07 Использование двумерной распределенной обратной связи для синхронизации излучения лазерных активных сред

© В.Р. Барышев, Н.С. Гинзбург, А.С. Сергеев

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород E-mail: baryshev@appl.sci-nnov.ru

В окончательной редакции 6 июля 2007 г.

Показана возможность использования двумерных брэгговских структур для синхронизации излучения пространственно-развитой лазерной активной среды. Анализ динамики лазера с двумерной распределенной обратной связью показывает возможность установления при больших значениях параметра Френеля стационарного режима генерации с частотой и пространственной структурой полей, близкой к фундаментальной моде двумерного брэгговского резонатора.

PACS: 42.55.Tv, 42.60.Da

1. В работах [1-6] показана возможность использования двумерной распределенной обратной связи (РОС) для генерации пространственнокогерентного излучения электронными пучками ленточной и трубчатой конфигурации с поперечными размерами, на несколько порядков превосходящими длину волны. Для реализации нового механизма обратной связи используется двумерный брэгговский резонатор, представляющий собой участок планарного или коаксиального волновода с двоякопериодической гофрировкой боковых стенок. Поле в таком резонаторе может быть представлено как набор четырех парциальных волн, распространяющихся во взаимно перпендикулярных направлениях. Отличительной особенностью электронного пучка как активной среды является существенная анизотропия коэффициента усиления — вследствие эффекта Доплера электроны могут синхронно взаимодействовать и усиливать только одну из парциальных волн, образующих поле моды двумерного брэгговского резонатора. В данной работе исследована возможность использования двумерных брэгговских резонаторов для синхронизации излучения лазерных активных сред, которые обеспечивают изотропное

47



Рис. 1. Схема лазера с двумерной распределенной обратной связью: *I* — активная среда, *2* — двумерная брэгтовская решетка.

усиление всех парциальных волн, независимо от направления распространения.

2. Рассмотрим планарную модель лазера с двумерной РОС, включающую инвертированную активную среду прямоугольной формы и двоякопериодическую брэгговскую решетку (рис. 1). Генерируемое поле излучается со всех четырех торцов системы. Предположим, что активная среда состоит из двухуровневых атомов, для которых поле накачки обеспечивает разность населенностей между рабочими уровнями. Взаимодействие поля с активной средой будем описывать в рамках полуклассического приближения [7]:

$$\left(\Delta - \frac{\varepsilon(x,z)}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A = -\frac{4\pi}{c} P,$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \frac{1}{T_2} \frac{\partial P}{\partial t} + \left(\frac{1}{4T_2^2} + \omega_0^2\right) P = -\frac{2\omega_0 |\mu|^2}{\hbar c} A\rho, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho - \rho_e}{T_1} = \frac{2}{\hbar \omega_0 c} A \frac{\partial P}{\partial t},$$

где A — вектор-потенциал электромагнитного поля, P — поляризация среды, ρ — разность населенностей, ρ_e — равновесное значение



Рис. 2. Диаграмма, иллюстрирующая процесс рассеяния парциальных волн $(\mathbf{k}_{x,z}^{\pm}$ — волновые вектора парциальных волн, \mathbf{K}^{\pm} — трансляционные вектора решетки).

инверсии в отсутствие излучения, μ — дипольный момент, T_1 и T_2 — времена релаксации инверсии и поляризации активной среды, ω_0 — частота перехода.

Двумерная брэгговская решетка задается средой, диэлектрическая проницаемость которой на участке длиной l_x вдоль координаты x и l_z вдоль координаты z имеет следующую модуляцию:

$$\varepsilon(x,z) = 1 + \frac{\varepsilon_0}{2} \left(\cos(\bar{h}(x-z)) + \cos(\bar{h}(x+z)) \right), \tag{2}$$

где $\bar{h} = \sqrt{2\pi/D}$, D — период элементарной решетки (рис. 2), ε_0 — амплитуда модуляции диэлектрической проницаемости среды. Допустим, что частота перехода совпадает с частотой брэгговского резонанса: $\omega_0 = \bar{h}c$. На решетке (2) будут возникать связь и взаимное рассеяние 4 парциальных волновых потоков, распространяющихся в $\pm z$ и $\pm x$

направлениях:

$$A = \operatorname{Re}((A_{z}^{+}e^{i\bar{h}z} + A_{z}^{-}e^{-i\bar{h}z} + A_{x}^{+}e^{i\bar{h}x} + A_{x}^{-}e^{-i\bar{h}x})e^{i\omega_{0}t}),$$
(3)

где $A_{x,z}^{\pm}(z, x, t)$ — амплитуды потоков. Соответственно, следуя [8], представим поляризацию и инверсию среды в виде

$$P = \operatorname{Re}\left(i\left(P_{z}^{+}e^{i\bar{h}z} + P_{z}^{-}e^{-i\bar{h}z} + P_{x}^{+}e^{i\bar{h}x} + P_{x}^{-}e^{-i\bar{h}x}\right)e^{i\omega_{0}t}\right),\$$

$$\rho = \rho_{0} + \operatorname{Re}\left(\rho_{2z}e^{2i\bar{h}z} + \rho_{2x}e^{2i\bar{h}x} + \rho_{z-x}e^{2i\bar{h}(z-x)} + \rho_{z+x}e^{2i\bar{h}(z+x)}\right).$$
(4)

где $P_{x,z}^{\pm}, \rho_0, \rho_{2z}, \rho_{2x}, \rho_{z-x}, \rho_{z+x}$ — медленно меняющиеся в пространстве и времени амплитуды.

В случае больших параметров Френеля $I_{x,z}^2/\lambda I_{z,x} \gg 1$ (λ — длина волны излучения) будем описывать распространение 4 парциальных волновых потоков (3) в приближении геометрической оптики, пренебрегая их дифракционным расплыванием. Процесс усиления указанных волновых потоков в активной среде, а также их взаимного рассеяния на брэгговской решетке (2) и наведенной за счет модуляции инверсии нелинейной решетке (см. [8]) может быть описан следующей системой усредненных уравнений:

$$\begin{pmatrix} \mp \frac{\partial}{\partial Z} + \frac{\partial}{\partial \tau} \end{pmatrix} \hat{A}_{z}^{\pm} + i \left(\hat{A}_{x}^{+} + \hat{A}_{x}^{-} \right) = \hat{P}_{z}^{\pm}, \\ \left(\mp \frac{\partial}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \hat{A}_{x}^{\pm} + i \left(\hat{A}_{z}^{+} + \hat{A}_{z}^{-} \right) = \hat{P}_{x}^{\pm}, \\ \frac{\partial \hat{\rho}_{0}}{\partial \tau} + \frac{(\hat{\rho}_{0} - 1)}{\hat{T}_{1}} = -\operatorname{Re} \left(\hat{A}_{z}^{+} \hat{P}_{z}^{+*} + \hat{A}_{z}^{-} \hat{P}_{z}^{-*} + \hat{A}_{x}^{+} \hat{P}_{x}^{+*} + \hat{A}_{x}^{-} \hat{P}_{x}^{-*} \right), \\ \frac{\partial \hat{\rho}_{2z}}{\partial \tau} + \frac{\hat{\rho}_{2z}}{\hat{T}_{1}} = -(\hat{A}_{z}^{+} \hat{P}_{z}^{-*} + \hat{A}_{z}^{-*} \hat{P}_{z}^{+}), \\ \frac{\partial \hat{\rho}_{2x}}{\partial \tau} + \frac{\hat{\rho}_{2x}}{\hat{T}_{1}} = -(\hat{A}_{x}^{+} \hat{P}_{x}^{-*} + \hat{A}_{x}^{-*} \hat{P}_{x}^{+}), \end{cases}$$
(5)
$$\frac{\partial \hat{\rho}_{z+x}}{\partial \tau} + \frac{\hat{\rho}_{z+x}}{\hat{T}_{1}} = -(\hat{A}_{z}^{+} \hat{P}_{x}^{-*} + \hat{A}_{z}^{-*} \hat{P}_{x}^{+} + \hat{A}_{x}^{+*} \hat{P}_{z}^{-*} + \hat{A}_{x}^{-*} \hat{P}_{z}^{+}), \\ \frac{\partial \hat{\rho}_{z-x}}{\partial \tau} + \frac{\hat{\rho}_{z-x}}{\hat{T}_{1}} = -(\hat{A}_{z}^{+} \hat{P}_{x}^{+*} + \hat{A}_{z}^{-*} \hat{P}_{x}^{-*} + \hat{A}_{x}^{+*} \hat{P}_{z}^{-*} + \hat{A}_{x}^{-*} \hat{P}_{z}^{-*}), \end{cases}$$

где $\hat{\rho} = \rho/\rho_e$, $\hat{P}_{x,z}^{\pm} = P_{x,z}^{\pm} \alpha (\rho_e \hbar \omega_0^3 / 2\pi)^{-1/2}$, $\hat{A}_{x,z}^{\pm} = A_{x,z}^{\pm} \omega_0^2 \times (\rho_e \hbar \omega_0^3 / 2\pi)^{-1/2} / 2\pi c$, $\hat{T}_{1,2} = \alpha \omega_0 T_{1,2}$, $X = \alpha \omega_0 x/c$, $Z = \alpha \omega_0 z/c$,

 $\tau = \alpha \omega_0 t$. Здесь $\alpha = \varepsilon_0/8$ — коэффициент связи парциальных волн на исходной линейной решетке (2). При записи (5) в предположении, что время поперечной T_2 релаксации мало по сравнению с другими временными масштабами, использовано балансное приближение, в котором компоненты поляризации выражаются в виде

$$\begin{split} \hat{P}_{z}^{+} &= \beta \hat{T}_{2} \left(2 \hat{A}_{z}^{+} \hat{\rho}_{0} + \hat{A}_{z}^{-} \hat{\rho}_{2z} + \hat{A}_{x}^{+} \hat{\rho}_{z-x} + \hat{A}_{x}^{-} \hat{\rho}_{z+x} \right), \\ \hat{P}_{z}^{-} &= \beta \hat{T}_{2} \left(2 \hat{A}_{z}^{-} \hat{\rho}_{0} + \hat{A}_{z}^{+} \hat{\rho}_{2z}^{*} + \hat{A}_{x}^{+} \hat{\rho}_{z+x}^{*} + \hat{A}_{x}^{-} \hat{\rho}_{z-x}^{*} \right), \\ \hat{P}_{x}^{+} &= \beta \hat{T}_{2} \left(2 \hat{A}_{x}^{+} \hat{\rho}_{0} + \hat{A}_{x}^{-} \hat{\rho}_{2x} + \hat{A}_{z}^{+} \hat{\rho}_{z-x}^{*} + \hat{A}_{z}^{-} \hat{\rho}_{z+x} \right), \\ \hat{P}_{x}^{-} &= \beta \hat{T}_{2} \left(2 \hat{A}_{x}^{-} \hat{\rho}_{0} + \hat{A}_{x}^{+} \hat{\rho}_{2z}^{*} + \hat{A}_{z}^{+} \hat{\rho}_{z+x}^{*} + \hat{A}_{z}^{-} \hat{\rho}_{z-x} \right), \end{split}$$
(6)

где $\beta = \pi \rho_e |\mu|^2 / \alpha^2 \hbar \omega_0^3$ — нормированная плотность атомов активной среды, $\hat{T}_2 = \alpha \omega_0 T_2$.

В предположении, что потоки электромагнитной энергии, падающие на систему извне, отсутствуют и, кроме того, не возникает значительных отражений парциальных волн от границ области модуляции диэлектрической проницаемости, граничные условия к уравнениям (5) могут быть представлены в виде

$$A_{z}^{+}|_{Z=L_{z}} = 0, \quad A_{z}^{-}|_{Z=0} = 0, \quad A_{x}^{+}|_{X=L_{x}} = 0, \quad A_{x}^{-}|_{X=0} = 0,$$
 (7)

где $L_{x,z} = \alpha \omega_0 l_{x,z}/c$.

3. В отсутствие активной среды $\rho_e = 0$ двумерная брэгговская структура, задаваемая соотношением (2), обладает спектром дискретных мод: $\omega_{n,m} = \omega_0(1 + \delta_{n,m})$. В случае $L_{x,z} \gg 1$ комплексные частоты этих мод задаются соотношениями

$$\delta_{n,m} = \pm \frac{\pi^2 m n}{2L_z L_x} + i \frac{\pi^2}{2L_z L_x} \left(\frac{n^2}{L_z} + \frac{m^2}{L_x} \right),$$
(8a)

$$\delta_{n,m} = \pm 2 \pm \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{n^2}{L_z^2} + \frac{m^2}{L_x^2} \right) + i \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{n^2}{L_z^3} + \frac{m^2}{L_x^3} \right), \tag{86}$$

где *m*, *n* — продольный и поперечный индексы мод. Важной особенностью спектра мод двумерных брэгговских структур, кардинально отличающего его от спектра мод одномерных аналогов [7,9,10], является



Рис. 3. Зависимость накопленной энергии ЭМ поля от времени в процессе установления стационарного режима генерации; $L_z = 5$, $L_x = 2.5$, $\alpha = 1$, $1 - \beta \hat{T}_2 = 0.05$, $2 - \beta \hat{T}_2 = 0.1$, $3 - \beta \hat{T}_2 = 0.25$.

то, что уже в отсутствие дефектов периодичности наиболее высокодобротные моды расположены вблизи брэгговской частоты [1,2,5]. В предположении, что $L_z > L_x$, максимальной добротностью и соответственно минимальным порогом самовозбуждения обладает мода с n = 1, m = 0, задаваемая соотношением (8а). Собственная частота этой моды в рамках сделанных приближений совпадает с частотой брэгговского резонанса: $\text{Re}(\delta_{1,0}) = 0$. Условия самовозбуждения различных мод могут быть представлены в виде

$$\operatorname{Im}(\delta_{n,m}) = 2\beta \tilde{T}_2. \tag{9}$$

При этом минимальный порог реализуется для фундаментальной моды с n = 1, m = 0.

Анализ нелинейной стадии процесса генерации проводился с помощью численного моделирования системы уравнений (5). На рис. 3

приведены графики зависимости накопленной энергии электромагнитного поля от времени при различных превышениях порога, которые иллюстрируют процесс установления стационарного режима генерации (отметим, что на графиках (рис. 2-4) представлены безразмерные величины в нормировках, введенных при записи уравнений (5)). На рис. 4 показаны распределения амплитуд парциальных волн и средней инверсии в этом режиме при $L_z = 5, L_x = 2.5, \beta \hat{T}_2 = 0.1, \hat{T}_1 = 1.$ Спектры сигнала $S(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int A_z^+(Z_0, X_0, \tau) e^{i\Omega\tau} d\tau$ ($Z_0 = 3, X_0 = 1.5$ координаты точки, в которой вычислялся спектр) на начальной стадии переходного процесса и в стационарном режиме генерации представлены на рис. 5. В этом случае наряду с фундаментальной модой порог самовозбуждения превышен для мод с индексами $m = \pm 1$, $n = \pm 1$, задаваемых соотношением (86), поэтому на начальной стадии (рис. 4, a) видны спектральные максимумы, соответствующие частотам этих мод. Однако в результате конкуренции мод происходит установление стационарного одночастотного (рис. 4, e) режима с частотой и распределением полей парциальных волн, которое аналогично распределению полей для основной (n = 1, m = 0) моды холодного резонатора (см. [1,2]). Таким образом, моделирование показывает возможность использования двумерных брэгговских структур для пространственной синхронизации излучения активной среды, характеризующейся большим параметром Френеля.

4. Важно подчеркнуть, что в данной работе исследована простейшая модель лазера в двумерной РОС. В качестве развития этих исследований может быть предложена модель планарного диэлектрического волновода, толщина которого модулирована вдоль x и z координат по закону, заданному формулой (2). В первом приближении эта модель опишется уравнениями, аналогичными (5). Подобно традиционным лазерам с одномерной РОС [11] при использовании дифракции высших порядков может реализоваться вывод излучения перпендикулярно поверхности резонатора (т.е. в направлении оси y на рис. 1).

Отметим в заключение, что в настоящее время значительное внимание, в том числе и в связи с проблемой создания источников когерентного излучения, уделяется исследованиям фотонных кристаллов — photonic band gap (PBG) structures, в которых с помощью двумерных (или трехмерных) периодических структур в определенном частотном диапазоне реализуются полосы непрозрачности при любых направлениях распространения излучения. Далее путем внесения дефектов периодичности происходит формирование мод, локализованных



Рис. 4. Стационарный режим генерации: *а*, *b* — пространственные распределения амплитуд парциальных волн, *c* — распределение средней инверсии.



Рис. 5. Спектр сигнала: a — переходный режим, b — стационарный режим генерации; $L_z = 5, L_x = 2.5, \beta \hat{T}_2 = 0.1, \hat{T}_1 = 1.$

вблизи дефектов, которые могут возбуждаться активной средой [12–15]. Исследованная в данной статье двумерная брэгговская структура характеризуется малым по сравнению с PBG контрастом изменения величины диэлектрической проницаемости $\varepsilon_0 \ll 1$. В результате полная запрещенная зона не формируется, т.е. система прозрачна при любых углах падения, кроме лежащих в малой окрестности осей *x* и *z*. Однако в таких условиях, как следует из приведенного выше анализа, уже в отсутствие дефектов периодичности возникают высокодобротные моды с частотой близкой к брэгговской. Наряду с высокой селективностью достоинством двумерных брэгговских структур является то, что поля рабочих мод достаточно равномерно (см. рис. 4) распределены по всей поверхности структуры. Соответственно такая структура может быть использована для генерации когерентного излучения планарной активной средой с размерами, значительно превышающими длину волны.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 05-02-17036а.

Список литературы

- Ginzburg N.S., Peskov N.Yu., Sergeev A.S. // Opt. Comm. 1993. V. 96. N 4–6. P. 254.
- [2] Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С. // Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40. № 3. С. 401.
- [3] Ginzburg N.S., Peskov N.Yu., Sergeev A.S. et al. // Phys. Rev. E. 1999. V. 60. P. 935.
- [4] Гинзбург Н.С., Сергеев А.С., Песков Н.Ю. и др. // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. № 16. С. 8.
- [5] Песков Н.Ю., Гинзбург Н.С., Денисов Г.Г. и др. // Письма в ЖТФ. 2007.
 Т. 33. № 3. С. 46.
- [6] Konoplev I.V., McGrane P., He W. et al. // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. P. 035 002.
- [7] Yariv A. Quantum Electronics. N.Y.: J. Wiley and Sons Inc., 1975.
- [8] Андреев А.В. // УФН. 1990. Т. 160. № 12. С. 1.
- [9] Kogelnik H., Shank C.V. // J. Appl. Phys. 1972. V. 43. P. 2327.
- [10] Bratman V.L., Denisov G.G., Ginzburg N.S., Petelin M.I. // IEEE J. Quant. Electr. 1983. V. QE-19. P. 282.

- [11] Kazarinov R.F., Henry C.H. // IEEE. J. of Quant. Electr. 1985. V. QE-21. N 2.
 P. 144.
- [12] Yablonovich E., Gmitter T.J., Meade R.D. et al. // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67.
 P. 3380.
- [13] Hirayama H., Hamano T., Aoyagi Y. // Appl. Phys. Lett. 1996. V. 69. P. 791.
- [14] Yoshie T., Vuckovic J., Scherer A. et al. // Appl. Phys. Lett. 2001. V. 79. P. 4289.
- [15] Hwang J.K., Ryu H.Y., Song D.S. et al. // Appl. Phys. Lett. 2000. V. 76. P. 2982.