

05.4

Особенности резистивного перехода фрактальных сверхпроводящих структур

© Ю.И. Кузьмин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург
С.-Петербургский государственный электротехнический университет
E-mail: yurk@mail.ioffe.ru, iourk@yandex.ru

Поступило в Редакцию 24 декабря 2002 г.

Рассматривается влияние фрактальных кластеров нормальной фазы на вольт-амперные характеристики перколяционного сверхпроводника в области резистивного перехода. Кластеры представляют собой группы столбчатых дефектов, наличие которых приводит к существованию коррелированного микроскопического беспорядка в системе. Получены зависимости статического и динамического сопротивления от транспортного тока для произвольной фрактальной размерности границ кластеров. В рассматриваемом случае в сверхпроводящей системе реализуется смешанное состояние типа вихревого стекла.

Фрактальные сверхпроводящие структуры обладают рядом необычных магнитных и транспортных свойств [1–3]. Наибольший интерес представляет возможность усиления пиннинга за счет захвата магнитного потока в кластерах нормальной фазы с фрактальными границами [4–6]. Изучение особенностей вольт-амперных характеристик в области резистивного перехода позволяет получить новую информацию о природе вихревого состояния в подобных системах.

Постановка задачи подробно описана в работах [1,2]. Рассматривается сверхпроводник, содержащий фрагменты нормальной фазы столбчатой формы, представляющие собой либо включения иного химического состава, либо области с пониженным значением сверхпроводящего параметра порядка. Подобные столбчатые дефекты могут быть сформированы в процессе роста пленки, а также при облучении тяжелыми ионами [7,8]. Столбчатые дефекты способны вызывать значительно более интенсивный пиннинг, чем, например, точечные дефекты, поскольку по своей топологии они в наибольшей степени соответствуют структуре вихрей [9,10]. Наличие столбчатых дефектов в сверхпро-

воднике приводит, с одной стороны, к усилению необратимого намагничивания и, с другой стороны, подавляет крип магнитного потока, позволяя достичь значений критического тока вплоть до величины тока распаривания [11,12].

После охлаждения образца в магнитном поле до температуры ниже критической магнитный поток захватывается в изолированных друг от друга кластерах нормальной фазы. При пропускании транспортного тока в направлении, перпендикулярном ориентации магнитного поля, он будет суммироваться с незатухающими сверхпроводящими токами, которые циркулируют вокруг кластеров нормальной фазы и поддерживают неизменным распределение захваченного магнитного потока. Под кластером подразумевается множество столбчатых дефектов, объединенных общим захваченным потоком и окруженных сверхпроводящей фазой. Поскольку распределение захваченного магнитного потока является двумерным, мы будем рассматривать поперечные сечения протяженных объектов, которыми являются кластеры, плоскостью, в которой течет транспортный ток. Как впервые было установлено в работе [1], кластеры нормальной фазы могут иметь фрактальные границы, и это их свойство оказывает существенное влияние на динамику захваченного магнитного потока [2,4,6]. Далее будет рассматриваться случай, когда характерные размеры кластеров нормальной фазы существенно превосходят как длину когерентности, так и глубину проникновения. Такое предположение хорошо согласуется с имеющимися данными по кластерной структуре пленок высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) на основе YBCO [1,2], а также позволяет в наибольшей степени подчеркнуть роль, которую играют границы кластеров в захвате магнитного потока.

Будем считать, что в плоскости, в которой протекает электрический ток, сформирован перколяционный сверхпроводящий кластер. Такая структура обеспечивает эффективный пиннинг, поскольку магнитный поток захвачен в конечных кластерах нормальной фазы. При увеличении транспортного тока наступит момент, когда начнется срыв вихрей с тех кластеров, у которых сила пиннинга меньше силы Лоренца, создаваемой током. При постепенном увеличении транспортного тока вихри будут в первую очередь срываться с кластеров, обладающих меньшей силой пиннинга и соответственно меньшим критическим током. При этом вихри будут пересекать сверхпроводящее пространство по слабым связям, соединяющим между собой кластеры нормальной фазы

и играющим роль каналов для транспорта магнитного потока. Такие слабые связи особенно легко образуются на различных структурных дефектах в ВТСП, для которых характерна малая длина когерентности. Дефекты, которые при большой длине когерентности могли бы вызвать лишь дополнительное рассеяние, в ВТСП создают слабые связи. Движение вихрей, сорванных с центров пиннинга, приводит к появлению электрического напряжения на образце, и он переходит в резистивное состояние. Каждый кластер имеет индивидуальную конфигурацию слабых связей и дает свой вклад в суммарное статистическое распределение критических токов. Критический ток кластера пропорционален силе пиннинга и равен току, при котором магнитный поток перестает удерживаться кластером нормальной фазы. Различные варианты распределений критических токов для кластеров с фрактальными границами, наиболее общим из которых является гамма-распределение, рассмотрены в работах [3,4,6,13]. Дальнейшее изложение будет ограничено наиболее важным в практическом отношении случаем экспоненциально-гиперболического распределения критических токов

$$f(i) = \frac{2C}{D} i^{-\frac{2}{D}-1} \exp\left(-Ci^{-\frac{2}{D}}\right), \quad (1)$$

которое реализуется в пленочных структурах на основе YBCO с экспоненциальным распределением площадей кластеров [1,2]. В формуле (1) использованы следующие обозначения: $i \equiv I/I_c$ — безразмерный электрический ток, нормированный относительно критического тока перехода в резистивное состояние $I_c \equiv \alpha(C\bar{A})^{-D/2}$; I — транспортный ток, D — фрактальная размерность границы кластера, $C \equiv ((2+D)/2)^{2/D+1}$ — константа, зависящая от фрактальной размерности, \bar{A} — средняя площадь кластера, α — фактор формы кластера. Фрактальная размерность определяет масштабно-инвариантное соотношение между периметром P и площадью A кластера нормальной фазы $P^{1/D} \propto A^{1/2}$, которое согласуется с обобщенной теоремой Эвклида (для подобных фигур отношения соответствующих мер равны, когда они приведены к одной и той же размерности) [14]. Для евклидовых кластеров фрактальная размерность совпадает с топологической размерностью линии: $D = 1$; для фрактальных — строго превосходит топологическую размерность ($D > 1$), достигая максимума ($D = 2$) для кластеров с максимальной степенью фрактальности. Фрактал является объектом с дробной размерностью, которая в данном случае отражает высокую

степень „изрезанности“ границ кластера [14]. Отметим, что плотность вероятности для экспоненциально-гиперболического распределения (1) точно обращается в нуль при $i = 0$, т.е. в нем полностью отсутствует вклад от отрицательных и нулевых токов. Это позволяет избежать искусственного допущения о существовании вихревой жидкости, для которой из-за наличия свободных вихрей сопротивление при отсутствии транспортного тока конечно: $r(i \rightarrow 0) \neq 0$, как это делается, например, при использовании нормального распределения критических токов [15].

Напряжение, возникающее на сверхпроводнике в резистивном состоянии, является интегральным откликом всех кластеров на воздействие транспортного тока:

$$u = r_f \int_0^i (i - i') f(i') di', \quad (2)$$

где u — безразмерное напряжение, r_f — безразмерное сопротивление течения потока.

Используя интеграл свертки вида (2), можно найти вольт-амперные характеристики фрактальных сверхпроводящих структур для произвольной фрактальной размерности, а также получить зависимости сопротивления от транспортного тока. Резистивные характеристики дают важную информацию о природе вихревого состояния в сверхпроводящей системе. При этом стандартными параметрами являются сопротивление постоянному току (статическое) $r \equiv u/i$ и дифференциальное сопротивление (динамическое) $r_d \equiv du/di$. Соответствующие размерные величины R и R_d могут быть вычислены по формулам: $R = rR_f/r_f$ и $R_d = r_dR_f/r_f$, где R_f — размерное сопротивление течения потока.

Для экспоненциально-гиперболического распределения критических токов вида (1) выражения для сопротивлений сверхпроводника с фрактальными кластерами нормальной фазы имеют вид:

$$r = r_f \left[\exp\left(-Ci^{-\frac{2}{b}}\right) - \frac{C^{\frac{b}{2}}}{i} \Gamma\left(1 - \frac{D}{2}, Ci^{-\frac{2}{b}}\right) \right], \quad (3)$$

$$r_d = r_f \exp\left(-Ci^{-\frac{2}{b}}\right), \quad (4)$$

где $\Gamma(\nu, z)$ — дополнительная неполная гамма-функция.

В предельных случаях евклидовых кластеров ($D = 1$) и кластеров с максимально фрактальными границами ($D = 2$) формулы (3), (4) упрощаются:

$$D = 1: \quad r = r_f \left[\exp\left(-\frac{3.375}{i^2}\right) - \frac{\sqrt{3.375\pi}}{i} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{3.375}}{i}\right) \right],$$

$$r_d = r_f \exp\left(-\frac{3.375}{i^2}\right),$$

где $\operatorname{erfc}(z)$ — дополнительная функция ошибок,

$$D = 2: \quad r = r_f \left[\exp\left(-\frac{4}{i}\right) + \frac{4}{i} Ei\left(-\frac{4}{i}\right) \right],$$

$$r_d = r_f \exp\left(-\frac{4}{i}\right),$$

где $Ei(z)$ — интегральная показательная функция.

На рис. 1 представлены зависимости сопротивления постоянному току для сверхпроводника с фрактальными кластерами нормальной фазы. Кривые, построенные для случаев евклидовых кластеров ($D = 1$) и кластеров с максимально фрактальными границами ($D = 2$), ограничивают область, в которой лежат резистивные характеристики для произвольной фрактальной размерности. В качестве примера на том же рисунке показан график для фрактальной размерности $D = 1.44$, найденной в результате геометрико-вероятностного анализа электронных микрофотографий сверхпроводящих пленочных структур на основе YBCO [1]. Представленная на рис. 1 зависимость сопротивления от тока имеет вид, характерный для вихревого стекла: в двойном логарифмическом масштабе график имеет выпуклую форму, и сопротивление стремится к нулю при уменьшении транспортного тока ($r(i \rightarrow 0) \rightarrow 0$), что обусловлено подавлением крипа магнитного потока [15,16]. Вихревое стекло представляет собой упорядоченное множество вихрей, в котором отсутствует дальнедействующий порядок. Между тем конфигурация вихрей является стабильной во времени, и для нее может быть определен параметр порядка стеклообразного состояния [17,18]. На $H-T$ фазовой диаграмме смешанное состояние типа вихревого стекла существует ниже линии необратимого намагничивания. Пунктир

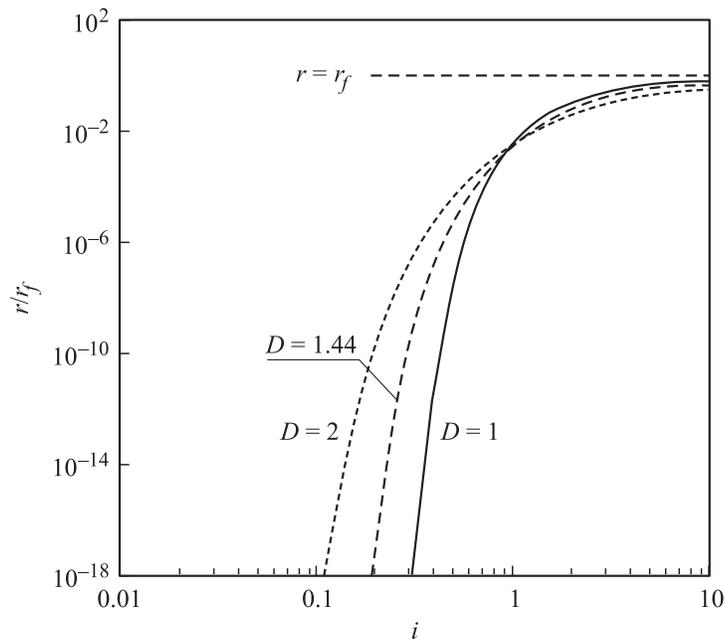


Рис. 1. Зависимость сопротивления постоянному току для сверхпроводника с фрактальными кластерами нормальной фазы от транспортного тока. Горизонтальная пунктирная линия $r = r_f$ в верхней части графика соответствует вязкому течению магнитного потока.

в правой верхней части графика соответствует режиму вязкого течения потока ($r = r_f = \text{const}$), который достигается лишь асимптотически.

Поскольку вольт-амперная характеристика (2) фрактальной сверхпроводящей структуры нелинейна, сопротивление постоянному току (3) не является постоянной величиной, а зависит от транспортного тока. В подобной ситуации полезно знать такой малосигнальный параметр, как дифференциальное сопротивление сверхпроводника, задаваемое наклоном вольт-амперной характеристики.

График зависимости дифференциального сопротивления от транспортного тока качественно аналогичен представленной на рис. 1 зависимости сопротивления постоянному току. Отличия показаны на рис. 2. С ростом фрактальной размерности разница между этими

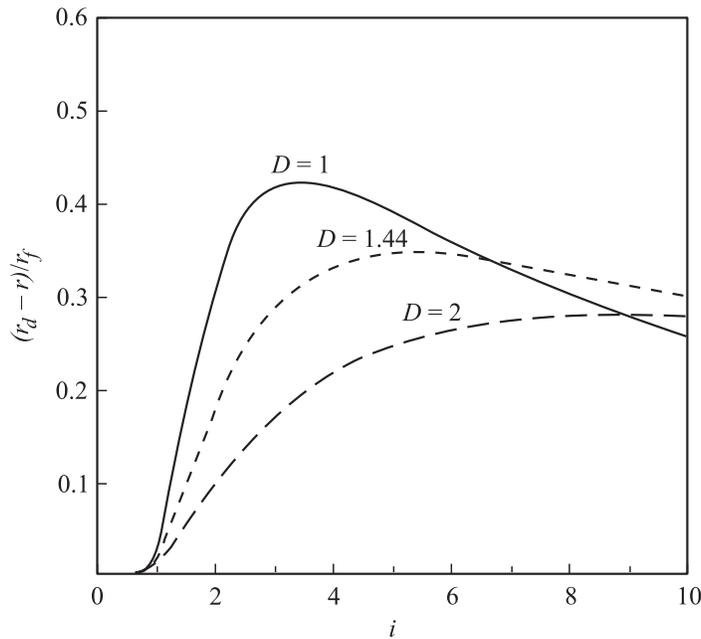


Рис. 2. Сравнительная характеристика сопротивления постоянному току и дифференциального сопротивления сверхпроводника с фрактальными кластерами нормальной фазы для различных значений фрактальной размерности.

двумя параметрами несколько уменьшается, но различие проявляется в значительно более широком диапазоне транспортных токов. Последнее свойство обусловлено тем, что при увеличении фрактальной размерности экспоненциально-гиперболическое распределение критических токов (1) расплывается, сдвигаясь в сторону их больших значений [2,13].

Дифференциальное сопротивление определяется плотностью вихрей

$$n = \frac{B}{\Phi_0} \int_0^i f(i') di' = \frac{B}{\Phi_0} \exp\left(-Ci^{-\frac{2}{D}}\right), \quad (5)$$

сорванных с центров пиннинга транспортным током i , где B — магнитное поле, $\Phi_0 \equiv hc/(2e)$ — квант магнитного потока, h —

константа Планка, c — скорость света, e — заряд электрона. Из сравнения уравнений (4) и (5) видно, что дифференциальное сопротивление пропорционально плотности свободных вихрей: $r_d = (r_f \Phi_0 / B)n$. Сопротивление сверхпроводника в резистивном состоянии обусловлено движением именно этих вихрей, поскольку оно приводит к появлению электрического напряжения на образце.

Срыв вихрей происходит главным образом при $i > 1$, т.е. после резистивного перехода. Важное в практическом отношении свойство фрактальной сверхпроводящей структуры состоит в том, что фрактальность границ кластеров усиливает пиннинг [5] и, следовательно, снижает электрическое поле, возникающее в сверхпроводнике при движении магнитного потока [4]. Это заметно на рис. 1 — после перехода в резистивное состояние сопротивление снижается с ростом фрактальной размерности; и на рис. 2 — чем выше фрактальная размерность границ кластеров, тем меньше относительная разница между дифференциальным сопротивлением и сопротивлением постоянному току.

В диапазоне транспортных токов до резистивного перехода ($i < 1$) ситуация меняется на обратную: сопротивление выше в случае кластеров с большей фрактальной размерностью (рис. 1). Это связано с тем, что с ростом фрактальной размерности экспоненциально-гиперболическое распределение токов (1) расплывается не только в область больших, но и в область меньших токов. Поэтому срыв вихрей при воздействии транспортного тока начинается раньше при большей фрактальной размерности. Для этого диапазона токов характерно малое количество свободных вихрей, намного меньшее, чем после резистивного перехода, и соответственно низкое сопротивление (рис. 1). Эта область соответствует так называемому начальному участку фрактальной диссипации, который наблюдался экспериментально на образцах BPSCCO с включениями серебра, а также на поликристаллических YBCO и GdBCO [19].

Таким образом, фрактальные свойства кластеров нормальной фазы оказывают значительное влияние на особенности резистивного перехода. В основе этого явления лежат свойства фрактального распределения критических токов. Полученные зависимости сопротивления от транспортного тока соответствуют смешанному состоянию типа вихревого стекла. Важным результатом является то, что фрактальность границ кластеров нормальной фазы усиливает пиннинг и тем самым снижает сопротивление сверхпроводника после перехода в резистивное состояние.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 02-02-17667).

Список литературы

- [1] *Kuzmin Yu.I.* // Phys. Lett. A. 2000. V. 267. N 1. P. 66–70.
- [2] *Kuzmin Yu.I.* // Phys. Rev. B. 2001. V. 64. N 9. P. 094519 (1–13).
- [3] *Kuzmin Yu.I.* // Phys. Lett. A. 2002. V. 300. N 4–5. P. 510–517.
- [4] *Kuzmin Yu.I.* // Phys. Lett. A. 2001. V. 281. N 1. P. 39–43.
- [5] *Кузьмин Ю.И.* // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. № 17. С. 81–87.
- [6] *Кузьмин Ю.И.* // ФГТ. 2001. Т. 43. № 7. С. 1157–1164.
- [7] *Mezzetti E., Gerbaldo R., Ghigo G., Gozzelino L., Minetti B., Camerlingo C., Monaco A., Cuttone G., Rovelli A.* // Phys. Rev. B. 1999. V. 60. N 10. P. 7623–7630.
- [8] *Smith A.W., Jaeger H.M., Rosenbaum T.F., Kwok K., Crabtree G.W.* // Phys. Rev. B. 1999. V. 59. N 18. P. R11665–R11667.
- [9] *Klaassen F.C., Doornbos G., Huijbregtse J.M., van der Greest R.C.F., Dam B., Griessen R.* // Phys. Rev. B. 2001. V. 64. N 18. P. 184523 (1–20).
- [10] *Tomomura A., Kasai H., Kamimura O., Matsuda T., Harada K., Nakayama Y., Shimoyama J., Kishio K., Hanaguri T., Kitazawa K., Sasase M., Okayasu S.* // Nature. 2001. V. 412. N 6847. P. 620–622.
- [11] *Yeshurun Y., Malozemoff A.P., Shaulov A.* // Rev. Mod. Phys. 1996. V. 68. N 3. P. 911–949.
- [12] *Konczykowski M., Chikumoto N., Vinokur V.M., Feigelman M.V.* // Phys. Rev. B. 1995. V. 51. N 6. P. 3957–3960.
- [13] *Кузьмин Ю.И.* // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. В. 13. С. 74–82.
- [14] *Mandelbrot B.B.* The Fractal Geometry of Nature. San Francisco: Freeman, 1982.
- [15] *Brown B.* // Phys. Rev. B. 2000. V. 61. N 5. P. 3267–3269.
- [16] *Blatter G., Feigelman M.V., Geshkenbein V.B., Larkin A.I., Vinokur V.M.* // Rev. Mod. Phys. 1994. V. 66. N 4. P. 1125–1388.
- [17] *Fisher M.P.A.* // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 62. N 12. P. 1415–1418.
- [18] *Fisher D.S., Fisher M.P.A., Huse D.A.* // Phys. Rev. B. 1991. V. 43. N 1. P. 130–159.
- [19] *Prester M.* // Phys. Rev. B. 1999. V. 65. N 5. P. 3100–3103.