

Двойная структура волн пластической релаксации при нагружении кристаллов интенсивным ударом

© Г.А. Малыгин¹, С.Л. Огарков², А.В. Андрияш²

¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

² Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия

E-mail: malygin.ga@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 23 апреля 2013 г.)

На основе дислокационно-кинетических уравнений и соотношений теоретически рассматривается механизм возникновения двойной структуры волн пластической релаксации при напряжениях в ударной волне $\sigma > 1$ GPa (скоростях пластической деформации $\dot{\epsilon} > 10^6$ s⁻¹). Показано, что при интенсивном ударе в кристалле возникают две волны пластической релаксации. Вначале формируется первая волна (по традиционной терминологии — упругий предвестник), связанная с генерацией геометрически необходимых (ГН) дислокаций на границе сжатой и еще не сжатой частей кристалла. Затем образуется вторая волна, связанная с размножением дислокаций на ГН-дислокациях первой волны как на дислокациях леса. В результате решения релаксационных уравнений определены зависимости напряжений от скорости пластической деформации: $\sigma \sim \dot{\epsilon}^{1/4}$ в первой волне и $\sigma \sim \dot{\epsilon}^{2/5}$ во второй, а также зависимости напряжений от толщины мишени D : $\sigma \sim D^{-1/3}$ и $\sigma \sim D^{-2/3}$ соответственно. Найденные соотношения подтверждаются имеющимися в литературе экспериментальными данными.

1. Введение

Традиционно полагают, что при нагружении кристалла интенсивным ударом в нем возникают две волны: волна упругого сжатия кристалла — так называемый упругий предвестник (УП) — и следующая за ним волна пластической релаксации. Давление, при котором возникает вторая волна и, согласно традиционной точке зрения, начинается пластическая деформация, называется пределом упругости Гюгонио (ПУГ).

В последнее время появились теоретические [1–9] и экспериментальные [10] исследования, ставящие под сомнение чисто упругий характер УП и существование ПУГ. Эти исследования основываются не на макроскопических феноменологических и эмпирических соотношениях, а на микроскопических, дислокационно-кинетических уравнениях и соотношениях [5–7] и на компьютерном моделировании процесса образования пластических волн методами динамики дискретных дислокаций (ДДД) [2–4] и молекулярно-динамического моделирования [8,9]. Так, в [2] при моделировании процесса формирования ударной волны методом ДДД найдено, что ударная волна состоит из двух областей: из узкой области зарождения дислокационных петель на фронте волны и широкой области размножения дислокаций за ее фронтом. В [1] сделан расчет зависимости плотности генерируемых на фронте волны дислокаций ρ_G от давления в волне P , а в [6] показано, что при $P < 0.1E$ (где E — модуль Юнга) эта зависимость имеет степенной характер, $\rho_G \sim P^3$. Согласно [1], такая сильная зависимость плотности дислокаций от давления обусловлена несовместностью упругих деформаций ϵ_G на фронте ударной волны и кооперативным характером

взаимодействия генерируемых на фронте геометрически необходимых (ГН) дислокаций.

В [7] с учетом указанных обстоятельств и линейной зависимости скорости дислокаций от напряжения при вязком механизме их движения сформулировано нелинейное уравнение релаксации напряжений на фронте ударной волны. Решение этого уравнения позволило найти зависимость параметров фронта (времени его образования и ширины фронта) от давления и скорости ударной деформации $\dot{\epsilon}_G$. Найденные зависимости хорошо согласуются с результатами экспериментов с образцами А1 [10–12]. Важным результатом решения релаксационного уравнения является теоретическое (физическое) обоснование степенной зависимости скорости пластической деформации $\dot{\epsilon}_{pl}$ на фронте ударной волны (по традиционной терминологии — ее упругом предвестнике) от давления: $\dot{\epsilon}_{pl} \sim P^4$, известной ранее как эмпирическое соотношение Свигла–Греди (СГ) [12,13]. Полученные результаты подтверждают предположение [14,15] о возникновении на фронте ударной волны ГН-дислокаций вследствие несовместности упругих деформаций $\epsilon_G = \ln(V_0/V)$ сжатой и не претерпевшей еще сжатия частей кристалла, где V и V_0 — соответствующие удельные объемы.

Из приведенных выше результатов следует, что упругий предвестник на самом деле является пластической волной, перемещающейся по кристаллу с продольной скоростью звука. С микроскопической (дислокационной) точки зрения, следовательно, нет необходимости вводить такое феноменологическое и условное понятие, как предел упругости Гюгонио. Следующая за УП, т.е. за фронтом ударной волны, область размножения и

аннигиляции дислокаций является не началом, а продолжением пластической деформации нагружаемого ударом кристалла в виде следующего за ударным фронтом его дислокационного „инверсионного следа“ [7], в результате чего ударная волна приобретает двойную структуру.

Целью настоящей работы является анализ дислокационных процессов, протекающих в „инверсионном следе“. Предварительные результаты этого анализа приведены в [7]. В настоящей работе этот анализ продолжен и уточнен с целью установления механизма возникновения двойной структуры ударных волн и нахождения связанных с ними закономерностей.

2. Основные соотношения

Прежде чем приступить к решению поставленной задачи, приведем необходимые для этого соотношения поскольку генерируемые на фронте ударной волны ГН-дислокации существенно влияют на процесс размножения дислокаций и релаксацию напряжений за ударным фронтом [7].

Согласно [1], плотность ГН-дислокаций ρ_G , генерируемых на фронте волны, зависит от отношения удельных объемов сжатой и не подвергнутой сжатию частей кристалла¹ следующим образом:

$$\rho_G = \rho_{G0} \left[1 - \left(\frac{V}{V_0} \right)^{1/3} \right]^3, \quad \rho_{G0} = \frac{\pi^2}{0.8\sqrt{2}(1-\nu)b^2}. \quad (1a)$$

Зависимость ρ_G от давления P определяется адиабатой Гюгонио [1,6]

$$\frac{V}{V_0} = 1 - \frac{1}{S} \left\{ 1 + \frac{P_0}{2SP} - \left[\left(1 + \frac{P_0}{2SP} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} \right\}, \quad (1b)$$

где b — вектор Бюргерса, $P_0 = C_0^2/V_0 \approx E$, C_0 — скорость продольного звука, S — коэффициент адиабатичности. Из (1b) следует, что при $P \ll P_0$ удельный объем линейно изменяется с давлением: $V/V_0 \approx 1 - P/P_0$. Подставляя эту оценку в соотношение (1a), находим зависимость плотности ГН-дислокаций от давления и несовместности деформаций ε_G при относительно малых их значениях ($P/P_0 = \varepsilon_G < 0.1$) [6,7]

$$\frac{\rho_G}{\rho_{G0}} \approx \frac{1}{3^3} \left(\frac{P}{P_0} \right)^3 \approx \left(\frac{\varepsilon_G}{3} \right)^3. \quad (2)$$

На рис. 1, *a* кривые 1 и 1' демонстрируют зависимость плотности дислокаций ρ_G от давления в кристаллах Cu согласно уравнениям (1) и (2) при указанных в таблице параметрах. Светлыми ромбиками на рисунке обозначены результаты расчета плотности дислокаций в кристаллах меди методом дискретных дислокаций [3]. Видно, что результаты расчета [1] и ДДД-моделирования [3] согласуются друг с другом при давлениях $P < 10$ GPa, но

¹ В [1,6,7] второе соотношение (1a) содержало опечатку, приводим исправленный вариант этого соотношения.

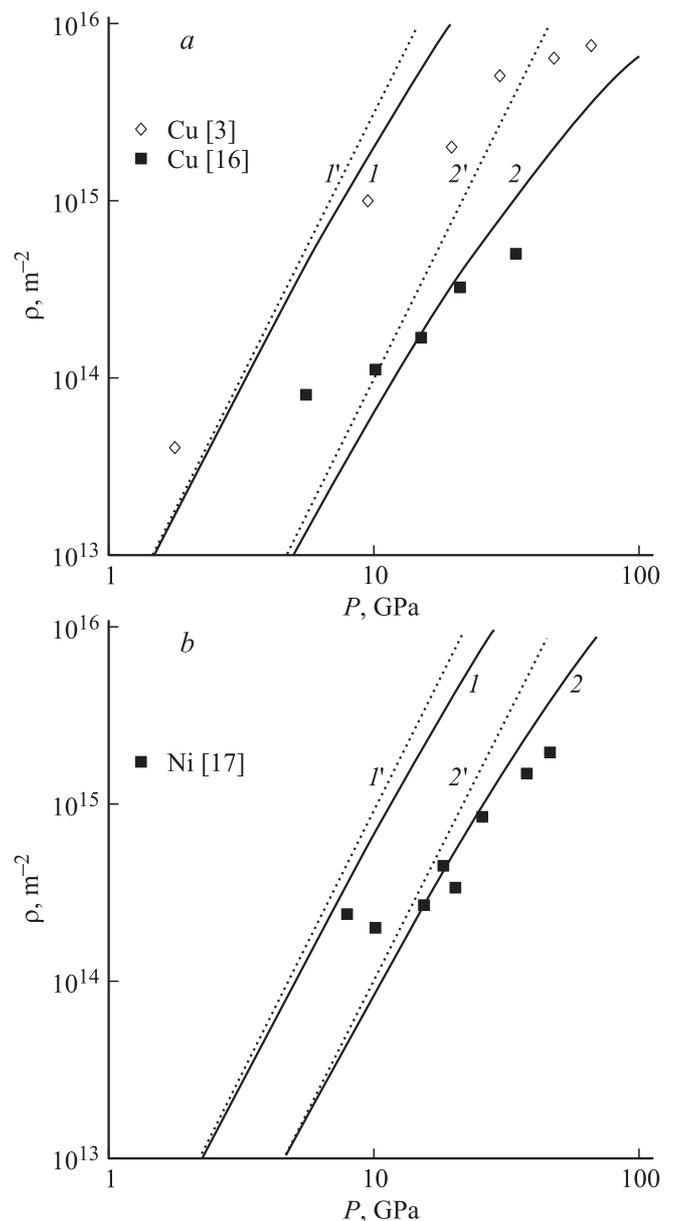


Рис. 1. Зависимость плотности дислокаций от давления в ударной волне в кристаллах меди [16] (*a*) и никеля [17] (*b*) (квадраты). Кривые — результаты расчета плотности дислокаций согласно уравнениям (1) и (2) при указанных в таблице параметрах, ромбики — результат моделирования дислокационной структуры ударной волны методом дискретных дислокаций [3].

дают величину плотности дислокаций на порядок более высокую, чем эксперимент [16] (квадраты). Аналогичная ситуация имеет место и в кристаллах Ni (рис. 1, *b*).

Чем обусловлена такая большая разница между теоретическими расчетами плотности дислокаций [1,3] и экспериментом? Поскольку расчеты [1] и [3] дают близкие результаты, причина расхождения между теорией и экспериментом может быть связана с приведенными на рис. 1 данными [16,17]. Дело в том, что эксперименталь-

Коэффициенты и параметры, используемые при расчете кривых на рис. 1–8

Кристалл	S	E , GPa	C_0 , $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$	χ	$B \cdot 10^4$, Pa·s	$K_1 \cdot 10^{-12}$, s^{-1}	$\beta_1 \cdot 10^3$	$K_2 \cdot 10^{-10}$, s^{-1}	b , nm
Cu	1.49	128	3.4	3.2	1.5	1.07	1.2	1.0	0.26
Ni	1.2	200	—	2.1	—	—	—	—	0.25
Al	1.33	72	6.5	2.5	9.0	0.22	2.6	1.8	0.28

ные значения давлений на этом рисунке в отличие от соотношений (1) и (2) относятся не к величине объемного сжатия кристалла $P = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$, а к измеряемой экспериментально одной его составляющей σ_z . При одноосном сжатии кристалла в направлении оси z напряжение σ_z связано с давлением P соотношением [18],

$$\sigma_z = \chi P, \quad \chi = \frac{3(1-\nu)}{1+\nu}. \quad (3a)$$

Для касательного напряжения в волне имеем соответственно соотношение

$$\tau = m \frac{1-2\nu}{1-\nu} \sigma_z, \quad (3b)$$

где ν — коэффициент Пуассона, m — ориентационный фактор Шмида. Подставляя в уравнение (2) $P_0 = E$ и $P = \sigma_z/\chi$, получаем вместо (2) зависимость плотности ГН-дислокаций от измеряемого экспериментально давления σ_z

$$\frac{\rho_G}{\rho_{G0}} \approx \frac{1}{3^3 \chi^3} \left(\frac{\sigma_z}{E} \right)^3. \quad (4)$$

Из (3a) при $\nu = 0.34$ следует, что $\chi \approx 1.48$. В координатах $\lg \rho_G - \lg P$ при идентификации $\sigma_z \equiv P$ кривые 1' на рис. 1, a, b смещаются по оси $\lg \rho_G$ на величину $\lg \chi^3 \approx 0.51$, что, как видно из рисунков, недостаточно для полного согласования теоретических и экспериментальных результатов.

В случае кристаллов Cu ($E = 128$ GPa) для этого требуется величина корректирующего множителя $\chi = 3.2$, а для кристаллов Ni ($E = 200$ GPa) — $\chi = 2.1$. На рис. 1, a, b кривые 2 и 2' построены с учетом этого обстоятельства. Дополнительными источниками расхождения между теорией и экспериментом могут быть адиабатический разогрев кристалла и частичное снижение вследствие этого измеряемой после удара плотности дислокаций, а также сильная зависимость плотности образующихся при ударе дислокаций от ориентации кристалла относительно направления удара [19]. Кроме того, в [1] при выводе соотношений (1a) предполагалось, что в меди критическое напряжение для гомогенного зарождения сдвига составляет $0.04G$, где G — модуль сдвига. Согласно результатам недавних расчетов [20], в Cu и Ni это напряжение вдвое выше. Следовательно, в знаменателе формулы для ρ_{G0} вместо численного коэффициента 0.8 должно стоять вдвое большее его значение. Далее при анализе экспериментальных данных будем пользоваться соотношением (4) с учетом эффективных значений подгоночных коэффициентов χ (см. таблицу).

3. Релаксация напряжений на ударном фронте

Уравнение пластической релаксации напряжений $\sigma = \sigma_z$ на фронте плоской ударной волны имеет вид

$$\frac{d\sigma}{dt} = (K_0 \dot{\epsilon}_G - 2G \dot{\epsilon}_{pl}), \quad (5)$$

где t — время, $K_0 = E/3(1-2\nu) \approx E$ — объемный модуль сжатия, $G = E/2(1+\nu)$ — модуль сдвига, $\dot{\epsilon}_G = \dot{V}/V_0$ — скорость сжатия кристалла, $\dot{\epsilon}_{pl} = mb\rho_G u$ — скорость пластической деформации, $u = (b/B)\tau$ — скорость дислокаций, B — постоянная вязкого торможения дислокаций. Решение уравнения (5) при $\sigma < 0.1E$, $\rho_G \sim \sigma^3$ и $u \sim \sigma$ получено в [7] в неявном виде. В движущейся системе координат $Z = U_1 t - z$ оно имеет вид

$$t = \frac{z + z_1}{U_1} + t_1 F_1(\sigma), \quad F_1(\sigma) = \int_0^{\sigma/\sigma_1} \frac{ds}{1-s^4}, \quad (6a)$$

где z_1 — постоянная интегрирования, $\eta = (1+\nu)^{-1}$, $U_1 \approx C_0$ — скорость распространения ударного фронта, а

$$\sigma_1 = E \left(\frac{\dot{\epsilon}_G}{\eta K_1} \right)^{1/4}, \quad t_1 = \frac{1}{K_1 \eta^{1/4}} \left(\frac{K_1}{\dot{\epsilon}_G} \right)^{3/4}, \quad w_1 = U_1 t_1 \quad (6b)$$

— соответственно максимальное напряжение в волне, время образования и ширина ударного фронта,

$$K_1 = \beta_1 \left(\frac{E}{B} \right), \quad \beta_1 = m^2 \left(\frac{1-2\nu}{1-\nu} \right) \frac{b^2 \rho_{G0}}{3^3 \chi^3} \approx 10^{-3}. \quad (6c)$$

При разумном значении $B = 1.5 \cdot 10^{-4}$ Pa·s оценка коэффициента K_1 для меди согласуется с приведенным в таблице его экспериментальным значением [6,7] и оценкой коэффициента β_1 согласно соотношениям (6c). Индексы 1 у параметров ударного фронта означают, что они принадлежат первой пластической волне („упругому предвестнику“) при двухволновом характере ударной волны. В качестве иллюстрации на рис. 2 приведены зависимости напряжения на ударном фронте σ_1 от скорости деформации $\dot{\epsilon}_G$ для Al [10–12]. Прямая 2 на этом рисунке построена в соответствии с законом СГ (6b) при указанных в таблице параметрах для алюминия.

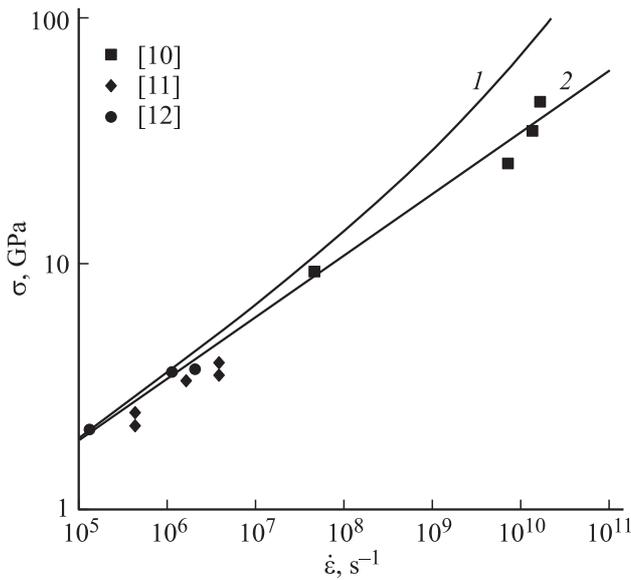


Рис. 2. Зависимость давления на фронте ударной волны σ от скорости пластической деформации $\dot{\epsilon}$ в кристаллах алюминия [10–12]. 1 — расчет согласно уравнению (5), 2 — согласно соотношению СГ (6b).

Кривая 1 на рис. 2 — результат расчета напряжения σ_1 согласно уравнению (5) с учетом полной зависимости плотности дислокаций от напряжения (1).

4. Распределение дислокаций за фронтом ударной волны

Анализ механизма образования дислокационных структур в кристаллах при квазистатических условиях деформирования базировался на модельных уравнениях вида [21,22]

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = (1 - \xi)\lambda_D u \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + (1 - \beta_{im}) \frac{u}{\lambda_m} \rho + \delta_f u \rho^{3/2} - h_a u \rho^2, \quad (7)$$

где $\rho(x, t)$ — зависящая от координаты x и времени t плотность дислокаций, u — их скорость, λ_D — характерная длина диффузии винтовых участков дислокационных петель поперечным скольжением, λ_m и $1/\delta_f \rho^{1/2}$ — длина пробега дислокаций между актами их размножения на препятствиях недеформационного и деформационного (лес дислокаций ρ) происхождения соответственно; $\delta_f \approx 10^{-2}$ — коэффициент, определяющий интенсивность последнего процесса, h_a — характерное расстояние аннигиляции винтовых участков дислокационных петель поперечным скольжением, ξ — коэффициент инверсии ($\xi > 1$) диффузионного потока дислокаций (возникновения пространственной неустойчивости Тьюринга), β_{im} — коэффициент иммобилизации дислокаций при размножении дислокаций на препятствиях недеформационного происхождения [22].

Как следует из данных [1,16,17], плотность дислокаций и размеры дислокационных ячеек после прохождения по кристаллу ударной волны умеренной интенсивности ($P < 30$ GPa) не отличаются существенно от этих характеристик при квазистатических условиях деформирования. Это дает основание для использования уравнения (7) и для анализа процесса формирования дислокационной структуры в условиях ударного нагружения кристалла с учетом рассмотренных в разделах 2 и 3 особенностей этого нагружения.

В настоящей работе мы проанализируем решение уравнения (7), пренебрегая неоднородным (ячеистым) распределением дислокаций за фронтом ударной волны [1,16,17], т. е. в условиях, когда коэффициенты ξ и β_{im} в этом уравнении меньше единицы или равны нулю. Формирование ячеистой дислокационной структуры и анализ зависимости ее параметров от давления при условиях $\xi > 1$ и $\beta_{im} > 1$ будет предметом отдельной публикации.

Согласно [23], при $\xi = 0, \beta_{im} = 0$ уравнение (1) имеет частное решение в виде бегущей со скоростью U_m волны плотности дислокаций с шириной и временем образования фронта волны w_m и t_m соответственно и максимальной плотностью дислокаций в волне ρ_m :

$$\rho(z, t) = \frac{\rho_m}{\left[1 + C \exp\left(\frac{z - U_m t}{w_m}\right)\right]^2}, \quad (8a)$$

где

$$U_m = \frac{h(a)}{q(a)} \left(\frac{\lambda_D}{bk_a}\right)^{1/2} \delta_f u, \quad w_m = \frac{(\lambda_D bk_a)^{1/2}}{\delta_f q(a)},$$

$$t_m = \frac{w_m}{U_m} = \frac{bk_a}{\delta_f^2 u h(a)}, \quad \rho_m = \left(\frac{\delta_f}{bk_a f(a)}\right)^2, \quad (8b)$$

$$h(a) = \frac{2a}{3} \left(\frac{1}{(1+4a)^{1/2} - 1} + \frac{5}{4}\right),$$

$$q(a) = \left[\frac{a}{6} \left(\frac{2}{(1+4a)^{1/2} - 1} + 1\right)\right]^{1/2},$$

$$f(a) = \frac{1}{2a} [(1+4a)^{1/2} - 1], \quad a = \frac{bk_a}{\lambda_m \delta_f^2}, \quad (8c)$$

$C = 1$ — постоянная интегрирования [7], $k_a = h_a/b$ — коэффициент аннигиляции дислокаций. Распределение дислокаций за ударным фронтом зависит от плотности генерируемых на фронте ГН-дислокаций, поскольку от нее зависят коэффициенты уравнения (7). Так, длина пробега дислокаций между актами их размножения на ГН-дислокациях как на дислокациях леса описывается соотношением $\lambda_m = (\delta_f \rho_G^{1/2})^{-1}$. Можно полагать, что и характерное расстояние диффузии дислокаций в уравнении (7) также определяется плотностью этих дислокаций: $\lambda_D = \rho_G^{-1/2}$. В результате для комбинации параметров a имеем соотношение $a = \delta_f^{-1} b \rho_G^{1/2} k_a$. Кривые на рис. 3 демонстрируют результаты расчета зависимости

плотности дислокаций от времени t в кристаллах Ni согласно уравнениям (8) с ростом величины давления.

Оценки показывают, что в кристаллах меди и никеля при $\delta_f = 10^{-2}$, $b = 0.25-0.26$ nm, $k_a = 4$ [20] и варьировании плотности ГН-дислокаций в интервале $10^{12}-10^{16}$ m⁻² (в интервале давлений $\sigma_z = 1-100$ GPa) параметр a изменяется в пределах 0.1–10. В случае малых ($a \ll 1$) значений этого параметра получаем следующие оценки коэффициентов (8с): $h \approx 1/3$, $q \approx 1/\sqrt{6}$, $f \approx 1$, а в случае больших ($a \gg 1$) — $h \approx 5a/6$, $q \approx (a/6)^{1/2}$, $f \approx 1/a^{1/2}$. Подставляя эти данные в соотношения (8b), имеем следующие оценки параметров волны (8а):

в первом случае

$$U_m \approx \delta_f (2\lambda_D / 3bk_a)^{1/2} u, \quad w_m \approx \delta_f^{-1} (6b\lambda_D k_a)^{1/2},$$

$$t_m \approx 3\delta_f^{-2} bk_a / u, \quad \rho_m \approx (\delta_f / bk_a)^2, \quad (9a)$$

во втором

$$U_m \approx 5(\delta_f / 6)^{1/2} u, \quad w_m \approx (6\lambda_D \lambda_m)^{1/2},$$

$$t_m \approx 6\lambda_m / 5u, \quad \rho_m \approx 1 / b\lambda_m k_a. \quad (9b)$$

Из этих оценок следует, что с ростом давления скорость волны плотности дислокаций возрастает и при больших значениях P определяется только скоростью дислокаций: $U_m \approx 0.2u \sim \sigma_z$. Далее, поскольку $\lambda_m \sim \lambda_D \sim \rho_G^{-1/2} \sim \sigma_z^{-3/2}$, ширина фронта волны уменьшается с ростом давления как $w_m \sim \sigma_z^{-3/2}$. При относительно

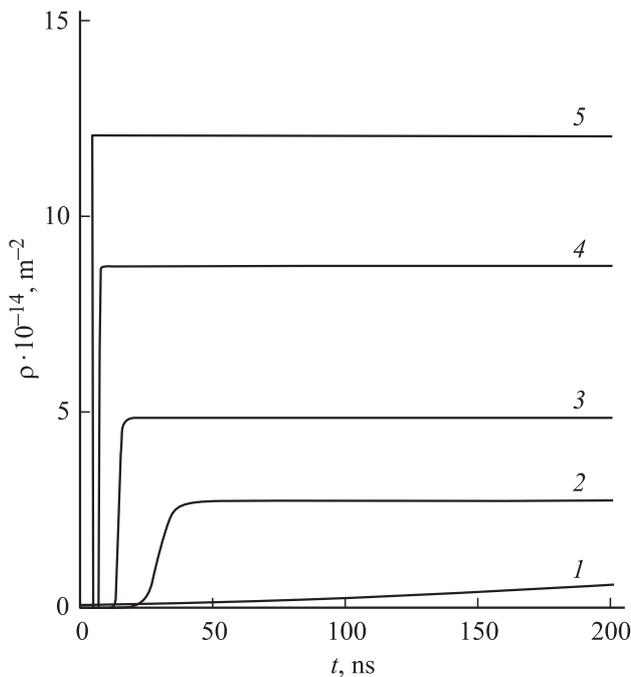


Рис. 3. Зависимость плотности дислокаций за ударным фронтом от времени в кристаллах никеля согласно уравнению (8а) с учетом соотношений (8b), (8с) при давлениях $\sigma = 1$ (1), 5 (2), 10 (3), 20 (4) и 30 GPa (5).

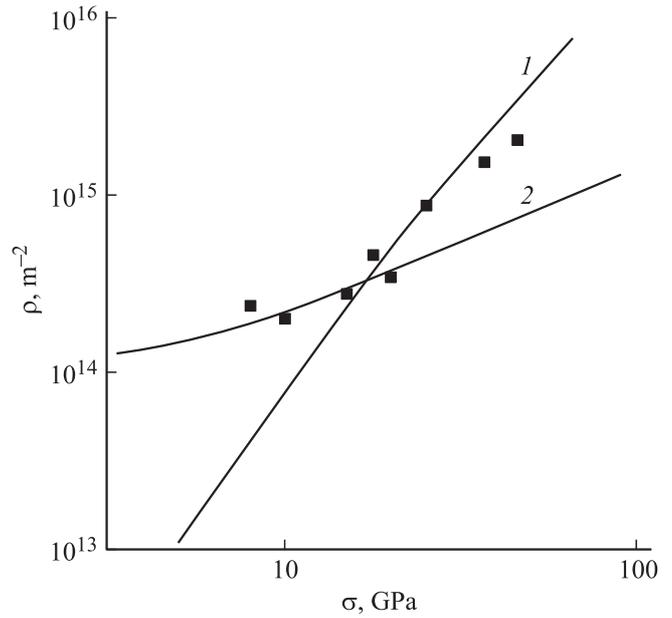


Рис. 4. Зависимость от давления плотности дислокаций на фронте (1) и за фронтом (2) ударной волны в кристаллах никеля согласно уравнениям (4) и (8). Экспериментальные точки — данные [17].

малых давлениях (скоростях деформации $\dot{\epsilon}_G < 10^6$ s⁻¹) плотность дислокаций в волне $\rho_m = (\delta_f / bk_a)^2$ не зависит от давления и определяется равновесием процессов размножения и аннигиляции дислокаций. При больших давлениях она определяется равновесием процессов генерации и аннигиляции ГН-дислокаций: $\rho_m = \delta_f^{-1} \rho_G^{1/2} / bk_a \sim \sigma_z^{3/2}$. На рис. 4 кривая 2 демонстрирует согласно соотношениям (8b) и (8с) зависимость от давления максимальной плотности дислокаций за ударным фронтом в кристаллах Ni. Для сравнения показаны также зависимость от давления плотности генерируемых на ударном фронте ГН-дислокаций (кривая 1) и данные [17] для Ni (точки). Видно, что приблизительно до 20 GPa плотность дислокаций за фронтом превышает плотность ГН-дислокаций, а выше этого давления преобладают ГН-дислокации.

5. Релаксация напряжений за фронтом ударной волны

Подставляя плотность дислокаций (8а) в уравнение (5), получаем уравнение релаксации напряжений $\sigma_z = \sigma$ за фронтом ударной волны²

$$\frac{d\sigma}{dt} = E[\dot{\epsilon}_G - \eta mb\rho(z, t)u]. \quad (10a)$$

Частным его случаем является уравнение релаксации напряжений при максимальной плотности дислокаций в

² В этом разделе представлен расширенный и уточненный по сравнению с [7] анализ дислокационных процессов за фронтом ударной волны.

волне

$$\frac{d\sigma}{dt} = E[\dot{\epsilon}_G - \eta m b \rho_m(\sigma) u(\sigma)]. \quad (10b)$$

При достаточно больших ($a \gg 1$) давлениях плотность дислокаций, согласно (9b), подчиняется соотношению $\rho_m = (\delta_f / b k_a) \rho_G^{1/2}$. Подставляя в (10b) $\rho_m(\sigma)$ и $u = (b/B)\tau$, получаем с учетом соотношений (3b) и (4) следующее уравнение релаксации напряжений за фронтом ударной волны в движущейся системе координат $Z = U_2 t - z$:

$$U_2 \frac{d\sigma}{dz} = E \left[\dot{\epsilon}_G - \eta K_2 \left(\frac{\sigma}{E} \right)^{5/2} \right],$$

$$K_2 = \beta_2 \left(\frac{E}{B} \right),$$

$$\beta_2 = m^2 \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left(\frac{b^2 \rho_{G0}}{3^3 \chi^3} \right)^{1/2} \frac{\delta_f}{k_a} \approx 10^{-5}. \quad (10c)$$

Вводя далее безразмерную координату Z/w_2 и напряжение $s = \sigma/\sigma_2$, где

$$w_2 = \frac{U_2}{\eta^{2/5} K_2} \left(\frac{K_2}{\dot{\epsilon}_G} \right)^{3/5}, \quad \sigma_2 = E \left(\frac{\dot{\epsilon}_G}{\eta K_2} \right)^{2/5},$$

$$t_2 = \frac{w_2}{U_2} = \frac{1}{\eta^{2/5} K_2} \left(\frac{K_2}{\dot{\epsilon}_G} \right)^{3/5} \quad (10d)$$

— соответственно ширина фронта релаксации напряжений, максимальное напряжение во второй волне и время ее образования, получаем решение уравнения (10c) в неявном виде

$$t = \frac{z + z_2}{U_2} + t_2 F_2(\sigma), \quad F_2(\sigma) = \int_0^{\sigma/\sigma_2} \frac{ds}{1 - s^{5/2}}, \quad (11)$$

где z_2 — постоянная интегрирования, $U_2 = U_1 \approx C_0$ — скорость второй волны.

6. Двухволновая структура интенсивной ударной волны

Из полученных в разделах 3–5 результатов следует, что при давлениях выше 1 ГПа (скоростях деформации больше 10^6 s^{-1}) в кристалле развиваются четыре дислокационных процесса: 1) генерация ГН-дислокаций на фронте ударной волны, вызывающая 2) релаксацию упругих напряжений и появление на диаграмме нагружения квазиупругого „предвестника“, 3) возникновение второй волны релаксации напряжений, связанной с 4) размножением дислокаций на ГН-дислокациях ударного фронта. Каждый из этих процессов имеет свое характерное время развития. Время релаксации напряжений на фронте (t_1) и за фронтом (t_2) ударной волны описывается соотношениями (6b) и (10d) соответственно, а характерное время размножения дислокаций за фронтом (t_m) определяется формулами (8b)

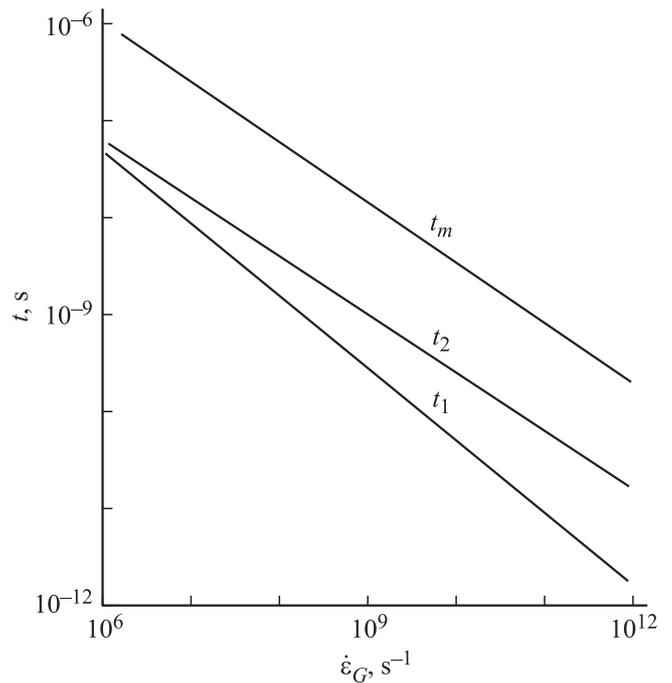


Рис. 5. Зависимость характерных времен релаксации напряжений на фронте (t_1) и за фронтом (t_2) ударной волны от скорости деформации; t_m — время формирования фронта волны плотности дислокаций.

и (9b). Согласно (9b), зависимости времени t_m и ширины фронта размножения дислокаций w_m от скорости деформации $\dot{\epsilon}_G$ имеют вид

$$t_m = \frac{6\eta^{1/4}}{5mk_a K_2} \left(\frac{K_1}{\dot{\epsilon}_G} \right)^{5/8}, \quad w_m = \left(\frac{6\chi^3 3^3}{\delta_f \rho_{G0}} \right)^{1/2} \left(\frac{\eta K_1}{\dot{\epsilon}_G} \right)^{3/8}, \quad (12)$$

где коэффициенты K_1 и K_2 определяются формулами (6c) и (10c), их расчетные значения при $k_a = 4$ и $m = 0.41$ приведены в таблице. Зависимость характерных времен от скорости деформации показана на рис. 5 в двойных логарифмических координатах. Видно, что самую малую величину имеет время релаксации напряжений на ударном фронте t_1 , а самую большую — время размножения дислокаций $t_m \approx 100t_1$. Время релаксации напряжений за ударным фронтом занимает промежуточное положение: $t_2 \approx 10t_1$.

Такое соотношение между характерными временами дислокационных процессов в ударной волне означает, что эти процессы кинетически независимы, но параметрически связаны друг с другом через зависимость их параметров от давления (скорости деформации). На рис. 6 кривые 1 и 2 демонстрируют результаты расчета двойной структуры ударной волны в кристалле Al согласно уравнениям (6), (10d) и (11) при $z = 0$, $z_1/U_1 = 12 \text{ ns}$, $z_2/U_2 = 2 \text{ ns}$, $U_1 = U_2 = C_0$, $C_0 = 6.5 \text{ km/s}$. В целях количественного согласования теории с экспериментальными данными [10] времена релаксации t_1 и t_2 были при расчете скорректированы: $t_1' = 5t_1$, $t_2' = 10t_2$.

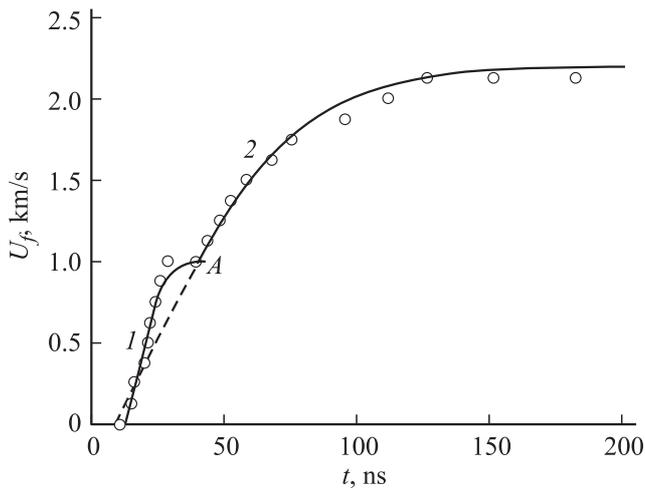


Рис. 6. Двойная структура волны пластической релаксации в Al. Кривые 1 и 2 — результат расчета согласно уравнениям (6) и (11) соответственно, экспериментальные точки — данные [10].

Скорость свободной поверхности кристалла U_f при отражении от нее ударной волны определялась по формуле $U_f = 2(V_0/C_0)\sigma$, где $V_0 = 1/2.7 \cdot 10^3, \text{m}^3/\text{kg}$.

Для более полного анализа дислокационных процессов, развивающихся за ударным фронтом, воспользуемся данными [24] по распространению ударных волн в поликристаллическом алюминии с размером зерен $3\text{--}6 \mu\text{m}$. Особенность экспериментов [24] состояла в том, что авторы считали, что пластическая деформация начинается за ударным фронтом (упругим предвестником), и определили зависимость напряжения σ , соответствующего точке A на кривой $U_f - t$ (рис. 6, кривая 2), от скорости пластической деформации, отвечающей этой точке: $\dot{\epsilon} = C_0^{-1} dU_f/dt$. Производная по времени в указанной точке бралась вдоль кривой 2, описывающей, согласно настоящей работе, вторую волну пластической релаксации.

На рис. 7 темные квадраты показывают зависимость напряжений за ударным фронтом от скорости деформации в образцах Al [24]. Для сравнения приведены также полученные в [10–12] зависимости максимального напряжения на ударном фронте от скорости деформации для Al (рис. 2). Кривая 1 построена согласно соотношению СГ (6b): $\sigma_1 \sim \dot{\epsilon}_G^{1/4}$. Пунктиром (кривая 2) на рис. 7 обозначены результаты расчета зависимости напряжения $\sigma_2 \sim \dot{\epsilon}_G^{2/5}$ за ударным фронтом от скорости деформации согласно формуле (10d) при величине параметра $K_2 = 1.8 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$ (см. таблицу). Результатам [24] лучше соответствует величина параметра $K'_2 \approx 33K_2$ (кривая 2'). Причина количественного расхождения между теорией и экспериментом остается пока неясной. Что касается степенной зависимости $\sigma_2 \sim \dot{\epsilon}_G^{2/5}$, то здесь имеется вполне удовлетворительное согласие между теорией и экспериментом.

В [24] исследовалось также влияние размерного фактора на напряжение релаксации и скорость пластической деформации за ударным фронтом при варьировании толщины образцов D алюминия в широком диапазоне от 1 до $10^4 \mu\text{m}$. На рис. 8 точки иллюстрируют полученную в работе [24] зависимость напряжения σ_2 за ударным фронтом от D . Для формирования стабильной ударной волны необходимо, чтобы толщина мишени D была больше ширины фронта волны w . Из равенств $w_1 = D$ и $w_2 = D$, принимая во внимание соотношения (6b) и (10d), находим зависимость скоростей пластической

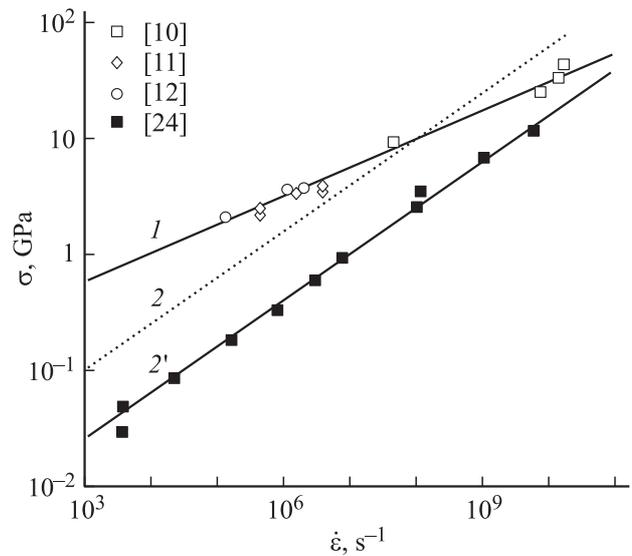


Рис. 7. Зависимость напряжений на фронте (1) и за фронтом (2, 2') ударной волны от скорости деформации в Al. Кривые 1, 2 и 2' — теория (см. текст), экспериментальные точки — данные работ [10–12, 24].

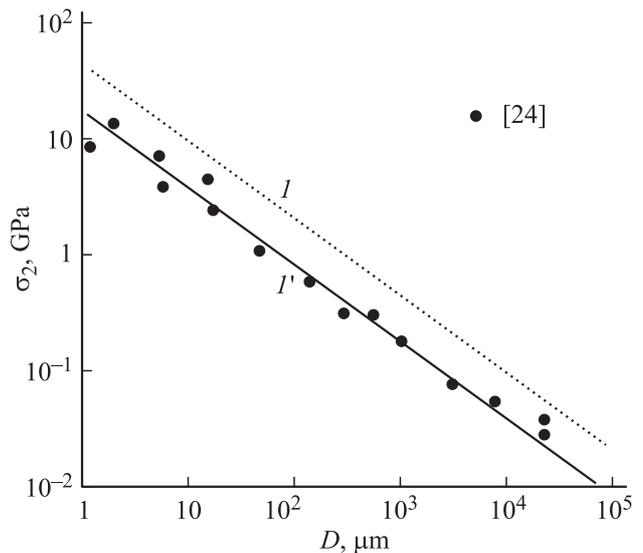


Рис. 8. Зависимость напряжения за фронтом ударной волны от толщины образцов Al. Кривые 1 и 1' — теория (см. текст), экспериментальные точки — данные [24].

деформации $\dot{\varepsilon}_1$ и $\dot{\varepsilon}_2$ от толщины мишени

$$\dot{\varepsilon}_1 = K_1 \left(\frac{U_1}{\eta^{1/4} K_1 D} \right)^{4/3} \sim D^{-4/3},$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = K_1 \left(\frac{U_1}{\eta^{2/5} K_2 D} \right)^{5/3} \sim D^{-5/3}. \quad (13)$$

Далее, подставляя скорости (13) в соотношения (6b) и (10d), получаем зависимость напряжений σ_1 и σ_2 от D

$$\sigma_1 = E \left(\frac{U_1}{\eta K_1 D} \right)^{1/3} \sim D^{-1/3},$$

$$\sigma_2 = E \left(\frac{U_2}{\eta K_2 D} \right)^{2/3} \sim D^{-2/3}. \quad (14)$$

На рис. 8 пунктир (кривая I) демонстрирует зависимость напряжения σ_2 от D согласно второму соотношению (14). Кривая I' показывает, что результатам [24] лучше соответствует величина коэффициента $K'_2 = 3.9K_2$. В [24] найдено также, что скорость пластической деформации за „упругим предвестником“ изменяется с толщиной мишени согласно закону $\dot{\varepsilon}_2 \sim D^{-1.47}$. Показатель степени 1.47 имеет промежуточное значение между показателями степени 4/3 и 5/3 в выражениях (13).

7. Заключение

Анализ структуры волн пластической релаксации в условиях интенсивного ударного нагружения показывает, что генерируемые на фронте волны геометрически необходимые дислокации образуют лес дислокаций, на котором происходит размножение дислокаций за фронтом волны. Этим обстоятельством объясняются параметрическая зависимость плотности дислокаций за ударным фронтом от давления (скорости деформации) и возникновение второй волны пластической релаксации. С указанным обстоятельством связана также зависимость напряжения во второй волне от толщины мишени. Полученные на основе уравнений дислокационной кинетики теоретические соотношения подтверждаются экспериментом. Это дает основание полагать, что физический механизм возникновения двойной структуры волн пластической релаксации при интенсивном ударе становится более ясным.

Список литературы

- [1] M.A. Meyers, F. Gregory, B.K. Kad, M.S. Schneider, D.H. Kalantar, B.A. Remington, G. Ravichandran, T. Boehly, J.S. Wark. *Acta Mater.* **51**, 1211 (2003).
- [2] M.A. Shehadeh, E.M. Bringa, H.M. Zbib, J.M. McNaney, B.A. Remington. *Appl. Phys. Lett.* **89**, 171 918 (2006).
- [3] M.A. Shehadeh, H.M. Zbib, T. Diaz de la Rubia. *Int. J. Plasticity* **21**, 2369 (2005).
- [4] E.M. Bringa, K. Rosolankova, R.E. Rudd, B.A. Remington, J.S. Wark, M. Duchaineau, D.H. Kalantar, J. Hawreliak, J. Belak. *Nature Mater.* **5**, 805 (2006).
- [5] R.A. Austin, D.L. McDowell. *Int. J. Plasticity* **32/33**, 134 (2012).
- [6] Г.А. Малыгин, С.Л. Огарков, А.В. Андрияш. *ФТТ* **55**, 715 (2013).
- [7] Г.А. Малыгин, С.Л. Огарков, А.В. Андрияш. *ФТТ* **55**, 721 (2013).
- [8] D. Tanguy, M. Mareschal, P.S. Lomdahl, T.C. Germann, B.L. Holian, R. Ravelo. *Phys. Rev. B* **68**, 144 111 (2003).
- [9] Y. Liao, Ch. Ye, H. Gao, B.J. Kim, S. Suslov, E.A. Stach. *J. Appl. Phys.* **110**, 023 518 (2011).
- [10] J.C. Crowhurst, M.R. Armstrong, K.B. Knight, J.M. Zaugg, E.M. Behymer. *Phys. Rev. Lett.* **107**, 144 302 (2011).
- [11] Г.И. Канель, И.Е. Фортов, С.В. Разоренов. *УФН* **177**, 809 (2007).
- [12] J.W. Swegle, D.E. Grady. *J. Appl. Phys.* **58**, 692 (1985).
- [13] D.E. Grady. *J. Appl. Phys.* **107**, 013 506 (2010).
- [14] C.S. Smith. *Trans. AIME* **212**, 574 (1958).
- [15] M.A. Meyers. *Scripta Met.* **12**, 21 (1978).
- [16] L.E. Murr. In: *Shock waves and high-strain-rate phenomena in metals* / Eds M.A. Meyers, L.E. Murr. Plenum Press, N.Y.–London (1981). P. 202.
- [17] L.E. Murr. *Scripta Met.* **12**, 201 (1978).
- [18] J. Weertman. In: *Shock waves and high-strain-rate phenomena in metals* / Eds M.A. Meyers, L.E. Murr. Plenum Press, N.Y.–London (1981). P. 152.
- [19] M.S. Schneider, B.K. Kad, F. Gregory, D.H. Kalantar, B.A. Remington, M.A. Meyers. *Met. Mater. Trans. A* **35**, 2633 (2004).
- [20] S. Ogata, J. Lu, N. Hirotsaki, Y. Shibutani, S. Yip. *Phys. Rev. B* **70**, 104 104 (2004).
- [21] Г.А. Малыгин. *УФН* **169**, 979 (1999).
- [22] Г.А. Малыгин. *ФТТ* **37**, 3 (1995).
- [23] А.Д. Полянин, В.Ф. Зайцев. *Справочник по нелинейным уравнениям математической физики*. Физматлит, М. (2002). 432 с.
- [24] R.F. Smith, J.H. Eggert, R.E. Rudd, D.C. Swift, C.A. Bolme, G.W. Collins. *J. Appl. Phys.* **110**, 123 515 (2011).