

05;08

## Волновая теория высокоскоростных режимов обработки материалов резанием

© А.Д. Гладун, О.В. Вишенкова

Московский физико-технический институт  
(государственный университет), Долгопрудный  
E-mail: gladun@mail.mipt.ru

Поступило в Редакцию 12 апреля 2004 г.

В окончательной редакции 3 августа 2004 г.

Предложена теория высокоскоростных режимов обработки материалов точением. В рамках этой теории срезаемый слой и лезвие рассматриваются как акустические резонаторы, возбуждаемые низшей антисимметричной модой Лэмба. Резонаторы связаны нелинейной контактной жесткостью. Это позволяет интерпретировать режим обработки как параметрическую колебательную систему. На основании такой интерпретации можно определить оптимальный режим обработки.

В современной металлообрабатывающей промышленности широко используются высокоскоростные режимы обработки материалов резанием. Область скоростей резания высокоскоростной обработки различна для различных материалов. Для титана, например, это область от 300 до 1200 м/мин, для стали от 300 до 1700 м/мин, а для алюминия высокоскоростной областью считается область от 2500 до 6500 м/мин. В литературе, однако, отсутствует физически ясное понимание того, что такое большая скорость резания. Большая по сравнению с чем?

В данной статье предложена волновая теория резания. В рамках этой теории срезаемый слой и лезвие рассматриваются как акустические резонаторы, накапливающие упругую энергию контактного взаимодействия. Резонаторы связаны нелинейной контактной жесткостью. Это позволяет интерпретировать процесс резания как параметрическую колебательную систему.

В рамках предложенной теории дан, по-видимому, корректный ответ на вопрос о том, что является мерой большой скорости резания.

Рассмотрим низшую антисимметричную моду Лэмба (изгибную волну) в пластинке толщиной  $2h$ , удовлетворяющей условию

$$\omega h \ll c_t,$$

где  $\omega$  — частота,  $c_t$  — скорость волн сдвига. Пластинка ограничена двумя свободными поверхностями  $x = \pm h$ . Изгибная волна малой амплитуды описывается уравнением [1]

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \frac{h^2 E}{3(1-\nu^2)} \Delta^2 \xi = 0, \quad (1)$$

где  $\xi = \xi(y, z)$  — смещение нейтральной поверхности,  $\Delta$  — двумерный оператор Лапласа,  $E$  — модуль Юнга,  $\nu$  — коэффициент Пуассона. Заметим, что

$$c_t = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}.$$

Ищем решение (1) в виде

$$\xi = \text{const} \cdot \exp\{i(\kappa z - \omega t)\}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), находим дисперсионное соотношение

$$\omega = \kappa^2 \sqrt{\frac{h^2 E}{3\rho(1-\nu)}} = hc_t \kappa^2. \quad (3)$$

Мы полагаем при этом, что

$$\sqrt{\frac{2}{3(1-\nu)}} \approx 1.$$

Таким образом, фазовую скорость изгибной моды можно представить в виде

$$v_\Phi = \sqrt{2\pi c_t f h}, \quad (4)$$

где  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ . Эта мода не имеет критической частоты и обладает дисперсией. Групповая скорость равна удвоенной фазовой скорости.

Рассмотрим простейшую обработку — точение проходным резцом. В зоне резания благодаря механическим напряжениям порядка нескольких ГПа и пластическим деформациям формируются акустические волноводы. В результате в силу конечности размеров заготовки и режущей пластины в срезаемом и режущем слоях образуются акустические

резонаторы. Характерная частота, возбуждающая изгибную волну в этих слоях, это частота  $f_0$  вращения шпинделя станка.

Толщина срезаемого слоя

$$a_1 = s \sin \varphi,$$

его ширина

$$b_1 = \frac{t}{\sin \varphi},$$

площадь поперечного сечения  $a_1 b_1 = st$ . Здесь  $s$  — подача на один оборот,  $t$  — глубина резания,  $\varphi$  — главный угол в плане. Режим резания определяется скоростью  $v$  резания, глубиной  $t$  резания и подачей  $s$ . Скорость  $v$  резания в рассматриваемом случае (главное движение станка является вращательным) равна

$$v = \pi D f_0,$$

где  $D$  — диаметр обрабатываемой заготовки. Представим формулу (4) в более удобном виде

$$v_1 = \sqrt{\pi c_{11} f_1 a_1} = \pi D \sqrt{f_1 \Omega_1}, \quad (5)$$

где

$$\Omega_1 = \frac{c_{11} a_1}{\pi D^2},$$

индексом „1“ отмечены величины, относящиеся к заготовке; индексом „2“ будем отмечать величины, относящиеся к инструменту. Частота  $\Omega_1$  является характерной частотой данного режима резания. Ее можно интерпретировать как основную собственную частоту резонатора, представленного на рис. 1. Действительно, для длины  $\lambda_1$  волны из (5) имеем

$$\lambda_1 = \pi D \sqrt{\frac{\Omega_1}{f_1}}. \quad (6)$$

Естественно предположить, что в установившемся режиме обработки имеет место соотношение

$$m \lambda_1 \approx n \pi D, \quad (7)$$

где  $m$  и  $n$  — целые числа. Подставляя (6) и (7), находим

$$f_1 = \frac{m^2}{n^2} \Omega_1. \quad (8)$$

Если  $m = n = 1$ , то  $f_1 = \Omega_1$ .

Введем в рассмотрение угловую фазовую скорость изгибной волны в срезаемом слое

$$f_{\Phi 1} = \frac{v_{\Phi 1}}{\pi D}. \quad (9)$$

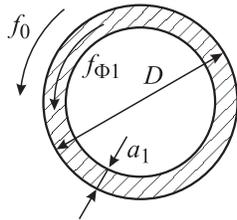


Рис. 1. Срезаемый слой как акустический резонатор.

Очевидно, что

$$f_{\Phi 1} = \sqrt{f_1 \Omega_1}. \quad (10)$$

Естественно также считать, что в установившемся режиме резания имеет место синхронизм

$$f_{\Phi 1} = f_0. \quad (11)$$

Из (8)–(11) находим

$$f_0 \approx \frac{m}{n} \Omega_1. \quad (12)$$

Соотношение (12) является условием резонанса в нелинейной системе [2]. Его частные случаи:

1.  $m = n = 1$ ; это „главный“ резонанс;
2.  $m = 1$ , т.е.  $\Omega_1 = n f_0$ ; это — резонанс на обертоном внешней частоты;
3.  $n = 1$ , т.е.  $f_0 = m \Omega_1$ ; это — резонанс на обертоном собственной частоты (дробный резонанс —  $\Omega_1 = \frac{f_0}{m}$ ).

Таким образом, реальные режимы резания характеризуются двумя целыми числами  $m$  и  $n$ . Для высокоскоростных режимов обработки

$$\Gamma \equiv \frac{f_0}{\Omega_1} \approx \frac{m}{n} > 1.$$

Длина волны

$$\lambda_1 = \pi D \frac{n}{m}.$$

Обработанная поверхность детали обладает при этом тонкой структурой в направлении подачи.

„Работающий“ слой режущей пластины также представляет собой акустический резонатор (рис. 2).

Рассмотрим сменную режущую пластину, имеющую форму параллелепипеда (рис. 3).

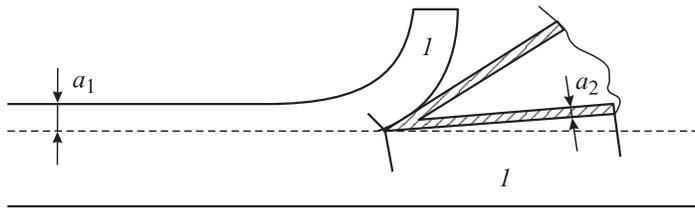


Рис. 2. „Работающий“ слой режущей пластины как акустический резонатор.

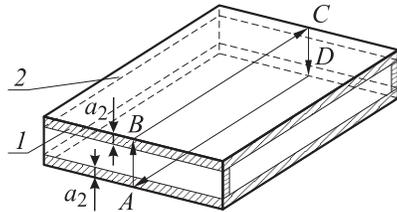


Рис. 3. Режущий слой пластины; 1 — главная режущая кромка, 2 — вспомогательная режущая кромка.

Стрелки на прямоугольнике ( $ABCD$ ) указывают направление распространения изгибной волны. Фазовая скорость волны равна

$$v_{\Phi 2} = \sqrt{2\pi c_{t2} a_2 f_2}. \quad (13)$$

Здесь индексом 2 отмечены величины, относящиеся к режущей пластине (индексом 1 мы отмечаем величины, относящиеся к заготовке);  $c_{t2}$  — скорость сдвиговых волн в материале пластины,  $a_2$  — толщина режущего слоя пластины (в нем распространяется изгибная волна);  $f_2$  — частота волны. В установившемся режиме имеем:

$$p\lambda_2 = qL, \quad (14)$$

где  $\lambda_2$  — длина волны, равная  $\sqrt{\frac{\pi c_{t2} a_2}{f_2}}$ ,  $L$  — периметр прямоугольника ( $ABCD$ ),  $p$  и  $q$  — целые числа. Отсюда находим

$$f_2 = \frac{p^2}{q^2} \frac{\pi c_{t2} a_2}{L^2}.$$

Основная собственная частота резонатора, следовательно, равна

$$\Omega_2 = \frac{\pi c_{t2} a_2}{L^2}. \quad (15)$$

Таблица 1. Режимы точения проходным резцом

№	$f_0$ , $\text{min}^{-1}$	$s$ , mm	$D$ , mm	$c_{t1}$ , km/s	$\Omega_1$ , $\text{min}^{-1}$	$\Gamma = \frac{f_0}{\Omega_1}$	$m$	$n$	$R_a$ , $\mu\text{m}$	$R_z$ , $\mu\text{m}$	$R_{\text{max}}$ , $\mu\text{m}$
1	315	0.05	70	3	408	3/4	3	4	1.67	10.59	11.16
2	<b>400</b>	0.05	70	3	408	1	1	1	1.63	9.78	10.57
3	500	0.05	70	3	408	5/4	5	4	1.53	9.05	10.57
4	630	0.05	70	3	408	3/2	3	2	1.48	8.16	9.30
5	800	0.05	70	3	408	2/1	2	1	1.35	7.57	8.90
6	315	0.075	70	3	612	1/2	1	2	2.56	12.38	14.62
7	500	0.075	70	3	612	5/6	5	6	2.22	11.94	11.27
8	<b>630</b>	0.075	70	3	612	1	1	1	1.97	11.62	12.07
9	1000	0.075	70	3	612	5/3	5	3	1.89	10.03	12.27
10	1250	0.075	70	3	612	2/1	2	1	1.93	9.63	9.88

Выделенные в таблице частоты соответствуют основному резонансу.

Таблица 2. Оценка толщины  $a_2$  режущего слоя

№	$f_0$ , Hz	$\Omega_1$ , Hz	$\Gamma$	$f_1$ , Hz	$c_{t2}$ , km/s	$L$ , mm	$k$	$l$	$a_2$ , $\mu\text{m}$
1	5.25	6.8	3/4	3.82	4.25	26.5	3	3	1.43
2	6.67	6.8	1	6.8	4.25	26.5	2	2	1.42
3	8.33	6.8	5/4	10.62	4.25	26.5	2	1	1.44
4	10.5	6.8	3/2	15.3	4.25	26.5	1	1	1.35
5	13.33	6.8	2/1	27.2	4.25	26.5	0	1	1.43
6	5.25	10.2	1/2	2.55	4.25	26.5	6	6	2.46
7	8.33	10.2	5/6	7.08	4.25	26.5	3	3	2.43
8	10.5	10.2	1	10.2	4.25	26.5	2	2	2.17
9	16.66	10.27	5/3	28.3	4.25	26.5	1	1	2.36
10	20.83	10.2	2/1	40.8	4.25	26.5	0	1	2.15

Рассмотренные акустические резонаторы взаимодействуют через нелинейную контактную жесткость. Частота  $f_0$  вращения шпинделя и частота  $f_1$ , возбуждаемая в срезаемом слое, смешиваются на нелинейной контактной жесткости — появляются комбинационные частоты  $|kf_0 + lf_1|$ , где  $k$  и  $l$  — целые положительные и отрицательные

числа. Режущий слой пластины как акустический резонатор выделяет из совокупности комбинационных частот свою собственную частоту

$$|kf_0 + lf_1| = \Omega_2$$

или

$$a_2 = \frac{L^2}{\pi c_{t2}} |kf_0 + lf_1|. \quad (16)$$

Можно предположить, что основным механизмом возникновения шероховатости обрабатываемой поверхности являются вибрации режущей кромки, обусловленные распространением изгибной волны в лезвии инструмента. Это означает, что  $a_2 \sim R_a$ , где параметр  $R_a$  характеризует обработанную поверхность ( $R_a$  — среднее арифметическое отклонение профиля поверхности).

Для проверки теории проводились специальные исследования. Исследовались 10 режимов точения проходным резцом из твердого сплава марки Т15К6 цилиндрической заготовки из стали Ст45. Глубина  $t$  резания равна 1 mm, диаметр  $D = 70$  mm. Упругие константы твердого сплава марки Т15К6:  $E = 530$  GPa,  $\rho = 11.3 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>,  $n = 0.3$  ( $c_{t2} = 4.25$  km/s). Линейный размер  $L$  режущего слоя равен 26.5 mm (рис. 3). Результаты исследования представлены в табл. 1.

Оценка толщины  $a_2$  режущего слоя проводилась по формуле (16), где

$$f_0 = \Gamma\Omega_1, \quad f_1 = \Gamma^2\Omega_1.$$

Вычисления дают  $L^2/\pi c_{t2} = 52.62 \cdot 10^{-9}$  m · s. Результаты оценки приведены в табл. 2.

Сравнивая табл. 1 и 2, можно видеть, что действительно  $a_2 \sim R_a$ .

Применение соотношений Мэнли–Роу показывает, что в системе возможны автоколебательные режимы. Механизм их возбуждения аналогичен механизму возбуждения струны скрипичным смычком: вращающаяся заготовка играет роль бесконечного смычка. Это обстоятельство может иметь решающее значение для понимания физики процесса резания и физических причин разрушения режущих пластин.

## Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1965.
- [2] Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Физматгиз, 1958.
- [3] Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р., Парыгин В.Н. Основы теории колебаний. М.: Наука, 1978.