

07;08

## Акустооптическая эффективность двумерных фотонных кристаллов

© З.А. Пятакова, Г.В. Белокопытов

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова  
E-mail: zoya.pyatakova@physics.msu.ru

Поступило в Редакцию 6 июля 2010 г.

Рассмотрен брэгговский режим акустооптического взаимодействия в двумерных фотонных кристаллах (ФК). Получены приближенные формулы для коэффициентов акустооптического качества ФК и рассчитаны их частотные зависимости для двумерного ФК системы Si–SiO<sub>2</sub>. Показано, что коэффициент акустооптического качества композита может превышать значения для входящих в него компонентов.

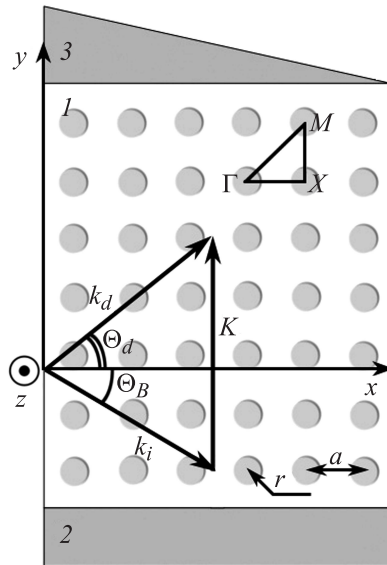
Акустооптическое управление характеристиками оптических устройств на фотонных кристаллах (ФК) представляет очевидный интерес. Например, в [1] сообщается о создании на основе ФК-волокна фильтра, в котором реализована чрезвычайно широкая область перестройки рабочих длин волн акустическим сигналом. В работе [2] было выполнено численное моделирование взаимодействия света с поверхностной акустической волной в ФК. Авторы [3] реализовали миниатюрный акустооптический модулятор на основе наноструктурированного LiNbO<sub>3</sub>. В упомянутых случаях взаимодействие света и звука носило, по сути, одномерный характер и сводилось к модуляции коэффициента пропускания среды вследствие перестройки зонной структуры ФК акустической волной.

Для применений, связанных с обработкой изображений, требуется управлять широкими световыми пучками, что в общем случае предпола-

гает неколлинеарное акустооптическое взаимодействие с использованием двух- и трехмерных ФК, и методы расчета, используемые в [1–3], уже не подходят. В настоящей работе предложена простая методика расчета эффективности акустооптического взаимодействия в двумерных ФК.

Одной из важнейших характеристик акустооптического материала является акустооптическое качество [4], определяющее минимальную мощность акустической волны, необходимую для полной перекачки энергии оптической волны из падающей в дифрагированную. Чем больше коэффициент акустооптического качества, тем меньшая акустическая мощность требуется для работы акустооптического прибора. Целью настоящей работы является определение коэффициентов акустооптического качества двумерных ФК.

Рассмотрим для определенности ФК, представляющий собой квадратную решетку цилиндрических волокон одного материала (например, плавленого кварца) в матрице другого (кремния, рис. 1). Поскольку



**Рис. 1.** Геометрия задачи: 1 — двумерный фотонный кристалл, 2 — пьезообразователь, 3 — поглотитель звука.  $k_i$ ,  $k_d$  — волновые векторы падающей и дифрагированной оптической волны,  $K$  — волновой вектор акустической волны.

кремниевая технология хорошо отработана в микроэлектронике, композит Si–SiO<sub>2</sub> имеет перспективы реализации, хотя составляющие его материалы и обладают невысокими коэффициентами фотоупругости.

Пусть в ФК вдоль оси  $y$  распространяется собственная акустическая волна, а под углом  $\alpha$  к оси  $x$  — собственная электромагнитная волна. Благодаря фотоупругому эффекту происходит преобразование световой волны с частотой  $\omega_i$ , распространяющейся в ФК, и акустической, с частотой  $\Omega$ , в новую световую волну с частотой  $\omega_d$ . Собственные волны ФК (волны Блоха) неоднородны, их спектр содержит множество пространственных гармоник. В частности, для комплексных амплитуд напряженности магнитного поля падающей и дифрагированной волн можно записать:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) &= C_0(x) \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{M}_0(\mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k}_0 + \mathbf{G})\mathbf{r}}, \\ \mathbf{H}_1(\mathbf{r}) &= C_1(x) \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{M}_1(\mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k}_1 + \mathbf{G})\mathbf{r}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\mathbf{M}_{0,1}$  — амплитуды составляющих пространственного спектра блоховских волн в фотонном кристалле, соответствующие вектору  $\mathbf{G}$  обратной решетки ФК,  $C_{0,1}$  — огибающие блоховских волн, в линейном случае не зависящие от координаты, а в случае нелинейного взаимодействия — зависящие от пространственных координат;  $\mathbf{k}_{0,1}$  — волновые векторы падающей и дифрагированной волн.

Для эффективного взаимодействия волн в ФК должны выполняться условия фазового синхронизма:

$$\omega_i + \Omega = \omega_d; \quad \mathbf{k}_i + \mathbf{K} = \mathbf{k}_d + \mathbf{G}. \quad (2)$$

Если длина синхронного взаимодействия в ФК достаточно велика, в нем будет иметь место режим дифракции Брэгга, когда при фиксированной частоте звука существует только один угол падения света, при котором выполняется условие синхронизма (2) — угол Брэгга. Направления синхронного распространения при акустооптическом взаимодействии можно определить с помощью метода векторных диаграмм, реализованного применительно к ФК в [5]. При расчете условий синхронизма высшие пространственные гармоники игнорировать нельзя, поскольку даже малые различия в фазовой скорости в условиях дифракции Брэгга приводят к большому рассогласованию фаз взаимодействующих волн.

В то же время, рассматривая эволюцию амплитуд связанных волн, частоты которых лежат вдали от границы зоны Бриллюэна, можно в разложениях (1) учитывать только основную пространственную гармонику, поскольку вклад высших гармоник в энергию волны пренебрежимо мал. Критерием справедливости такого одноволнового приближения можно считать условие, чтобы относительные интенсивности высших гармоник давали вклад менее одного процента. Для акустической волны в рассматриваемой структуре это выполняется при  $\Omega/\Omega_{cr} \leq 0.79$ , а для оптической — при  $\omega/\omega_{cr} \leq 0.66$ , где  $\Omega_{cr}$ ,  $\omega_{cr}$  — частоты, соответствующие границе первой зоны Бриллюэна для акустических и оптических волн.

Уравнения для амплитуд связанных волн можно получить из волнового уравнения

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}(\varepsilon^{-1} \operatorname{rot} \mathbf{H}) &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}, \\ \varepsilon^{-1}(\mathbf{r}, t) &= \varepsilon^{-1}(\mathbf{r}) + \Delta \varepsilon^{-1}(\mathbf{r}, t), \\ \Delta \varepsilon^{-1}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2} \Delta \varepsilon_0^{-1}(\mathbf{r}) (e^{i(\Omega t - \mathbf{K} \mathbf{r})} + e^{-i(\Omega t - \mathbf{K} \mathbf{r})}), \\ \Omega &\ll \omega, \quad \Delta \varepsilon \ll \varepsilon. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\Delta \varepsilon^{-1}$  — добавка в обратную диэлектрическую проницаемость за счет фотоупругого эффекта в деформируемом кристалле. Обратную диэлектрическую проницаемость, поскольку она является периодической функцией, можно разложить в ряд Фурье:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{kl}^{-1}(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{G}} \xi_{kl}(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G} \mathbf{r}}, \quad \Delta \varepsilon_{0kl}^{-1}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \Delta \xi_{kl}(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G} \mathbf{r}}, \\ \xi_{kl}(\mathbf{G}) &= \frac{1}{S} \int_S \varepsilon_{kl}^{-1}(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{G} \mathbf{r}} d^2 r, \quad \Delta \xi_{kl}(\mathbf{G}) = \frac{1}{S} \int_S \Delta \varepsilon_{0kl}^{-1}(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{G} \mathbf{r}} d^2 r. \end{aligned} \quad (4)$$

Будем считать, что поле имеет вид (1), где  $C_0$  и  $C_1$  медленно меняются с координатой  $x$ . Подставив (1) и (4) в (3), получим после преобразований систему уравнений для амплитуд, огибающих  $C_0$  и  $C_1$ :

$$\begin{aligned} V_{00} \frac{dC_0}{dx} - V_{01} \frac{dC_1}{dx} - U_{01} C_1 &= 0, \\ V_{11} \frac{dC_1}{dx} - V_{10} \frac{dC_0}{dx} - U_{10} C_0 &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

В выражения для коэффициентов  $V_{\alpha\beta}$  и  $U_{\alpha\beta}$  ( $\alpha, \beta = 0, 1$ ) входят компоненты волновых векторов падающей и дифрагированной волн, фурье-компоненты обратной диэлектрической проницаемости  $\xi_{kl}(\mathbf{G})$  и ее приращений  $\Delta\xi_{kl}(\mathbf{G})$ , а также геометрические параметры ФК. Для примера приведем здесь выражения для случая дифракции оптических волн ТМ-поляризации. В одноволновом приближении, при учете условий синхронизма (2) и того факта, что акустическая волна распространяется вдоль оси ОУ, имеем:

$$V_{00} = -2\xi_{22}k_{0x}; \quad V_{11} = -2\xi_{22}k_{1x};$$

$$V_{01} = V_{10} = \Delta\xi_{12}(k_{0y} + k_{1y}) - \Delta\xi_{22}(k_{0x} + k_{1x});$$

$$U_{01} = -U_{10} = k_{0x}(\Delta\xi_{12}k_{1y} - \Delta\xi_{22}k_{1x}) - k_{0y}(\Delta\xi_{11}k_{1y} - \Delta\xi_{22}k_{1x}).$$

При выполнении условий фазового синхронизма (2) коэффициенты  $V_{\alpha\beta}$  и  $U_{\alpha\beta}$  не зависят от пространственных координат. В этом случае система (5) имеет решения следующего вида:

$$\begin{pmatrix} C_0 \\ C_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_0 \\ A_1 \end{pmatrix} e^{iqx}, \quad (6)$$

где

$$q \approx \pm \frac{U_{01}}{\sqrt{V_{00}V_{11}}}. \quad (7)$$

Иными словами, амплитуды падающей и дифрагированной волн в ФК зависят от координаты  $x$  по закону осциллирующей функции подобно тому, как это имеет место при дифракции Брэгга в однородной среде [4], причем длина полной перекачки энергии составляет

$$L = \pi/2q. \quad (8)$$

С другой стороны, в однородных материалах длина полной перекачки энергии  $L$  связана с коэффициентом акустооптического качества  $M$  посредством соотношения

$$L = \lambda \cos \alpha \sqrt{\frac{lb}{MP_a}}. \quad (9)$$

Здесь  $l$  и  $b$  — геометрические размеры области перекрытия акустической и оптической волн,  $P_a$  — акустическая мощность,  $\alpha$  — угол Брэгга.

Сопоставляя (8) и (9), можем определить эффективный коэффициент акустооптического качества и для ФК. В случае изотропной дифракции света ТМ-поляризации имеем такие аналитические выражения для коэффициентов акустооптического качества, для взаимодействия с участием продольных акустических волн ( $L$ -поляризация):

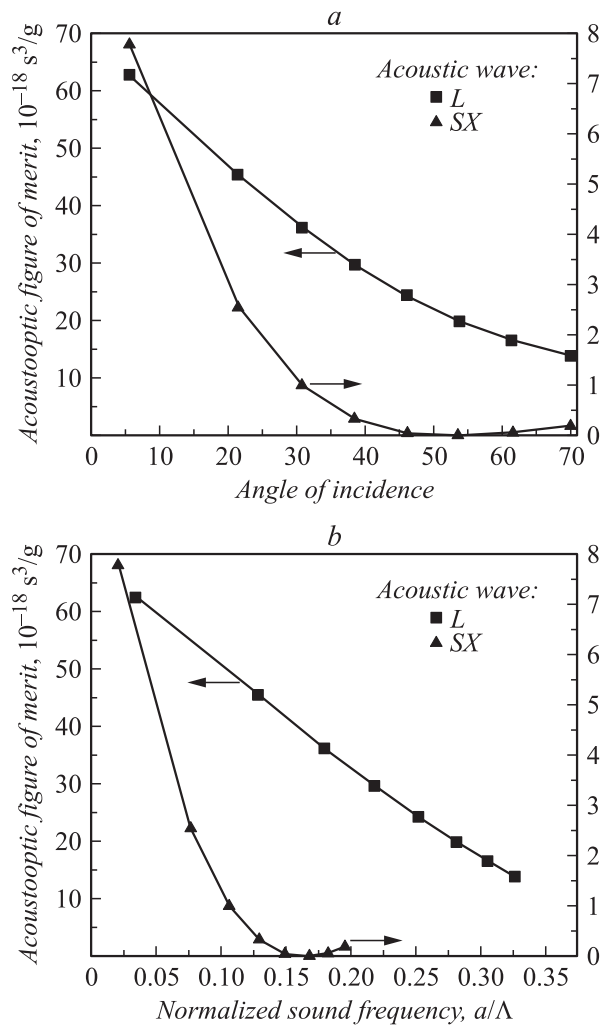
$$M_2 = \frac{4 \cos^2 \alpha \hat{f}(s_{11})}{v_g \hat{f}(\xi_{22})} \left( \hat{f}(\pi_{12}) \operatorname{tg} \alpha \left( \sin \alpha - \frac{K}{k_0} \right) - \hat{f}(\pi_{11} + \pi_{41}) \sin \alpha + \hat{f}(\pi_{11}) \left( \cos \alpha + \frac{K}{k_0} \right) \right)^2. \quad (10)$$

Для поперечных акустических волн с колебаниями частиц вдоль  $x$  (SX поляризации):

$$M_2 = \frac{4 \cos^2 \alpha \hat{f}(s_{44})}{v_g \hat{f}(\xi_{22})} \left( \hat{f}(\pi_{14}) \operatorname{tg} \alpha \left( \sin \alpha - \frac{K}{k_0} \right) - \hat{f}(\pi_{44} + \pi_{14}) \sin \alpha + \hat{f}(\pi_{14}) \left( \cos \alpha + \frac{K}{k_0} \right) \right)^2. \quad (11)$$

Для поперечных акустических волн с колебаниями частиц вдоль  $z$  (SZ поляризации)  $M_2 = 0$ . Здесь  $\hat{f}(\pi_{ij}) = f \pi_{ij}^{(1)} + (1 - f) \pi_{ij}^{(2)}$ , где  $f$  — коэффициент заполнения, верхний индекс (1) относится к материалу включений, а (2) — к материалу матрицы,  $\pi_{ij}$  — пьезооптические коэффициенты материалов,  $s_{ij}$  — компоненты тензора упругой податливости,  $v_g$  — групповая скорость акустической волны,  $\xi_{ij}$  определено формулой (4).

Для описания модельной структуры были рассчитаны зависимости коэффициента акустооптического качества от угла падения света и нормированной частоты ультразвука в широком интервале изменения  $\Omega$  (рис. 2). Частота оптической волны в наших расчетах составляла 0.3 от частоты, соответствующей границе зоны Бриллюэна (так, для периода решетки  $0.3 \mu\text{m}$  длина волны  $3 \mu\text{m}$ ). Как видно из рис. 2, более высокие значения коэффициента  $M_2$  получаются в данной структуре при взаимодействии с продольными волнами  $L$ , причем имеет место его значительная дисперсия. Последнее обстоятельство, не слишком существенное для устройств акустооптики, может играть важную роль при исследовании вынужденного рассеяния Манделъштама–Бриллюэна.



**Рис. 2.** Акустооптическое качество ФК системы кремний–плавленый кварц, коэффициент заполнения  $f = 0.5$ , для различных поляризаций акустических волн:  $a$  — зависимость от угла падения света на ФК,  $b$  — зависимость от нормированной частоты звука.

В пределе низких частот рассмотренная модельная композитная среда имеет значения показателя акустооптического качества, существенно более высокие, чем у составляющих ее материалов (для ФК  $M_2 = 69 \cdot 10^{-18} \text{ s}^3/\text{kg}$ , в то время как для Si  $M_2 = 27.5 \cdot 10^{-18} \text{ s}^3/\text{kg}$ , для  $\text{SiO}_2$   $M_2 = 1.5 \cdot 10^{-18} \text{ s}^3/\text{kg}$ ). Анализируя формулы (10) и (11), нетрудно найти, что таким свойством могут обладать композитные среды, у которых компонента с меньшей упругой податливостью обладает большим пьезооптическим коэффициентом. Таким образом, применение фотонных кристаллов открывает перспективы для создания материалов с высокими параметрами качества, возможно недостижимыми в однородных средах.

## Список литературы

- [1] *Hong K.S., Park H.C., Kim B.Y.* // Appl. Phys. Lett. 2008. V. 92. P. 031110.
- [2] *Krishnamurthy S., Santos P.V.* // J. Appl. Phys. 2004. V. 96. P. 4.
- [3] *Courjal N., Bernal M.-P., Ulliac G. et al.* // J. European Optical Society — Rapid Publications. 2009. V. 4. P. 09018.
- [4] *Балакшиев В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е.* Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985. 480 с.
- [5] *Пятакова З.А., Белокопытов Г.В.* // Вестник МГУ. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2009. № 3. С. 46.