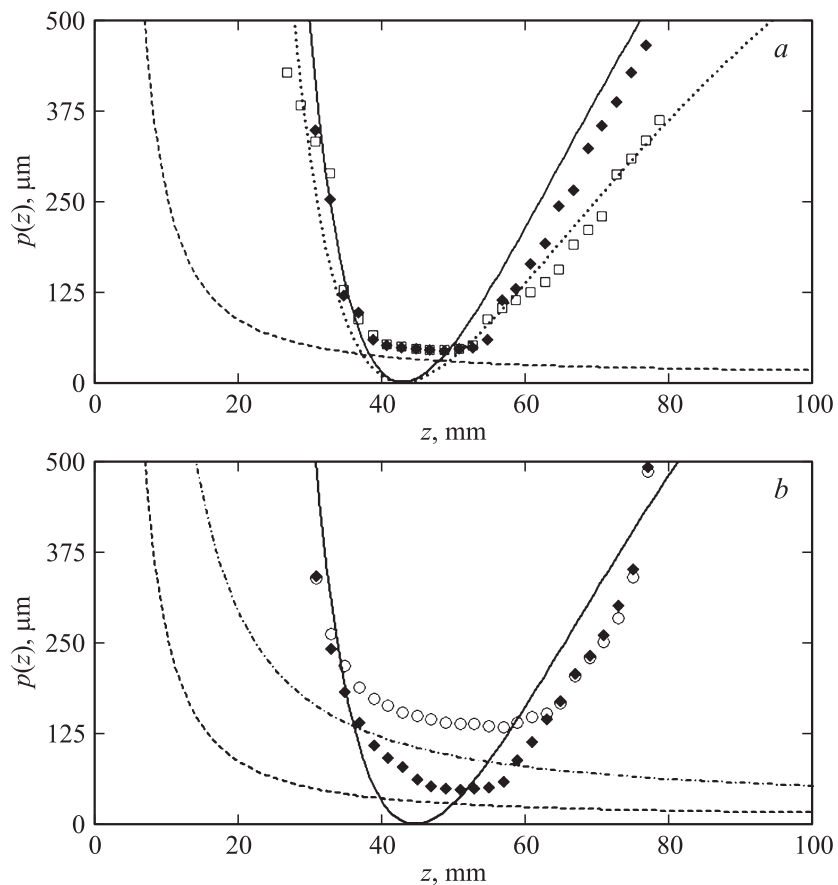
При конечной апертуре линзы и бесконечно большом размере источника угловая апертура поля  $\theta(z)$  определяется выражением

$$\theta_L(z) \approx \frac{0.5D_L}{f + z}. \quad (4)$$

Исходя из вышесказанного, длина продольной когерентности  $L_c(z)$  в пространстве изображений определяется следующим выражением:

$$L_c(z) = \max \begin{cases} 2\lambda_0/\theta_\infty^2(z) \\ 2\lambda_0/\theta_L^2(z). \end{cases} \quad (5)$$

Влияние немонотонного изменения длины когерентности  $L_c(z)$  и нелинейного изменения продольного сдвига  $\Delta z(z)$  полей проявляется в изменении ширины интерференционного импульса когерентности при наблюдении интерференционного сигнала в пространстве изображений в различных точках на продольной оси  $z$ . На рис. 3 представлены экспериментальные данные зависимости полуширины импульса продольной когерентности  $p(z)$  (измерялась на половине высоты) от положения



**Рис. 3.** Изменение полуширины импульса продольной когерентности в пространстве изображений протяженного источника света: *a* — при различных размерах источника  $D_S$  ( $D_L = 33 \text{ mm}$ ,  $z_s = 109 \text{ mm}$ ):  $D_S = 2 \text{ mm}$  (сплошная линия —  $p_\infty(z)$ , ромбы — эксперимент);  $D_S = 2.5 \text{ mm}$  (пунктирная линия —  $p_\infty(z)$ , квадраты — эксперимент); штриховая линия —  $p_L(z)$ ; *b* — при различных апертурах линзы  $D_L$  ( $D_S = 2 \text{ mm}$ ,  $z_s = 107 \text{ mm}$ ):  $D_L = 33 \text{ mm}$  (штриховая линия —  $p_L(z)$ , ромбы — эксперимент);  $D_L = 18 \text{ mm}$  (штрихпунктирная линия —  $p_L(z)$ , круги — эксперимент); сплошная линия —  $p_\infty(z)$ .

фотоприемника на оптической оси  $z$  в пространстве за линзой (фотообъектив „Юпитер-3“,  $f = 50 \text{ mm}$ ). В эксперименте использовался протяженный источник оптического поля с узким частотным и достаточно широким угловым спектрами (матовое стекло, освещенное лазерным светом с  $\lambda_0 = 0.63 \mu\text{m}$ ), так что длина продольной когерентности поля  $L_c$  в пространстве наблюдения определялась преимущественно шириной углового спектра  $\theta$ . В задней фокальной плоскости,  $z = 0$ , наблюдается глобальный максимум ширины интерференционного импульса. В области изображения источника (в общем случае не в самой плоскости изображения) наблюдается локальный минимум ширины импульса. Величина этого минимума и его положение на оси  $z$  зависят от размера источника  $D_S$  и от диаметра апертуры линзы  $D_L$ . Изменение этих параметров приводит к изменению его величины и смещению минимума по оси  $z$ . Максимальная глубина минимума наблюдается при минимальном размере источника и максимальной апертуре линзы. Увеличение апертуры линзы сопровождается увеличением глубины минимума. Уменьшение размера источника при постоянной апертуре линзы приводит к сужению минимума ширины импульса.

В аналитическом виде зависимость полуширины  $p(z)$  интерференционного импульса от положения фотоприемника и от параметров оптической схемы можно установить на основе равенства продольного сдвига интерферирующих полей длине продольной когерентности

$$\Delta z(z) \approx L_c(z). \quad (6)$$

При этом соотношении взаимного сдвига интерферирующих полей  $\Delta z$  и длины продольной когерентности  $L_c$  нарушается взаимная когерентность полей и исчезает интерференция.

Таким образом, согласно (6) и (2), ширина интерференционного импульса когерентности в шкале разности хода  $\Delta_{12}$ , возникающей в интерферометре при продольном смещении одного из его зеркал, в пространстве изображений определяется выражением

$$p(z) \approx \frac{f^2}{z^2} L_c(z). \quad (7)$$

Используя соотношение (7) и выражения (1), (3) и (4), можно получить выражения для оценки полуширины интерференционных

импульсов когерентности в зависимости от размеров источника  $p_\infty(z)$  и апертуры линзы  $p_L(z)$ :

$$p_\infty(z) \approx \frac{8\lambda_0}{D_S^2} \left[ z_s - \frac{f^2}{z} \right]^2, \quad (8)$$

$$p_L(z) \approx \frac{8\lambda_0}{D_L^2} \left[ f \left( 1 + \frac{f}{z} \right) \right]^2. \quad (9)$$

На рис. 3 представлены также теоретические кривые зависимостей  $p_\infty(z)$  и  $p_L(z)$ , построенные при использовании экспериментальных параметров:  $\lambda_0 = 0.63 \mu\text{m}$ ,  $f = 50 \text{ mm}$ ,  $z_s = 109 \text{ mm}$ ,  $D_S = 2$  и  $2.5 \text{ mm}$  при  $D_L = 33 \text{ mm}$  (рис. 3, *a*);  $z_s = 107 \text{ mm}$ ,  $D_L = 33$  и  $18 \text{ mm}$  при  $D_S = 2 \text{ mm}$  (рис. 3, *b*). При построении теоретических кривых значения  $p_\infty(z)$  и  $p_L(z)$ , даваемые формулами (8) и (9), умножались на коэффициент 0.6, чтобы соответствовать экспериментальным измерениям полуширин интерференционных импульсов на половине высоты [10].

Эффекты изменения ширины импульса могут быть интерпретированы следующим образом. В задней фокальной плоскости линзы ( $z = 0$ ) отсутствует продольный сдвиг полей,  $\Delta z = 0$ . Поэтому должен наблюдаться интерференционный импульс бесконечной ширины, на что указывают теоретические кривые. Ширина импульса в этой плоскости может ограничиваться или длиной временной когерентности  $l_c$  при достижении разности хода этой величины [10],  $\Delta_{12} \approx l_c \approx \lambda_0^2 / \Delta\lambda$ , или влиянием конечной апертуры фотоприемника, усредняющей интерференционный сигнал по нескольким полосам при достаточно большой разности хода [11]. С удалением от задней фокальной плоскости величина продольного сдвига  $\Delta z(z)$  нарастает, согласно (2), по параболическому закону. Одновременно уменьшается длина продольной когерентности, поскольку, согласно (3), увеличивается ширина углового спектра поля  $\theta$ . Оба этих процесса ведут к уменьшению ширины интерференционного импульса, сначала, согласно выражению (8), в зависимости от размера источника  $D_S$ , а затем — в области изображения источника, согласно выражению (9), в зависимости от конечной апертуры линзы  $D_L$ . За пределами области локализации изображения источника после пересечения кривых (8) и (9) ширина импульса вновь увеличивается согласно (8) и стремится к постоянному значению,

определяемому выражением

$$p_{\infty}(z \approx \infty) \approx \frac{8\lambda_0}{D_S^2} z_s^2. \quad (10)$$

Появление этого уровня постоянства ширины интерференционного импульса обусловлено уравниванием влияния конкурирующих процессов — увеличения длины продольной когерентности из-за уменьшения ширины углового спектра и увеличения продольного сдвига интерферирующих полей.

Минимальная ширина импульса наблюдается не в плоскости изображения источника, как это определяется в [1], а в области пересечения кривых (8) и (9). Положение минимума  $z_{\min}$  ширины импульса можно определить из равенства (8) и (9):

$$z_{\min} = \frac{f^2(1 + D_S/D_L)}{z_s - fD_S/D_L}. \quad (11)$$

Таким образом, установлено, что в пространстве изображений протяженного пространственно некогерентного источника изменение длины продольной пространственной когерентности имеет немонотонный характер с формированием локального минимума, величина и положение которого определяются параметрами оптической схемы, размерами источника и апертуры оптической системы, установленной в выходном плече интерферометра. Изменение ширины интерференционного импульса продольной когерентности, формируемого в сигнале интерферометра, определяется не только изменением длины когерентности, но и нелинейным характером изменения величины продольного сдвига интерферирующих полей. Кроме того, наши предварительные исследования показывают, что при использовании источника света с достаточно широким частотным спектром и соответственно с конечной длиной временной когерентности, сравнимой с длиной пространственной когерентности, закономерности проявления продольной когерентности в пространстве изображений существенно усложняются.

Полученные результаты, как мы полагаем, имеют важное значение как для развития теории когерентности оптических полей, так и для развития прикладных методов оптической профилометрии и томографии, основанных на эффектах продольной пространственной когерентности.



Работа выполнена при поддержке грантов программы „Развитие научного потенциала высшей школы“, коды проектов 2.1.1/4364 и 2.2.1.1/2950.

## Список литературы

- [1] *Gokhler M., Rosen J.* // Opt. Commun. 2005. V. 252. P. 22.
- [2] *Abdulhalim I.* // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 2006. V. 8. P. 952.
- [3] *Zeylikovich I.* // Appl. Opt. 2008. V. 47. P. 2171.
- [4] *Abdulhalim I., Dadon R.* // Meas. Sci. Technol. 2009. V. 20. P. 015108.
- [5] *Pavliček P., Halouzka M., Duan Z., Takeda M.* // Appl. Opt. 2009. V. 48. P. H40.
- [6] *Liu Z., Gemma T., Rosen J., Takeda M.* // Appl. Opt. 2010. V. 49. P. D12.
- [7] *Liu H., Han S.* // Opt. Lett. 2008. V. 33. P. 824.
- [8] *Ferri F., Magatti D., Sala V.G., Gatti A.* // Appl. Phys. Lett. 2008. V. 92. P. 261109.
- [9] *Рябухо В.П., Лякин Д.В., Лычагов В.В.* // Опт. и спектр. 2007. Т. 102. С. 996. [*Ryabukho V.P., Lyakin D.V., Lychagov V.V.* // Opt. Spectrosc. 2007. V. 102. P. 918.]
- [10] *Рябухо В.П., Лякин Д.В., Лычагов В.В.* // Опт. и спектр. 2009. Т. 107. С. 300. [*Ryabukho V.P., Lyakin D.V., Lychagov V.V.* // Opt. Spectrosc. 2009. V. 107. P. 282.]
- [11] *Рябухо В.П., Хомутов В.Л., Лякин Д.В., Константинов К.В.* // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. В. 4. С. 19. [*Ryabukho V.P., Khotutov V.L., Lyakin D.V., Konstantinov K.V.* // Tech. Phys. Lett. 1998. V. 24. P. 132.]