

02;04;12

## Масс-сепарация ионов кольцевого плазменного потока

© В.М. Бардаков, Г.Н. Кичигин, Н.А. Строкин

Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск  
Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск  
Иркутский государственный технический университет, Иркутск  
E-mail: strokin85@inbox.ru

Поступило в Редакцию 28 сентября 2009 г.

Для осесимметричных плазмооптических сепараторов с электростатической фокусировкой ионов получены условия на перекрытие фокусных пятен для ионов разных масс. Показано, что большой разброс ионов по энергиям в плазменном потоке может послужить препятствием для панорамной сепарации ионов в единой фокусной плоскости, перпендикулярной оси исходного плазменного потока. Для такого потока предложен способ идеальной масс-сепарации для ионов изотопов трех масс  $M_2 < M_0 < M_1$ , когда ионы массами  $M_1$  и  $M_2$  оседают на внутреннем и внешнем цилиндрических сборниках, а ионы массой  $M_0$  собираются на торцевом кольцевом приемнике.

В работах [1–3] предложен новый перспективный метод плазмооптической масс-сепарации с электростатической фокусировкой ионов, названный авторами ПОМС-Е. Этот метод включает в себя следующее: получение квазинейтрального аксиально-симметричного потока плазмы с помощью плазменного ускорителя; транспортировку потока через азимутатор, в котором в поперечном радиальном магнитном поле ионы получают импульс в азимутальном направлении; прохождение потока через сепарирующий объем, где создается стационарное радиальное электрическое поле и который находится в области слабого продольного постоянного магнитного поля, замагничивающего электроны; соби́рание ионов на кольцевые приемники ионов, расположенные в расчетных по длине и радиусу сепарирующего объема положениях. Описанный в работах [1–3] режим идеальной фокусировки для ПОМС-Е позволяет ионам одинаковой массы, но вылетающим из азимутатора с разными радиальными скоростями, фокусироваться на определенном расстоянии по оси системы. Радиус колец, на которых происходит фокусировка, зависит от массы ионов. Такой режим возможен только

при моноэнергетичности всех ионов плазменного потока и при условии гармоничности колебаний ионов с разными начальными радиальными скоростями в радиальном направлении, что заведомо не выполняется для существующих в настоящее время плазменных ускорителей. В настоящей работе произведен учет уширения фокусных колец за счет ангармоничности (нелинейности) колебаний ионов с разными начальными радиальными скоростями, так и немоноэнергетичности ионов в плазменном потоке, и предложен метод сепарации ионов изотопов, открывающий возможность впервые практически реализовать плазмооптическую масс-сепарацию.

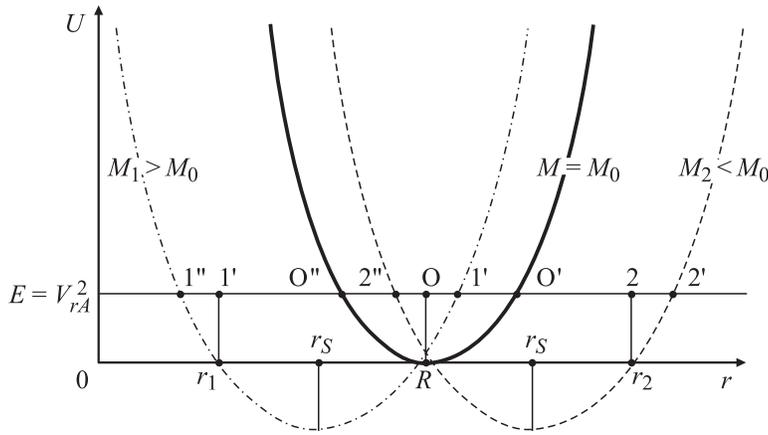
Рассмотрение движения сепарируемых ионов проводится в цилиндрической системе координат  $r, \varphi, Z$  в одночастичном приближении, когда поток ионов полностью скомпенсирован электронами.

В схеме ПОМС-Е кольцевой поток плазмы с ионами изотопов разных масс вначале пролетает вдоль оси  $Z$  через кольцевой зазор азимутатора со средним радиусом  $R$ , в котором по всей ширине  $\Delta$  щели азимутатора (вдоль оси  $Z$ ) существует радиальное магнитное поле  $B_r = \text{const} = B_R$ . При этом азимутальная скорость, приобретаемая ионом после прохождения азимутатора, определяется массой иона и равна  $V_{\varphi A} = \frac{eB_R\Delta}{cM}$  [2]. После выхода из азимутатора движение иона по радиусу будет происходить при сохранении момента  $D = MV_{\varphi}r = MV_{\varphi A}R = \frac{eB_RR\Delta}{c}$  под действием центробежной силы и силы со стороны радиального электрического поля  $E_r(r) = -E_0(R/r)$ , направленного к оси. По оси  $Z$  движение ионов будет происходить по инерции с постоянной скоростью  $V_{ZA}$ , равной скорости ионов на выходе азимутатора.

Движение иона по радиусу после азимутатора можно описать уравнением  $M\ddot{r} = \frac{MV_{\varphi}^2}{r} - eE_0\frac{R}{r}$ . Определим центральную массу  $M_0 = \frac{D^2}{eE_0R^3}$  как массу такого иона, который, вылетев из азимутатора с нулевой радиальной скоростью, будет всегда находиться на радиусе  $r = R$ . Тогда уравнение движения иона с произвольной массой  $M$  по радиусу будет таким:

$$\ddot{r} = \frac{D^2}{MM_0r^2R} \left( \frac{M_0R^2}{M} \frac{1}{r^2} - 1 \right). \quad (1)$$

Уравнение (1) можно записать и через потенциальную энергию  $U(r)$ :  $\ddot{r} = -\partial U/\partial r$ . Тогда из (1) следует, что  $\frac{1}{2}\dot{r}^2 + U(r) = E = \text{const}$ , где  $E$  — полная энергия иона — кинетическая плюс потенциальная. Потенциальную энергию вычислим, интегрируя уравнение (1). Постоянную



Потенциальные ямы для ионов трех масс.

интегрирования выбираем из того факта, что в момент вылета из азимутатора полная энергия  $E$  равна начальной кинетической энергии радиального движения  $E = \frac{V_r^2(R)}{2}$ , а  $U(r = R) = 0$ . Тогда

$$U(r) = \frac{D^2}{M_0^2 R^2} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{M_0}{M} \right)^2 \left( \frac{R^2}{r^2} - 1 \right) + \frac{M_0}{M} \ln \frac{r}{R} \right] = V_{\phi A 0}^2 G(r), \quad (2)$$

где  $V_{\phi A 0} = \frac{e B r \Delta}{c M_0}$ , а  $G(r) = \frac{1}{2} \left( \frac{M_0}{M} \right)^2 \left( \frac{R^2}{r^2} - 1 \right) + \frac{M_0}{M} \ln \frac{r}{R}$ .

Кривые потенциальной энергии для ионов трех масс  $M_2 < M_0 < M_1$  изображены на рисунке. Как следует из (2), минимум кривых потенциальной энергии достигается при  $r_s = R \sqrt{\frac{M_0}{M}}$ . Вторая производная  $d^2G/dr^2$  (при  $r = r_s$ )  $= 2/R^2$  не зависит от  $M$ . Поэтому при малом отличии  $M$  от  $M_0$  и при малой полной энергии  $E$  (вблизи дна) потенциальные ямы для ионов масс  $M$  и  $M_0$  можно считать по форме одинаковыми и параболическими. Для параболических ям период колебаний  $T$  частиц разных масс в ямах одинаков. Через время  $T/2$  независимо от того, с какой начальной радиальной скоростью произошел вылет иона из азимутатора, все ионы с массой  $M_0$  соберутся в точке 0 (см. рисунок), ионы с массой  $M_1$  — в точке 1, ионы с массой  $M_2$  — в точке 2. Если при этом ионы разных масс имеют одинаковую скорость  $V_{ZA}$ , то через половину периода они соберутся и на одном расстоянии  $Z_\phi = V_{ZA} T/2$  в фокусной плоскости.

Однако форма потенциальных ям  $G(r)$ , как видно из (2), далека от параболической. Введем переменную  $x = r/R$ . При малых отклонениях от дна ямы функция  $G(x)$  равна:

$$G(x) = -\frac{1}{4} \left( \frac{\delta M}{M_0} \right)^2 + (x - x_S)^2 - \frac{5}{3} \left( \frac{M}{M_0} \right)^{0.5} (x - x_S)^3 + \frac{9}{4} \frac{M}{M_0} (x - x_S)^4;$$

( $x_S = 1 + \frac{1}{2} \frac{\delta M}{M_0}$  — координата дна потенциальной ямы для иона массой  $M = M_0 - \delta M$ ). Уравнение колебаний при этом будет таким:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 (x - x_S) - \omega_0^2 \frac{5}{2} \left( \frac{M}{M_0} \right)^{0.5} (x - x_S)^2 + \frac{9}{2} \omega_0^2 \frac{M}{M_0} (x - x_S)^3 = 0, \quad (3)$$

где  $\omega_0^2 = \frac{2V_{\varphi A0}^2}{R^2}$ , а  $V_{\varphi A0}$  — азимутальная скорость иона центральной массы. Решение уравнения (3) в общем случае описывает ангармонические колебания. Мы, в первом приближении, запишем это решение, учитывая только первую, основную гармонику, отражающую зависимость частоты от амплитуды колебаний:

$$x = x_S + a \cos(\omega t + \varphi), \quad (4)$$

где  $a$  — амплитуда колебаний,  $\varphi$  — начальная фаза, а  $\omega = \omega_0 + \Delta\omega = \omega_0 \left( 1 - \frac{M}{M_0} \frac{11}{12} a^2 \right)$ .

Для моноэнергетического плазменного потока с энергией ионов  $W_0$  границы фокусных колец определяются ионами с максимальными амплитудами колебаний, т.е. с максимальными радиальными скоростями  $V_{r \max} = \alpha (M_0/M)^{1/2} V_0$ , где  $V_0 = (2W_0/M_0)^{1/2}$ , а  $\alpha$  — угол расходимости плазменного потока. Для иона центральной массы максимальная амплитуда колебаний будет равна  $a_0 = \frac{q}{\sqrt{2}} \frac{V_0}{V_{\varphi A0}}$ ; для иона массы  $M = M_0 - \delta M$  амплитуда определяется величиной  $a_1 = \frac{M_0}{M} \frac{\alpha}{\sqrt{2}}$ ,

если выполнено условие  $\frac{1}{2} \frac{M}{M_0} \frac{V_{\varphi A0}^2}{V_0^2} \frac{1}{\alpha^2} \left( \frac{\delta M}{M_0} \right)^2 \ll 1$ , которое означает, что максимальная полная энергия  $E_{\max} = V_{r \max}^2/2$  много больше величины приращения потенциальной энергии от дна потенциальной ямы до уровня  $U = 0$ . При противоположном условии можно показать, что перекрытия фокусных колец вообще нет. Учтем, что  $V_{\varphi A0}^2 = V_0^2/2$ . Именно при таком соотношении скорость вылета иона из азимутатора вдоль  $Z$ , равная  $V_{ZA} = V_0 \left( \frac{M}{M_0} \right)^{0.5} \sqrt{1 - \frac{V_0^2}{V_{\varphi A0}^2} \frac{M_0}{M}}$ , будет слабо изменяться

для ионов разных масс, находящихся вблизи  $M_0$ , так как в этом случае  $\partial V_{ZA}/\partial M(M = M_0) = 0$ . Тогда  $a_0 = \alpha$ ,  $a_1 = \frac{M_0}{M}\alpha$ . Для ионов обеих масс получаем одинаковые частоты колебаний  $\omega = \omega_0 + \Delta\omega = \omega_0(1 - \frac{11}{12}\alpha^2)$  и одинаковые периоды колебаний  $T = \frac{2\pi}{\omega} = T_0(1 + \frac{11}{12}\alpha^2)$ , где  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ .

Верхняя граница фокусного кольца для ионов центральной массы определяется величиной  $x_0$ , которая вычисляется по формуле (4) при  $t = T_0/2$  с такой начальной фазой, при которой в момент  $t = 0$  радиальная скорость иона положительна. Нижняя граница фокусного кольца для иона  $M = M_0 - \delta M$  определяется величиной  $x_1$ , которая также вычисляется в момент  $t = T_0/2$  по формуле (4) с такой начальной фазой, при которой в момент  $t = 0$  радиальная скорость иона отрицательна. Критерий отсутствия пересечений фокусных колец для рассматриваемых двух масс имеет вид  $x_0 < x_1$  и дает условие на угловую расходимость плазменного потока:

$$\alpha < \left(\frac{9}{11\pi}\right)^{1/3} \left(\frac{\delta M}{M_0}\right)^{1/3}, \quad (5)$$

которое является достаточно слабым. Например, при  $\frac{\delta M}{M_0} = \frac{1}{3}$  угол  $\alpha < 25^\circ$ .

Рассмотрим теперь уширение фокусных колец за счет немоноэнергетичности плазменного потока (в плазменном потоке присутствуют ионы с энергиями  $W < W_0$ ), а колебания ионов в потенциальных ямах будем считать гармоническими с периодом колебаний  $T_0$ . Ион центральной массы  $M_0$  с энергией  $W_0$  после азимутатора вылетает со скоростью  $V_{ZA0} = \sqrt{\frac{2E_0}{W_0} - V_{\phi A0}^2}$ . Фокусная плоскость расположена на расстоянии  $Z_\phi = T_0 V_{ZA0}/2$ . Ион с меньшей энергией  $W = W_0 - \Delta W$  при движении по координате  $Z$  достигает фокусной плоскости с задержкой по времени на  $\Delta t = \frac{T_0}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2\Delta W}{W_0}} - 1\right)$ , что и приводит к уширению фокусного кольца. Критерий отсутствия пересечений фокусных колец после необходимых вычислений дает условие:

$$\alpha < \frac{1}{4} \frac{\delta M}{M_0} \left[ 1 + \cos \pi \left( 1 / \sqrt{1 - \frac{2\Delta W}{W_0}} - 1 \right) \right] / \left[ \sin \pi \left( 1 / \sqrt{1 - \frac{2\Delta W}{W_0}} - 1 \right) \right]. \quad (6)$$

При  $\Delta W/W \rightarrow 3/8$  правая часть неравенства (6) стремится к нулю. Поэтому при условии  $\Delta W/W > 3/8$  сепарация ионов в плоскости  $Z_\phi$  становится невозможна. Для плазменных ускорителей это условие обычно реализуется. В этом случае можно для ПОМС-Е предложить новую схему приема сепарируемых ионов.

Из рисунка видно, что сбор частиц с массой  $M_1$  можно устраивать на цилиндрической поверхности радиуса  $r_1$  (точка 1), а прием частиц массы  $M_2$  на поверхности радиуса  $r_2$  (точка 2). Причем на цилиндрах радиусов  $r_1$  и  $r_2$  окажутся ионы массами  $M_1$  и  $M_2$  любой энергии. Радиусы  $r_1$  и  $r_2$  определяются уравнениями:  $G(M_2, r_2) = 0$ ;  $G(M_1, r_1) = 0$ . Примем для иона с центральной массой  $M_0 = (M_1 + M_2)/2$ ,  $\delta M = (M_1 - M_2)/2$ ,  $M_1 = M_0 + \delta M$ , а  $M_2 = M_0 - \delta M$ . При  $\delta M/M_0 \ll 1$  получим  $r_1 = R - R \frac{\delta M}{M_0}$ ,  $r_2 = R + R \frac{\delta M}{M_0}$ . Требование того, чтобы ионы  $M_0$  не пересекали при своем движении цилиндрические поверхности радиусами  $r_1$  и  $r_2$  дает условие  $\alpha \leq \sqrt{2} \xi \frac{\delta M}{M_0}$ , где  $\xi = V_X/V_0 < 1$ ,  $V_X$  — потоковая скорость ионов, причем  $V_X \geq V_{\phi AO}$ , иначе большая часть ионов не пройдет через азимутатор. Длина сепарирующего объема определится так:  $L_{Z \max} = \sqrt{V_0^2 - V_{\phi AO}^2} \frac{T_0}{2} = \sqrt{\frac{1-\xi^2}{\xi}} \frac{\pi}{\sqrt{2}} R$ .

Таким образом, в новой схеме, которую можно назвать ПОМС-Е-3, получаем идеальную масс-сепарацию для ионов изотопов трех масс  $M_0$ ,  $M_1$ ,  $M_2$ . Ионы массами  $M_1$  и  $M_2$  оседают на цилиндрах радиусами  $r_1$  и  $r_2$  и длиной  $L_{Z \max}$ , а ионы массой  $M_0$  собираются на торцевом кольцевом приемнике, расположенном на расстоянии  $L_{Z \max}$  между цилиндрами радиусами  $r_1$  и  $r_2$ .

Работа выполнена в рамках проекта № 4222 аналитической ведомственной целевой программы „Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2020 годы)“.

## Список литературы

- [1] Морозов А.И., Семашко Н.Н. // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. В. 24. С. 63–66.
- [2] Морозов А.И., Савельев В.В. // Физика плазмы. 2005. Т. 31. № 5. С. 458–465.
- [3] Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. М.: Физматлит, 2008. 616 с.