

08

О возможности определения характеристик внутренних волн по данным распределения времен прихода лучей в подводном звуковом канале в условиях хаоса

© Д.В. Макаров, М.Ю. Улейский, С.В. Пранц

Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева РАН,
Владивосток
E-mail: prants@poi.dvo.ru

Поступило в Редакцию 25 декабря 2002 г.

Продемонстрирован простейший механизм формирования кластерной структуры временного фронта звукового сигнала, распространяющегося в неоднородном подводном звуковом канале в условиях лучевого хаоса. Показана связь кластерной структуры со структурой фазового пространства, что делает принципиально возможным определение характеристик неоднородности среды по виду временного фронта. На частном примере периодического возмущения скорости звука, вызванного внутренней волной, вычислен период неоднородности.

Методы акустической томографии океана используются для получения дистанционной информации о динамике, структуре и гидрологических характеристиках водных масс и их пространственно-временной изменчивости в реальном масштабе времени [1,2]. При распространении звука на больших расстояниях одним из методов мониторинга среды является анализ времен прихода сигналов. Однако интенсивные теоретические и численные исследования последнего десятилетия показали, что продольные вариации скорости звука, вызванные внутренними волнами или мезомасштабными структурами, приводят к хаотизации времен прихода звуковых сигналов, даже если эти вариации абсолютно детерминированы (периодические, в простейшем случае). В приближении геометрической акустики речь идет о лучевом хаосе, т.е. экспоненциальной чувствительности траекторий лучей к малым изменениям начальных условий (глубина источника и угол испуска-

ния), типичной для нелинейных уравнений движения лучей, имеющих гамильтонову форму. Обусловленное лучевым хаосом распыление временного фронта звукового сигнала стало одним из главных препятствий для получения дистанционной информации о состоянии океанической среды. Тем не менее в работах [3,4] был выявлен эффект группирования лучей по временам их прихода — образование кластеров. Характерный интервал времен прихода каждого кластера соответствует определенному интервалу по переменной действия луча, т.е. кластеризация происходит и в фазовом пространстве системы. Образование кластеров позволяет объяснить эффект устойчивости ранней части принимаемого сигнала, обнаруженный экспериментально и являющийся несколько неожиданным с точки зрения теории динамического хаоса.

В этой работе, на примере двух моделей с реалистическими профилями скорости звука и периодическим возмущением, мы демонстрируем механизм образования кластеров, основанный на структуризации фазового пространства под воздействием возмущения. Наличие связи между структурой временного фронта и структурой фазового пространства позволяет нам, в частном случае, определить период возмущения по виду распределения лучей по временам прихода. Рассмотрим двумерную модель глубокого океана, состоящую из независимого от текущей продольной координаты луча r характерного профиля скорости звука $c(z)$ и малой, зависящей от r добавки $\delta c(z, r)$. В параксиальном приближении, т.е. при малых углах скольжения, распространение звуковых лучей описывается гамильтонианом

$$H = \frac{1}{2} p^2 + \frac{\Delta c(z)}{c_0} + \frac{\delta c(z, r)}{c_0} - 1, \quad (1)$$

где $p = dz/dr = \operatorname{tg} \phi$, z — глубина, ϕ — угол скольжения луча, c_0 — скорость звука на некоторой глубине, $\Delta c(z) = c(z) - c_0$. Траектория луча в подводном звуковом канале определяется уравнениями Гамильтона $dz/dr = \partial H / \partial p$, $dp/dr = -\partial H / \partial z$. В результате рефракции траектория луча является периодической с длиной пространственного цикла луча $D = 2\pi dI/dH$, где $I = \frac{1}{2\pi} \oint pdz$ — переменная действия. Время прихода луча в точку с координатой R в однородном волноводе, при условии достаточно большой длины трассы ($R/D \gg 1$) вычисляется по формуле

$$t = \frac{R}{c_0} \left[2\pi \frac{I(D)}{D} - H(D) \right]. \quad (2)$$

Для точечного источника с учетом паракиального приближения можно записать

$$\rho(t, R) = F(t, R) \frac{dp_0(t)}{dt}. \quad (3)$$

Функция $F(t, R)$ описывает влияние пространственной неоднородности скорости звука на распределение лучей по временам прихода. Вид ее определяется структурой фазового пространства возмущенной системы. В частности, если пространственная неоднородность является периодической, то в фазовом пространстве системы появляются зоны устойчивости, соответствующие так называемым „островам“. Наличие „островов“ обусловлено явлением нелинейного резонанса [5,6], определяемого условием $lD_{res} = m\lambda$, где l, m — целые числа. Лучи, принадлежащие „островам“, локализованы внутри них, и для них мы можем записать $\lim_{R \rightarrow \infty} \bar{D}(R) = D_{res}$, где черта означает усреднение по r . Соответственно для времен прихода таких лучей получаем $\lim_{R \rightarrow \infty} t(R) = t_{res}$, где $t_{res} = t(D_{res})$ определяется с помощью соотношения (2). Если размер „острова“ достаточно велик, то лучи, принадлежащие ему, формируют пик функции $F(t, R)$, соответствующий t_{res} . Таких пиков может быть несколько, и наибольшую амплитуду имеют те из них, которые соответствуют резонансам с малыми значениями m при $l = 1$. Таким образом, если мы наблюдаем, как минимум, два отчетливых и близких по амплитуде пика функции $F(t, R)$, то, вычисляя для каждого из них D_{res} , используя (2) и учитывая резонансное условие, мы можем определить период неоднородности $\lambda \simeq D_{res}(t_1)D_{res}(t_2)$.

Рассмотрим невозмущенный профиль скорости звука, введенный в нашей работе [6], и периодическое возмущение

$$c(z, r) = c_0 \left[1 - \frac{\beta^2}{2} (1 - e^{-az})(e^{-az} - \gamma) + \mu \frac{z}{B} e^{-2z/B} \cos \frac{2\pi r}{\lambda} \right], \quad 0 \leq z \leq h, \quad (4)$$

где $\gamma = \exp(-ah)$, h — нижняя граница подводного звукового канала, λ — период неоднородности. Для численных расчетов выбраны следующие значения параметров: $c_0 = 1500$ м/с, $a = 1$ км⁻¹, $h = 2.5$ км, $\beta = 0.3$, $\lambda = 10$ км, $\mu = 0.005$, $B = 1$ км. В отсутствие возмущения

($\mu = 0$) для профиля (4) длина цикла луча (в километрах) равна

$$D(t) = \frac{2\pi}{a} \left(\beta \frac{1+\gamma}{2} - \sqrt{\frac{\beta^2}{4}(1-\gamma)^2 + 2 - \frac{2c_0 t}{R}} \right)^{-1}, \quad (5)$$

где принято положительное значение корня. На рис. 1, *a* изображены временной фронт и соответствующая ему функция $F(t, R)$ при $R = 5000$ km для модели (4). Наблюдаются локальные сгущения точек временного фронта в окрестности $t_1 \simeq 3359.5$ s и $t_2 \simeq 3362.7$ s. Этим сгущениям соответствуют пики функции $F(t, R)$ (рис. 1, *b*). На основе полученных данных находим период $\lambda \simeq 10.1$ km, т.е. величина относительной погрешности составляет порядка одного процента. Заметим, что на рис. 1, *b* наблюдается еще один пик. Он соответствует $D_{res} \simeq 55$ km, т.е. резонансу с $l = 2$, $m = 11$.

Рассмотрим также модель канонического подводного звукового канала Манка (Munk) с периодическим возмущением

$$c(z, r) = c_0 \left[1 + \epsilon(\eta - 1 + e^{-\eta}) + \mu \frac{z}{B} e^{-2z/B} \cos \frac{2\pi r}{\lambda} \right]. \quad (6)$$

Здесь $\epsilon = 0.0057$ — константа, η — безразмерная глубина, определяемая как $\eta = 2(z - z_a)/B$, где $z_a = 1$ km. Был произведен численный расчет временного фронта на расстоянии $R = 2000$ km при значении $\lambda = 5$ km (для остальных параметров были выбраны те же значения, что и в предыдущем случае). Результаты приведены на рис. 2. Отметим наличие двух четких пиков функции $F(t, R)$. Левый пик при $t_1 = 1329.9$ s соответствует $D_{res}(t_1) \simeq 55$ km (связь между D и t для профиля Манка была получена численно с помощью формулы (2)), правый пик при $t_2 = 1331.8$ s соответствует $D_{res}(t_2) \simeq 50$ km. Таким образом, и для профиля Манка разность между значениями D_{res} дает нам период пространственной неоднородности.

Итак, мы продемонстрировали простейший механизм образования лучевых кластеров, обусловленный наличием зон локализации в фазовом пространстве системы. Поскольку структура фазового пространства, и в частности расположение зон локализации в нем, напрямую зависит от свойств возмущения, появляется принципиальная возможность на основании анализа кластерной структуры временного фронта звукового сигнала определить характеристики пространственных вариаций скорости звука. В частном случае периодического возмущения

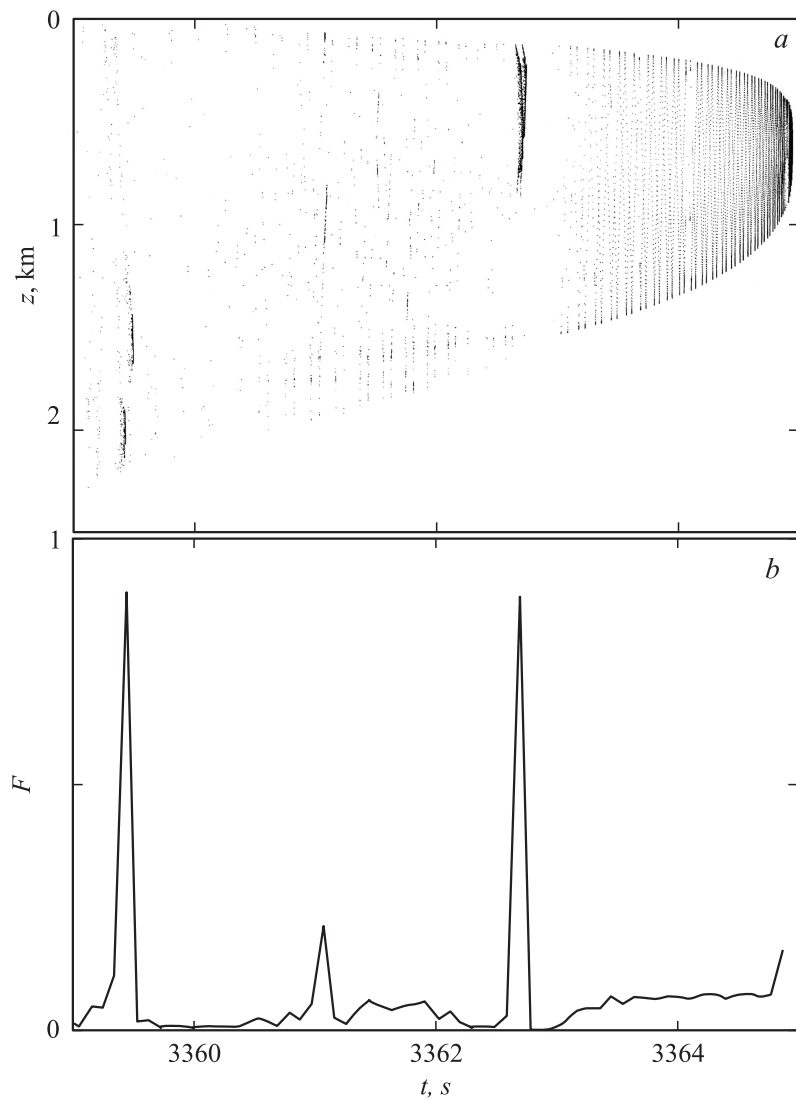


Рис. 1. *a* — временной фронт на расстоянии $R = 5000$ km от источника для профиля скорости звука (4) и *b* — соответствующая нормированная функция распределения лучей по временам их прихода.

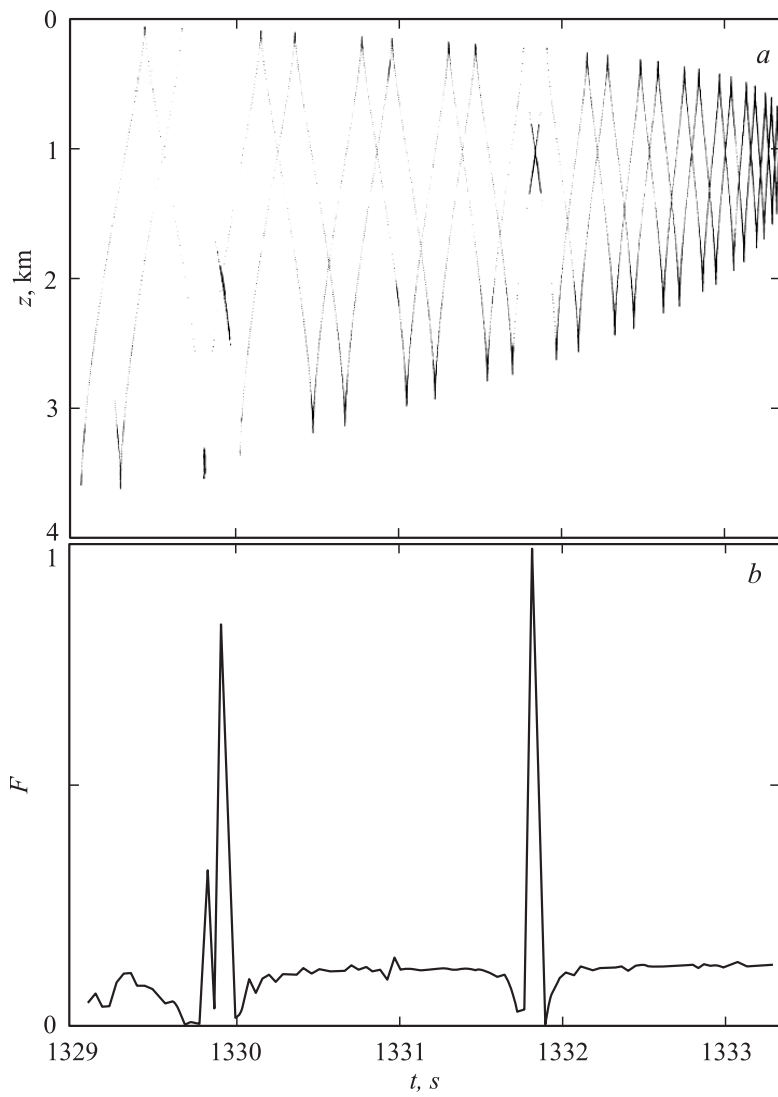


Рис. 2. *a* — временной фронт на расстоянии $R = 2000$ km от источника для профиля Манка и *b* — соответствующая нормированная функция распределения лучей по временам их прихода.

структура временного фронта допускает определение периода вариаций скорости звука. В более широком контексте рассмотренный механизм обусловлен неоднородностью фазового пространства, что допускает обобщение его действия на более широкий класс возмущений, в том числе и на возмущения, вызванные внутренними волнами со сплошным спектром. Поскольку временные фронты и функции распределения лучей по временам прихода являются измеримыми характеристиками звукового поля, то возможность выявления характеристик вариаций скорости по результатам таких измерений представляет интерес с точки зрения как акустической томографии океана на больших расстояниях, так и общей теории распространения волн в неоднородных средах.

Работа выполнена при поддержке ФЦП „Исследование природы Мирового океана“ (проект 4.1.2 „Моделирование изменчивости гидрофизических полей“) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект 02-02-06841).

Список литературы

- [1] *Munk W.H., Wunsch C.* // Deep-Sea Res. 1979. V. 26A. P. 123–161.
- [2] *Акуличев В.А., Безответных В.В., Каменев С.И.* и др. // Докл. АН. 2001. Т. 381. № 2. С. 243–246.
- [3] *Tappert F.D., Xin Tang* // J. Acoust. Soc. Am. 1996. V. 99. N 1. P. 185–195.
- [4] *Virovlyansky A.L.* // 2001. e-print archive nlin. CD/0012015.
- [5] *Абдуллаев С.С., Заславский Г.М.* // УФН. 1991. Т. 161. № 8. С. 1–43. [Sov. Phys. Usp. 1991. V. 34. N 8. P. 645–664].
- [6] *Макаров Д.В., Пранц С.В., Улейский М.Ю.* // Докл. АН. 2002. Т. 382. № 3. С. 394–396.