01;11

О термоэлектронной эмиссии нанокристаллических катодов

© С.Ш. Рехвиашвили

Кабардино-Балкарский государственный университет, Нальчик
E-mail: rsergo@mail.ru

Поступило в Редакцию 6 июня 2005 г.

Рассчитывается ток термоэлектронной эмиссии металлического катода, имеющего нанокристаллическую (фрактальную) структуру. В рамках рассмотренной модели предполагается, что термоэлектроны образуют невырожденный газ с произвольным параметром размерности, характеризующим его плотность и фрактальные свойства. Предложен способ определения фрактальной размерности по зависимости эмиссионного тока от температуры.

PACS: 61.46.Hr

Интерес к различным наноструктурным системам в последнее время значительно вырос, что связано с их уникальными физическими свойствами. Отметим, что важнейшими задачами физики наноструктур являются: развитие специфических теоретических методов; исследование квантовых и мезоскопических свойств; моделирование кинетических процессов; исследование влияния размерности на физические процессы; исследование электронных спектров и плотностей состояний; исследование поверхностей раздела и их структуры; исследования оптических и магнитных свойств. Одна из основных целей этих исследований заключается в расширении возможностей применения наноструктур в электронике.

В данной работе рассчитывается ток термоэлектронной эмиссии металлического катода, имеющего нанокристаллическую структуру. В качестве модели катода вступает потенциальный ящик, заполненный электронами. Степень заполнения определяется посредством параметра размерности для электронного газа, который, как не трудно догадаться, характеризует его плотность и фрактальные свойства. Отметим, что аналогичные соображения использовались в работе [1] при вычислении спектральной плотности фононов. Параметр размерности D для электронного газа вводится при квантовании фазового пространства. Минимальный элемент в пространстве импульсов будет составлять $(2\pi\hbar/L)^D$, где L — линейный размер катода, $\hbar$ — постоянная Планка. Отметим, что высказанное предположение всецело согласуется с традиционным подходом, согласно которому электронный газ представляется в виде волн де Бройля [2]. Введение дробной размерности в задаче квантования фазового пространства представляется возможным по следующим причинам. Во-первых, это не противоречит понятиям функции статистического распределения и объема фазового пространства как аддитивной функции. Отдельно взятые малые элементы фазового объема, оставаясь эквивалентными, характеризуются одним и тем же значением D. Иными словами, справедлива теорема Лиувилля, которая позволяет рассматривать статистические свойства системы. Во-вторых, введение дробной размерности при квантовании фазового пространства, по существу, означает выбор конкретного вида плотности состояний и, в конечном итоге, определяет лишь интеграл вероятности. Дробная размерность, вводимая при квантовании фазового пространства, не имеет прямого отношения к движению отдельной частицы по траектории в декартовом пространстве, для которой точно имеются три проекции импульса.

Таким образом, число электронов, находящихся в интервале импульсов от p до $p + dp$, равно

$$g(p)dp = \left(\frac{L}{2\pi\hbar}\right)^D dV_p = \frac{2D\pi^{D/2}}{\Gamma\left(\frac{D}{2}+1\right)} \left(\frac{L}{2\pi\hbar}\right)^D p^{D-1}dp, \qquad (1)$$

где dV_p — элемент объема в пространстве импульсов, $\Gamma(x)$ — гамма-функция Эйлера. Множитель „2“ в числителе выражения (1) учитывает наличие двух спиновых состояний. Используя (1) и распределение невырожденных электронов по скоростям $f(v)$, нетрудно получить выражение для средней скорости:

$$\langle v \rangle = \frac{\int\limits_0^\infty g(v)f(v)v\,dv}{\int\limits_0^\infty g(v)f(v)dv} = \frac{\Gamma\left(\frac{D+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{D}{2}\right)} \sqrt{\frac{2kT}{m}}, \qquad (2)$$

где m — масса электрона, k — постоянная Больцмана. Для тока электронов, падающих изнутри катода на его границу с вакуумом, имеет место известное выражение, которое в нашем случае удобно записать в следующем виде:

$$I' = \frac{qN}{L}\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}, \tag{3}$$

где N — полное число электронов, q — заряд электрона. Комбинируя (2) и (3), получаем следующее выражение:

$$I' = \frac{I_0}{2\sqrt{\pi}}\frac{\Gamma\left(\frac{D}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{D+1}{2}\right)}, \tag{4}$$

где $I_0 = qN\langle v\rangle/L$. Заметим, что при $D = 3$ из (4) получается формула $I' = I_0/4$, которая используется в классической теории термоэлектронной эмиссии [3]. Поскольку термоэлектроны являются невырожденными в широком диапазоне температур, то с учетом статистики Максвелла–Больцмана и выражения (1) ток I_0 будет равен

$$I_0 = \frac{q}{mL}\int\limits_0^\infty f(p)g(p)p\,dp$$
$$= \frac{2q}{mL\sqrt{\pi}}\frac{\Gamma\left(\frac{D+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{D}{2}\right)}\left(\frac{L}{2\pi\hbar}\right)^D (2\pi mkT)^{\frac{D+1}{2}}\exp\left(\frac{E_0}{kT}\right), \tag{5}$$

где E_0 — уровень электрохимического потенциала, отсчитанный от дна потенциального ящика. Подставляя (5) в (4) и учитывая, что $E_0 = -q\varphi$ (φ — работа выхода электрона), находим

$$I' = \frac{q}{\pi mL}\left(\frac{L}{2\pi\hbar}\right)^D (2\pi mkT)^{\frac{D+1}{2}}\exp\left(-\frac{q\varphi}{kT}\right). \tag{6}$$

Вследствие отражения на границе металл-вакуум наружу выходит только часть электронов, поэтому для результирующего эмиссионного тока имеем

$$I = (1-R)I' = \frac{q(1-R)}{\pi mL}\left(\frac{L}{2\pi\hbar}\right)^D (2\pi mkT)^{\frac{D+1}{2}}\exp\left(-\frac{q\varphi}{kT}\right), \tag{7}$$

где R — средний коэффициент отражения электронов. Формула (7) учитывает размерный эффект (т.е. зависимость от D и L) термоэлектронной эмиссии. Из (7) видно, что увеличение параметра размерности, температуры и размера катода приводит к возрастанию тока. Физически это связано с увеличением числа эмитированных электронов. Если формулу (7) при $D = 3$ разделить на площадь катода L^2, то в точности получим известную формулу Ричардсона–Дэшмана для плотности тока термоэлектронной эмиссии [3].

Рассмотренная модель предсказывает возможность одномерного электронного транспорта при термоэлектронной эмиссии. Оптимальные значения D и L для тока термоэлектронной эмиссии могут быть найдены из условия экстремума

$$\frac{dI}{dD} = 0. \tag{8}$$

Подставляя (7) в (8) и производя дифференцирование, определяем размер катода, при котором ток имеет равновесное с точки зрения геометрии катода значение:

$$L_0 = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2\pi mkT}}. \tag{9}$$

Формула (9) определяет так называемое тепловое среднее длины волны электронов; куб этой величины равен квантовому объему [4]. В качестве примера из (9) находим, что при $T = 1273\,\mathrm{K}$ линейный размер катода равен 2 nm. После подстановки (9) в (7) получаем выражение для тока

$$I = \frac{q}{\pi\hbar}(1 - R)kT \exp\left(-\frac{q\varphi}{kT}\right). \tag{10}$$

Для указанной температуры при $\varphi = 2\,\mathrm{eV}$ и $R = 0$ ток составляет 0.1 Pa. Легко заметить, что выражение (10) описывает одномерный термоэлектронный транспорт ($D = 1$), при котором отсутствует зависимость тока от размера катода, а электропроводность пропорциональна величине $q^2/\pi\hbar$. Таким образом, приходим к выводу, что при определенных размерах катода и величине температуры термоэлектронная эмиссия может являться „одномерной“.

Из проведенных расчетов следует, что измерение термоэлектронной эмиссии может стать основой еще одного способа экспериментального исследования фрактальных свойств образца. По зависимости эмиссионного тока от температуры строится прямая Ричардсона, которая в нашем случае определяется параметром размерности D. Если построить график $\lg\left(I/T^{\frac{D+1}{2}}\right)$ как функцию $5040/T$, то в соответсвии с формулой (7) и с учетом линейной температурной зависимости работы выхода электрона при некотором характерном значении D должна получиться прямая линия. Как и обычно [3], тангенс угла наклона этой прямой будет равен приведенной (ричардсоновской) работе выхода, выраженной в вольтах.

В заключение отметим, что, хотя рассмотренная модель и лишена видимых противоречий, для ее надежного подтверждения все же требуются тщательные эксперименты по измерению термоэлектронной эмиссии с нанокристаллическими, пористыми и игольчатыми катодами. Информативность этих экспериментов может быть существенно повышена за счет применения сверхвысоковакуумного сканирующего туннельного микроскопа, который позволяет измерять малые токи и получать карты распределения электронной плотности на поверхности образца с разрешением порядка единиц ангстремов.

Список литературы

[1] *Рехвиашвили С.Ш.* // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. № 22. С. 65–69.
[2] *Брандт Н.Б., Чудинов С.М.* Электроны и фононы в металлах. М.: Изд-во МГУ, 1990. С. 93–97; 233–240.
[3] *Добрецов Л.Н., Гомоюнова М.В.* Эмиссионная электроника. М.: Наука, 1966. С. 117–131.
[4] *Киттель Ч.* Статистическая термодинамика. М.: Наука, 1977. С. 136–139.