

01;10

Активация баллистического потока частиц при воздействии слабого переменного возмущения с медленно меняющейся ориентацией

© Д.В. Макаров

Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН,
Владивосток
E-mail: makarov@poi.dvo.ru

Поступило в Редакцию 1 августа 2007 г.

Рассмотрена задача о движении ансамбля частиц в поле периодического потенциала со слабым переменным возмущением, имеющим вид бегущей волны. Показано, что адиабатический поворот внешней силы по отношению к невозмущенной системе приводит к генерации направленного баллистического потока частиц. Образовавшийся поток в определенный момент претерпевает резкое усиление, обусловленное попаданием частиц в канал резонансного ускорения. После резкого ускорения происходит некоторое уменьшение средней скорости частиц, связанное с появлением потока в обратном направлении.

PACS: 05.45.-a, 05.60.Cd

В последнее время обширное внимание стало уделяться эффекту рэтчета — направленному движению пространственно-периодических систем при воздействии внешней переменной силы. Всплеск интереса во многом связан с перспективами практического применения эффекта, например, для лазерной генерации постоянного электрического тока, для создания спиновых потоков в полупроводниках, для управления движением холодных атомов в оптических решетках, а также во многих других случаях [1–3]. В детерминированных системах основным механизмом эффекта рэтчета является разогрев ансамбля частиц вследствие хаотической диффузии в фазовом пространстве. Необходимым условием для направленности потока частиц является несимметричность хаотического слоя по импульсу. Если рассматриваемый ансамбль частиц изначально находится в состоянии, близком к покою, то генерация

направленного транспорта требует наложения переменного возмущения с амплитудой порядка высоты потенциального барьера. Недавно в работе [4] был предложен метод, позволяющий существенно уменьшить амплитуду возмущения, требуемую для генерации. В основе предложенного метода лежит селективное резонансное воздействие на отдельные области фазового пространства, разрушающее динамические барьеры для хаотической диффузии. Эта идея была развита в работе [5], где было показано, что, действуя слабым возмущением, можно добиваться не только генерации направленного транспорта, но и взрывообразного ускорения отдельных частиц. В настоящей работе мы демонстрируем метод создания направленного транспорта, основанный на медленном повороте внешней силы относительно невозмущенной системы.

Рассмотрим простую модель ансамбля невзаимодействующих частиц, имеющих единичную массу и движущихся вдоль оси x в поле периодического потенциала. На потенциал наложено слабое внешнее возмущение, имеющее вид бегущей волны. Угол падения бегущей волны медленно меняется со временем. Гамильтониан отдельной частицы выглядит следующим образом:

$$H = \frac{p^2}{2} - \cos x + \varepsilon \cos[k(\mu t)x + vt], \quad (1)$$

где x и p — координата и импульс рассматриваемой частицы, $\mu \ll \varepsilon \ll 1$. Уравнения движения имеют вид

$$\dot{x} = p, \quad \dot{p} = -\sin x + \varepsilon k \sin \phi, \quad (2)$$

где $\phi = kx + vt$. Обратимся к ситуации, когда длина волны внешнего возмущения $\lambda = 2\pi/k$ мала по сравнению с периодом невозмущенного потенциала. Если параметры k и v достаточно велики, то фаза возмущения ϕ быстро вращается вдоль траектории частицы, за исключением резонансных областей, где

$$\frac{d\phi}{dt} = kp - \mu x \frac{dk}{d\tau} + v = 0. \quad (3)$$

Здесь „медленное“ время μt обозначено как τ . Вне резонансных областей динамика частиц близка к интегрируемой и может быть описана с помощью метода усреднения [6]. Вблизи резонансных областей динамика фазы ϕ описывается уравнением

$$\ddot{\phi} - \varepsilon k^2 \sin \phi + f(x, p, \tau) = 0, \quad (4)$$

где функция

$$f(x, p, \tau) = k \sin \phi + 2\mu p \frac{dk}{d\tau} + \mu^2 x \frac{d^2k}{d\tau^2} \quad (5)$$

рассматривается как медленный параметр. При выполнении неравенства $|f| \leq \varepsilon k^2$ уравнение (4) допускает осциллирующие решения, соответствующие попаданию траектории в резонанс. Каждое прохождение сквозь резонанс сопровождается скачком адиабатического инварианта, величина которого экспоненциально чувствительна к малым вариациям начальных условий. Как следствие, многократное рассеяние на резонансе приводит к хаотической диффузии [7].

В данной работе рассматривается случай, когда в интервале $0 \leq t \leq 1/\mu$ волновое число возмущения меняется по закону

$$k = k_0(1 - \mu t), \quad (6)$$

где $k_0 = 6$, $\mu = 5 \cdot 10^{-5}$. Таким образом, при $t = 1/\mu$ внешнее поле становится ориентированным перпендикулярно к оси x . Значения других параметров возмущения: $\varepsilon = 0.04$, $\nu = 2$. Положим, что в начальный момент времени ансамбль частиц расположен вблизи точки $x = 0$, являющейся центром вращения внешнего переменного поля относительно невозмущенной системы. Тогда выражения (3) и (5) существенно упрощаются, а резонансное условие может быть приведено к следующему виду:

$$p(E, \tau, x = \pi n) = -\frac{\nu}{k_0(1 - \tau)}. \quad (7)$$

Рассмотрим динамику частиц на интервалах времени, малых по сравнению со временем поворота внешней силы $1/\mu$. Резонанс (7) приводит к образованию двух зон быстрого хаотического перемешивания в фазовом пространстве: одна соответствует четным значениям n , другая — нечетным. В начальный момент времени первая из них захватывает частицы, находящиеся вблизи дна потенциальной ямы. При адиабатическом увеличении отношения ν/k эта зона будет медленно смещаться в область более высоких энергий. Поскольку время хаотического перемешивания, имеющее порядок $1/\varepsilon$, много меньше временного масштаба изменения резонансного импульса $1/\mu$, частицы, захваченные в зону хаотического перемешивания, будут медленно дрейфовать по энергии вслед за ней. В определенный момент зона перемешивания

достигнет сепаратрисы, и частицы, принадлежащие ей, перейдут в область инфинитного движения. При этом полеты частиц с отрицательной скоростью будут преобладать над полетами с положительной скоростью из-за несимметричности резонансного условия (7) по импульсу [4]. Таким образом, возникнет направленный баллистический поток частиц.

По мере того как частицы, преодолевшие потенциальный барьер, будут удаляться от точки $x = 0$, второй член в условии (3), пропорциональный x , перестанет быть пренебрежимо малым. Здесь стоит заметить, что условие (3) выполняется вдоль прямой в фазовом пространстве, задаваемой уравнением

$$p - \frac{v}{k_0(1 - \mu t)} - \frac{\mu x}{1 - \mu t}. \quad (8)$$

Угол наклона резонансной прямой медленно увеличивается со временем, и в определенный момент эта прямая может стать каналом быстрого ускорения отдельных частиц [5]. Отметим, что уравнение (8) допускает резонансное ускорение в обоих направлениях.

Описанная выше картина согласуется с результатами численного моделирования динамики ансамбля из 10 000 частиц с гауссовым начальным распределением в фазовом пространстве

$$\rho(x, p, t = 0) = \frac{1}{2\pi\sigma_{x0}\sigma_{p0}} \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_{x0}^2} - \frac{p^2}{\sigma_{p0}^2}\right), \quad (9)$$

где $\sigma_{x0} = \sigma_{p0} = 0.1$. Как следует из рис. 1, можно выделить несколько этапов эволюции ансамбля. На первом этапе происходит активация баллистического потока, среднее значение импульса медленно отклоняется от нуля. Затем некоторая доля частиц попадает в резонансный канал (8), что сопровождается резким усилением потока и скачком средней энергии частиц (см. рис. 2). На третьем этапе происходит небольшое уменьшение среднего импульса. При этом средняя энергия несколько увеличивается, что свидетельствует о генерации потока частиц в обратном направлении. Однако этот поток является слабее первоначального, поэтому знак среднего импульса не меняется. В дальнейшем скорость потока выходит на стационарный режим.

Таким образом, мы показали, что медленный поворот малого возмущения по отношению к оси периодического потенциала может привести к активации и последующему ускорению направленного

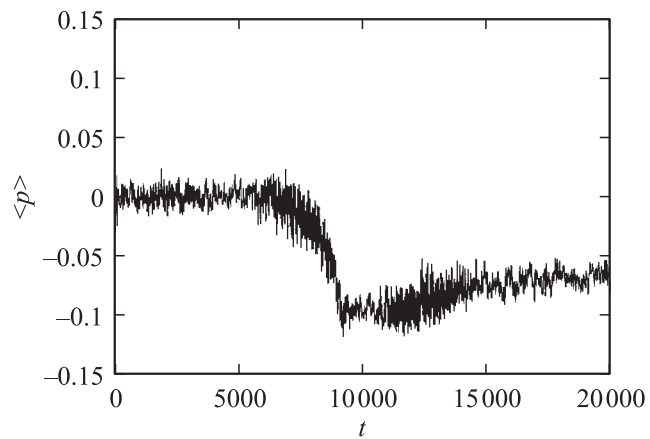


Рис. 1. Зависимость среднего импульса от времени.

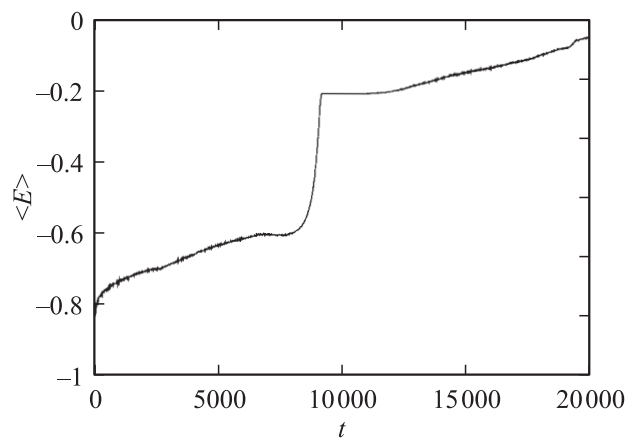


Рис. 2. Зависимость средней энергии частиц от времени.

баллистического транспорта частиц. Описанный эффект может быть применен, например, для лазерной генерации постоянного тока в полупроводниковых слоистых структурах, если расстояние между соседними слоями превышает длину волны лазера.

Работа выполнена при поддержке грантов президиума Дальневосточного отделения РАН и программы президиума РАН „Математические методы в нелинейной динамике“.

Автор выражает благодарность М.Ю. Улейскому, А.И. Нейштадту и А.А. Васильеву за содействие в ходе проведенной работы.

Список литературы

- [1] *Reimann P.* // Phys. Rep. 2002. V. 361. P. 57–265.
- [2] *Flach S., Yevtushenko O., Zolotaryuk Y.* // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 2358–2361.
- [3] *Argonov V.Yu., Prants S.V.* // Phys. Rev. A. 2007. V. 75. P. 063428.
- [4] *Макаров Д.В., Улейский М.Ю.* // Письма в ЖЭТФ. 2006. Т. 83. С. 614–617.
- [5] *Makarov D.V., Uleysky M.Yu.* // Phys. Rev. E. 2007. V. 75. P. 065201(R).
- [6] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика (Сер. „Теоретическая физика“. Т. 1). М.: Физматлит, 2004. 224 с.
- [7] *Itin A.P., Neishtadt A.I., Vasiliev A.A.* // Physica D. 2000. V. 141. P. 281–296.