02;06;10

Некогерентное излучение релятивистских электронов в ориентированных кристаллах

© А.Х. Хоконов, М.Х. Хоконов

Кабардино-Балкарский государственный университет, Нальчик
E-mail: khokon6@mail.ru

Поступило в Редакцию 29 июля 2004 г.

Теоретически изучена зависимость выхода некогерентного тормозного излучения (ТИ), возникающего при движении ультрарелятивистских электронов вблизи атомных цепочек кристаллов. Построена простая модель, количественно описывающая увеличение выхода ТИ за счет пространственного перераспределения каналированных электронов. Показано, что фактор усиления ТИ в толстых кристаллах пропорционален $\sim \ln z/z$, где z — толщина кристалла.

Тормозное излучение (ТИ) релятивистских электронов на отдельных атомах мишени в ориентированных кристаллах изучалось почти одновременно с первыми работами по исследованию излучения при каналировании [1]. Так, в экспериментальной работе [2] было установлено увеличение выхода некогерентного ТИ электронов с энергией 1.2 GeV, движущихся под малыми углами $\theta \sim \theta_L$ к кристаллографической оси $\langle 110 \rangle$ кристалла кремния, здесь θ_L — критический угол Линдхарда [3]. Тогда же было установлено, что увеличение выхода ТИ в ориентированном кристалле связано с эффектом пространственного перераспределения потока каналированных электронов в поле непрерывного потенциала атомной цепочки [4,5]. В более поздней экспериментальной работе [6] было показано, что увеличение выхода имеет место даже при относительно больших угловых расходимостях электронного пучка на влете $\Delta \sim \pm 1.5\theta_L$, и была изучена ориентационная зависимость эффекта.

В теоретических работах [7,8] был сделан важный вывод о том, что сечение ТИ в ориентированном кристалле σ может быть выражено через соответствующую величину в аморфном веществе σ_0 и представлено в виде $\sigma = \sigma_0 P(r)$, где $P(r)$ — нормированная на единицу функция, не зависящая от частоты фотона и определяющая зависимость сечения от расстояния электрона до атомной цепочки r. До сих пор, однако, остается открытым вопрос о зависимости выхода ТИ в ориентированном кристалле от его толщины и о теоретическом описании ориентационной зависимости эффекта. Этим вопросам посвящена данная работа.

Для наших целей достаточно предположить гауссовский характер зависимости выхода ТИ от расстояния до атомной цепочки $P(r)$ со среднеквадратичным отклонением, равным амплитуде тепловых колебаний атомов кристалла. Справедливость такого предположения детально проанализирована в работе [7], где дается строгое рассмотрение зависимости сечения ТИ при аксиальном каналировании от прицельного параметра методом виртуальных фотонов и приводится сравнение с результатами других авторов.

Предположение о гауссовском характере функции $P(r)$, а также предположение о равномерном пространственном распределении электронов внутри доступной им поперечной области [4] сводятся к тому, что сечение некогерентного ТИ каналированного электрона с поперечной энергией ε будет $\sigma = \sigma_0 S_0/S(\varepsilon)$, где $S_0 = 1/Nd$ — поперечная площадь, приходящаяся на одну атомную цепочку, N — число атомов в единице объема кристалла, d — расстояние между соседними атомами в цепочке вдоль выбранного направления, $S(\varepsilon)$ — поперечная доступная электрону площадь.

Вместо сечения излучения σ будем пользоваться величиной $\nu = N\sigma$, которая имеет смысл вероятности излучения на единице длины. Тогда для электронов с поперечной энергией ε сечение некогерентного излучения на единице длины пути будет

$$\nu(\varepsilon) = \frac{S_0}{S(\varepsilon)}\,\nu_0, \tag{1}$$

где $\nu_0 = N\sigma_0$, σ_0 — сечение тормозного излучения в аморфном веществе. Таким образом, увеличение выхода тормозного излучения в ориентированном кристалле по сравнению с аморфной средой связано с тем, что электрон с поперечной энергией ε испытывает в $S_0/S(\varepsilon)$ раз больше индивидуальных столкновений с атомами среды, чем электрон в аморфной среде. Это отношение сильно зависит от поперечной энергии и равно примерно 30–40 при $\varepsilon \sim -0.5U$, где U — абсолютная величина глубины потенциального барьера аксиального канала в кристалле.

Величину (1) следует усреднить по функции распределения по поперечным энергиям на данной глубине $F(\varepsilon, z)$:

$$\nu(z) = \nu_0 S_0 \int\limits_{-U}^{\infty} \frac{F(\varepsilon, z)}{S(\varepsilon)}\, d\varepsilon. \tag{2}$$

Электроны с отрицательными значениями поперечной энергии $-U < \varepsilon < 0$ являются каналированными, т. е. их поперечные траектории финитны. Число каналированных электронов на глубине z есть

$$N_c(z) = \int\limits_{-U}^{0} F(\varepsilon, z)\, d\varepsilon, \tag{3}$$

а доля квазиканалированных электронов с $\varepsilon > 0$ будет $N_q = 1 - N_c$. Функция распределения $F(\varepsilon, z)$ нормирована на единицу на интервале $-U < \varepsilon < \infty$.

Усиление выхода фотонов в ориентированном кристалле по сравнению с аморфным веществом будет характеризоваться отношением ν/ν_0. Для фиксированной глубины кристалла z имеет, согласно (2):

$$\frac{\nu(z)}{\nu_0} = S_0 \int\limits_{-U}^{0} \frac{F(\varepsilon, z)}{S(\varepsilon)}\, d\varepsilon + N_q(z), \tag{4}$$

где учтено, что для квазиканалированных электронов доступна вся поперечная плоскость $S(\varepsilon) = S_0$ $(\varepsilon > 0)$.

В условиях статистического равновесия в поперечном фазовом пространстве функция распределения по поперечным энергиям связана с функцией распределения в фазовом пространстве $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, z)$ соотношением (см., например, [9])

$$df(\mathbf{r}, \mathbf{p}, z) = \frac{F\left[\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}), z\right]}{2\pi m S\left[\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p})\right]}\, d\mathbf{r}\, d\mathbf{p}, \tag{5}$$

где $\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathbf{p}^2/2m + U(\mathbf{r})$, $\mathbf{r}$ и $\mathbf{p}$ — поперечные координата и импульс электрона, $m = m_0\gamma$, $\gamma = E/m_0c^2$ — лоренц-фактор электрона с энергией E, m_0 — масса покоя электрона, $U(\mathbf{r})$ — непрерывный потенциал атомной цепочки.

Важным для дальнейшего рассмотрения обстоятельством является то, что функция $f(\varepsilon, z)$ имеет сравнительно простой вид. В частности, в первом приближении можно считать, что электроны распределены равномерно по поперечным энергиям в фазовом пространстве [10], т. е. $f(\varepsilon, z) = \alpha(z)$, где $\varepsilon < \varepsilon_m(z)$. Максимальное значение поперечной энергии $\varepsilon_m(z)$ определяется многократным рассеянием электронов на атомах вещества и условиями начального влета их в кристалл. Тогда, согласно (5), получаем $F(\varepsilon, z) = 2\pi m\alpha(z)S(\varepsilon)$, так что число электронов в канале будет $N_c(z) = 2\pi m\alpha(z)\varepsilon_0 S_0$, где ε_0 есть некоторая характерная поперечная энергия электрона в канале

$$\varepsilon_0 = S_0^{-1} \int\limits_{-U}^{0} S(\varepsilon)\, d\varepsilon. \tag{6}$$

Используя условие нормировки для $F(\varepsilon, z)$ на интервале $-U < \varepsilon < \varepsilon_m(z)$, для числа электронов в канале на глубине z получаем

$$N_c(z) = \varepsilon_0 \Big/ \big[\varepsilon_0 + \varepsilon_m(z)\big]. \tag{7}$$

Если ось пучка электронов с угловой расходимостью Δ ориентирована вдоль оси кристалла, то

$$\varepsilon_m(z) = \frac{E\Delta^2}{2} + \frac{E}{2}\left(\frac{\delta\theta^2}{\delta z}\right)_R z. \tag{8}$$

Второе слагаемое в (8) связано с увеличением поперечной энергии за счет многократного рассеяния [5]. Величина $(\delta\theta^2/\delta z)_R$ определяет среднеквадратичный угол многократного рассеяния в аморфной среде (см., например, [5]). Выражения (7) и (8) отличаются от соответствующих формул работы [10] тем, что они учитывают начальную угловую расходимость пучка электронов на влете в канал.

Выход излучения из кристалла с толщиной z определяется интегралом от соотношения (4) по толщине z. Тогда, с учетом сказанного выше, приходим к следующему выражению для фактора, определяющего увеличение выхода некогерентного тормозного излучения в ориентированном кристалле по сравнению с аморфной средой:

$$\eta(z) = 1 + N_{eff}(z)(U/\varepsilon_0 - 1), \tag{9}$$

где $N_{eff}(z)$ есть эффективное число электронов в кристалле с толщиной z:

$$N_{eff}(z) = \frac{1}{z}\int\limits_0^z N_c(z')\, dz', \tag{10}$$

где смысл интеграла в (10) в том, что он определяет характерную длину каналирования $L_{eff}(z)$ [11] электронов в кристалле.

Величина увеличения выхода некогерентного ТИ в ориентированном кристалле $\eta(z)$ определяется, таким образом, эффективным числом электронов в канале $N_{eff}(z)$, которое, в свою очередь, зависит от начального угла влета электронов в канал и от их угловой расходимости. Согласно (9) и (10), при больших z величина $N_{eff}(z)$ падает медленнее, чем по закону $\sim 1/z$, а именно $N_{eff}(z) \sim \ln z/z$, $z \to \infty$. Таким образом, эффект усиления выхода ТИ в кристаллах может иметь место даже при очень больших толщинах $z \gg z_c$, $z_c = \theta_L^2/(\delta\theta^2/\delta z)_R$ — характерная длина деканалирования.

Фактор $U/\varepsilon_0 - 1$ в (9) слабо зависит от типа кристалла. В частности, для кремния $\langle 110 \rangle$ он равен 11.6. Для электронов с энергией 1.2 GeV в этом же кристалле с толщиной $500\,\mu$m ($z_c \approx 53\,\mu$m) эффективная длина каналирования, согласно (7) и (10), $L_{eff} \approx 9\,\mu$m, а эффективное число электронов в канале $N_{eff} \approx 0.018$ (для начальной расходимости пучка $\Delta = \pm 1.3\theta_L$). Тогда, для фактора усиления ТИ (9) получаем $\eta \approx 1.2$. Это в точности соответствует результатам экспериментальной работы [6].

Формулы (7), (9) и (10) легко обобщаются на случай более точного выбора функции распределения по поперечным энергиям в фазовом пространстве. Можно выбрать, например, каноническое распределение $f(\varepsilon, z) \sim \exp(-\beta\varepsilon)$. Это, однако, не дает больших преимуществ с точки зрения прояснения физики вопроса. Отметим, что формула (7) несколько завышает результат для числа электронов в канале при $z \ll z_c$ по сравнению с результатами численного моделирования [10] и, наоборот, несколько занижает при $z \gg z_c$. Тем не менее предложенная простая модель вполне удовлетворительно количественно описывает характер зависимости выхода некогерентного ТИ от толщины кристалла.

Список литературы

[1] *Kumakhov M.A.* // Phys. Lett. A. 1976. V. 57. P. 17–18.
[2] *Бочек Г.Л., Гришаев И.А., Коваленко Г.Д.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. С. 380–383.
[3] *Lindhard J.* // Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 1965. V. 34. N 14. P. 1–64.
[4] *Кумахов М.А.* // УФН. 1975. Т. 115. С. 427–464.
[5] *Белошитский В.В., Кумахов М.А.* // ЖЭТФ. 1982. Т. 82. С. 462–472.
[6] *Endo I., Monaka T., Sakaguchi A.* et al. // Phys. Lett. A. 1990. V. 146. P. 150–154.

[7] *Nitta H., Shimizu K., Ohtsuki Y.H.* // Rad. Eff. and Def. in Solids. 1991. V. 122–123. P. 383–392.
[8] *Sorensen A.* // Relativistic Channeling / Ed. Carrigan R.A. Jr. and Ellison J.A. New York: Plenum, 1987. P. 331–337.
[9] *Хоконов М.Х.* // ЖЭТФ. 1993. Т. 103. С. 1723–1741.
[10] *Хоконов М.Х.* // ЖТФ. 1994. Т. 64. С. 181–183.
[11] *Kumakhov M.A.* // Phys. Lett. A. 1990. V. 145. P. 195–196.