

01;05.4

Фазовый квантовый бит (кубит) на сверхпроводящем одноконтантном интерферометре

© И.Н. Аскерзаде, Ш. Амрахов (Sh. Emrah)

Department of Computer Engineering, Engineering Faculty
of Ankara University, Aziz Kansu Building Tandogan Kampus,
06100, Tandogan, Ankara, Turkey
Институт физики НАН Азербайджана, Баку
E-mail: iasker@science.ankara.edu.tr, solstphs@physics.ab.az

Поступило в Редакцию 26 июня 2009 г.

Исследуется энергетический спектр фазового квантового бита (кубита) на сверхпроводящем интерферометре с джозефсоновским переходом в рамках гамильтонового формализма. Получена аналитическая формула для расщепления основного уровня в энергетическом спектре кубита и проведен соответствующий анализ.

В последнее время объектами интенсивных теоретических и экспериментальных исследований стали квантовые биты (кубиты) на джозефсоновских переходах [1–3]. Основой применения джозефсоновских систем в кубитах являются „вторичные“ квантовые эффекты, реализуемые в макроскопических размерах. Макроскопические квантовые эффекты на джозефсоновских переходах, предсказанные Леггетом в работе [4], экспериментально были обнаружены в работе [5]. Возрастание квантовых флуктуаций при низких температурах приводит к эффекту кулоновской блокады в джозефсоновских переходах малых размеров [6,7]. Такие малые джозефсоновские переходы являются основой при создании „зарядовых“ квантовых кубитов [8,9]. Исследование

фазового кубита на одиночном переходе проведено в работе [1,10]. Динамические свойства малых джозефсоновских переходов и пары Гото на их основе исследовались в статьях [11,12]. Целью данной статьи является изучение энергетического спектра фазового кубита на сверхпроводящем интерферометре с одним джозефсоновским переходом.

Поведение кубитов анализируется в гамильтоновом формализме, т.е. общий вид гамильтониана для цепи, содержащей разные виды кубитов, таков:

$$H = \sum (K(n_j) + U(\phi_j)), \quad (1)$$

где кинетическая энергия $K(n_j)$ связана с электростатической энергией, а потенциальная энергия определяется джозефсоновской энергией $U(\phi) = -E_J \cos \phi$ и энергией магнитного поля в индуктивности цепи [7]. В последнем выражении E_J определяется как $E_J = \frac{\hbar I_c}{2e}$, где I_c — критический ток джозефсоновского перехода. В гамильтоновом формализме количество куперовских пар n и джозефсоновская фаза ϕ являются сопряженными операторами и связаны как

$$n = -i \frac{\partial}{\partial \phi}. \quad (2)$$

При рассмотрении кубита на основе одноконтактного интерферометра (рис. 1, а) [7] гамильтониан приобретает более конкретный вид

$$H = E_C n^2 - E_J \cos \phi + E_J \frac{(\phi - \phi_e)^2}{2l}, \quad (3)$$

где введены следующие обозначения: кулоновская энергия $E_C = \frac{(2e)^2}{2C}$, $E_J \frac{(\phi - \phi_e)^2}{2l}$ — энергия магнитного поля, накопленная в сверхпроводящем кольце, $l = \frac{2\pi I_c}{\Phi_0}$ — нормированная индуктивность сверхпроводящего кольца, C — электрическая емкость конденсатора. Энергетический потенциал $U(\phi)$ фазового кубита при $\phi_e = \pi$, т.е. при $\Phi_e = \Phi_0/2$ имеет „двухямный“ вид (рис. 1, б). В таком потенциале энергетические уровни в каждой отдельно взятой яме идентичны друг другу при пренебрежении квантовым туннелированием между ними и основное состояние является двукратно вырожденным. При учете туннелирования между ямами двукратно вырожденное основное состояние расщепляется и формирует реальную двухуровневую систему, что является очень важным для кубита. Значения расщепленного основного энергетического

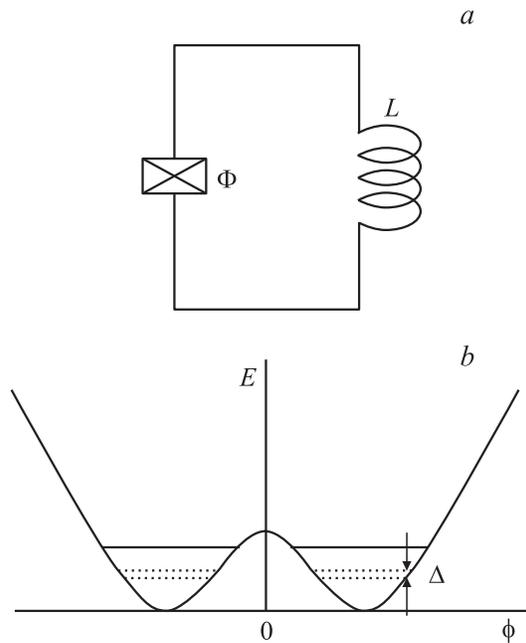


Рис. 1. Одноквантовый сверхпроводящий интерферометр как фазовый кубит (а); „Двухъямный“ симметричный потенциал для фазового кубита (b).

уровня $E = E_0 \pm \Delta E$ такой квантово-механической системы образуют базис для рассматриваемого кубита. Расстояние между этими уровнями определяется величиной туннелирования и намного меньше, чем расстояние между энергетическими уровнями в „одноямном“ потенциале. Потенциальную энергию $U(\phi)$ в выражении (3) при малой амплитуде туннелирования можно аппроксимировать формулой

$$U(\phi) = -E_J \cos \phi + E_L \frac{(\phi - \phi_e)^2}{2} \approx E_L \left(-\frac{\varepsilon \tilde{\phi}^2}{2} - g \tilde{\phi} + \frac{1 + \varepsilon}{24} \tilde{\phi}^4 \right), \quad (4)$$

где $\tilde{\phi} = \phi - \pi$, $g = \phi_0 - \pi$, $\varepsilon = E_J/E_L - 1 \ll 1$. Последний параметр определяет высоту туннельного барьера.

Вычислим расщепление ΔE основного состояния в случае потенциала одноконтактного интерферометра (3). В приближении малой

индуктивности интерферометра джозефсоновская энергия — $E_J \cos \phi$ служит возмущением к нулевому уравнению Шредингера

$$\left[\frac{Q^2}{2C} + E_J \frac{\phi^2}{2I} \right] \Psi = E_n \Psi. \quad (5)$$

Как известно, уравнение (5) совпадает с уравнением квантово-механического осциллятора с частотой $\omega = 1/\sqrt{LC}$ и имеет следующий спектр:

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (6)$$

Расщепление пропорционально к E_J и определяется как поправка к энергетическому спектру (6) в первом порядке теории возмущений, что представляется выражением

$$\Delta E_n = E_J \left(1 - \cos \phi_e \exp\left(-\frac{\pi^2 \hbar \omega L}{\Phi_0^2}\right) L_n\left(\frac{\pi^2 \hbar \omega L}{\Phi_0^2}\right) \right), \quad (7)$$

где $L_n(x)$ — полиномы Лагерра порядка n . Поскольку в случае фазового кубита нас интересует поправка к основному уровню осциллятора ($n = 0, L_0 = 1$), окончательно имеем:

$$E = E_0 \pm \Delta E = \frac{\hbar\omega_0}{2} \pm E_J \left(1 - \cos \phi_e \exp\left(-\frac{L}{L_F}\right) \right), \quad (8)$$

где $L_F = \left(\frac{\Phi}{\pi}\right)^2 \frac{1}{\hbar\omega}$ — квантовая флуктуационная индуктивность, введенная в [13].

Результаты анализа представлены на рис. 2. Как следует из этого рисунка, расщепление основного уровня ΔE определяется величиной L/L_F , а также параметром $\cos \phi_e$, определяемым внешним магнитным полем. При очень больших индуктивностях $L/L_F \gg 1$ сверхпроводящий ток подавляется квантовыми флуктуациями и величина расщепления слабо зависит от индуктивности кольца. Значение ΔE также определяется приложенным к интерферометру магнитным полем. При $\phi = 0$ ΔE является наименьшей и с возрастанием ϕ_e увеличивается при фиксированной геометрии сверхпроводящего интерферометра. Эффект изменения ΔE при изменении внешнего магнитного поля также отражен на рис. 2. Выражение (8) имеет важное значение с точки зрения чувствительности ΔE к разным физическим параметрам для возможности их

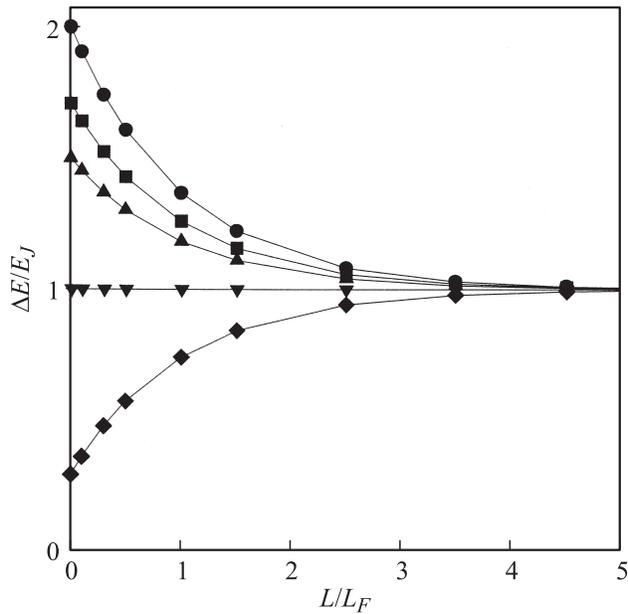


Рис. 2. Зависимость расщепления основного состояния фазового кубита от индуктивности интерферометра. Внешний магнитный поток ϕ_e принимает значение, равное $\pi/4$, $\pi/2$, $2\pi/3$, $3\pi/4$, π соответственно снизу вверх.

контроля. Эти параметры важны для определения области возможного применения одноконтактного квантового кубита, а также для решения проблем снятия информации с кубита и его когерентности [1,14]. Значение величины изменения ΔE входит непосредственно в выражение гамильтониана, контролирующего эволюцию состояния кубита. Это позволяет создавать кубиты, специализированные на выполнение той или иной логической операции при приложении к кубиту импульса магнитного потока фиксированной длительности.

В случае интерферометра с большой индуктивностью джозефсоновский потенциал в выражении (3) становится преобладающим и в этом приближении реализуется „зарядовый“ кубит. Энергетический спектр „зарядового“ кубита хорошо описывается в терминах квази-заряда и подробно описан в работах [1,5]. В конце также полезно

провести некоторые оценки, связанные с экспериментальной ситуацией реализации таких кубитов. Для наблюдения реальных макроскопических квантовых эффектов емкость джозефсоновских переходов должна быть на уровне $C \approx 50fF/\mu\text{m}^2$ с площадью $A \approx 0.1\mu\text{m}^2$ [14]. Другим важным ограничением является низкая рабочая температура для проявления макроскопических эффектов [7]. При использовании традиционной технологии на основе низкотемпературного сверхпроводника Nb [7,14] фазовый одноконтakтный кубит экспериментально реализуем.

Таким образом, в данной работе получена аналитическая формула для энергетического спектра фазового кубита на сверхпроводящем интерферометре с джозефсоновским переходом. Представлены результаты вычисления расщепления энергии ΔE и влияния параметров системы на его величину. Показано, что, меняя размеры джозефсоновских переходов и подбирая отношение E_J/E_C , а также изменяя величины индуктивности сверхпроводящего кольца L , можно управлять изменением величины ΔE . Изучено также влияние приложенного магнитного поля на величину расщепления ΔE .

Список литературы

- [1] *Vendin G., Shumeiko V.S.* // ФНТ. 2007. Т. 33. С. 957–981.
- [2] *Pashkin Yu.A., Astafiev O., Yakamoto T., Nakamura Y., Tsai J.S.* // Quantum Inf. Process. 2009. V. 8. P. 55.
- [3] *Валиев К.А.* // УФН. 2005. Т. 175. В. 1. С. 1–39.
- [4] *Legget A.J., Carg A.* // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 837.
- [5] *Nakamura Y., Pashkin Yu.A., Tsai J.S.* // Nature. 1999. V. 398. P. 786.
- [6] *Аверин Д.В., Лухарев К.К., Зорин А.Б.* // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 692.
- [7] *Лухарев К.К.* // Введение в динамику джозефсоновских переходов. М.: Наука, 1985.
- [8] *Snirman A.J., Shön G., Hermon Z.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. P. 2372.
- [9] *Zorin A.B.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. P. 4408.
- [10] *Martinis J., Nam S., Aumentado J., Urbina C.* // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. P. 117901.
- [11] *Аскерзаде И.Н., Samet R.* // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34. В. 17. С. 26.
- [12] *Аскерзаде И.Н.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. В. 11. С. 140.
- [13] *Аскерзаде И.Н.* // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. В. 16. С. 8.
- [14] *Martini J.M.* // Quantum Inf. Process. 2009. V. 8. P. 81.