

01;03

## Классификация режимов электродиспергирования жидкостей

© А.И. Григорьев, С.О. Ширяева

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,  
150000 Ярославль, Россия  
e-mail: grig@uniyar.ac.ru

(Поступило в Редакцию 25 октября 2011 г.)

Развита полуфеноменологическая классификация режимов электродиспергирования жидкостей. Приняты во внимание капиллярный и электростатический распады струи и изгибное ее поведение при наличии на струе электрического заряда, связанные с возбуждением нулевой, первой и второй азимутальных мод. Учтены стабилизирующее влияние однородного внешнего электростатического поля и дестабилизирующее влияние материальной внешней среды.

### Введение

Предложенная в [1–3] классификация режимов электродиспергирования жидкости, представляющая собой развитие идей, предложенных в [4], основана на сравнении характерных для феномена времен. Однако большая часть характерных времен, использованных в [1–3], связана с физико-химическими свойствами жидкости и с мениском жидкости на торце капилляра, по которому жидкость подается в разрядную систему. Приведенные в настоящем исследовании теоретические модели осцилляций и распада на отдельные капли заряженных струй позволяют уточнить классификацию [1–3] на основе расширения системы используемых характерных времен и добавления новых режимов диспергирования, описанных в [5,6].

Но прежде всего уточним физические закономерности осцилляций заряженной капли вязкой жидкости, на основе которых вводятся характерные времена, использованные в [1–3]. Все рассмотрение проведем в системе Гаусса.

### Осцилляции и устойчивость заряженной капли вязкой жидкости

В работе [7] с использованием метода операторной скаляризации было подробно выведено дисперсионное уравнение, описывающее осцилляции и устойчивость объемно заряженной зарядом  $Q$  капли вязкой диэлектрической жидкости с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ . В безразмерных переменных, в которых радиус капли  $R$ , коэффициент поверхностного натяжения  $\gamma$  и плотность жидкости  $\rho$  приняты за основные единицы ( $R = \gamma = \rho = 1$ ), это дисперсионное уравнение имеет вид

$$s^2 + 2\nu s(l-1) \left\{ (2l+1) + (l^2-1)[1 - s(\sqrt{s/\nu})]^{-1} \right\} + l(l-1)(l+2)\alpha_l = 0, \quad (1)$$

$$g(\sqrt{s/\nu}) \equiv \frac{\sqrt{s/\nu}}{2} \frac{i_l(\sqrt{s/\nu})}{i_{l+1}(\sqrt{s/\nu})},$$

$$\alpha_l \equiv 1 - \frac{Q^2}{4\pi(l+2)} \kappa_l,$$

$$\kappa_l \equiv \frac{(l\varepsilon^2 - (2l-5)\varepsilon + (l+1))}{[l(\varepsilon+1) + 1]\varepsilon},$$

где  $s$  — комплексная частота осцилляций,  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости,  $l$  — номер моды.

Предельный переход  $\varepsilon \rightarrow \infty$ , при котором  $\kappa_l \rightarrow 1$ , приводит нас к дисперсионному уравнению задачи об устойчивости идеально проводящей капли вязкой жидкости, также решенной в [7]. В (1)  $i_l(x)$  — модифицированная сферическая функция Бесселя первого рода.

Напомним, что зависимость от времени интересующих нас функций (в том числе и возмущения равновесной поверхности капли  $\xi(\vartheta, \varphi, t)$ ) будет определяться аналитической зависимостью:  $\sim \exp(st)$ , причем вещественная часть комплексной частоты  $s$  в зависимости от знака определит инкремент неустойчивости либо декремент затухания амплитуды возмущения  $\xi(\vartheta, \varphi, t)$  со временем, а мнимая часть  $s$  — частоты собственных колебаний свободной поверхности капли.

Рассмотрим частные случаи уравнения (1): для идеальной жидкости, для маловязкой жидкости и для сильновязкой жидкости.

### Приближение идеальной жидкости

Для того чтобы рассмотреть случай капли идеальной жидкости, необходимо положить равным нулю коэффициент кинематической вязкости ( $\nu = 0$ ). При этом аргумент сферических функций Бесселя  $i_l(\sqrt{s/\nu})$ , входящих в уравнение (1), обращается в бесконечность. Поэтому, чтобы понять, как ведет себя второе слагаемое в (1) при  $\nu \rightarrow 0$ , следует воспользоваться асимптотическим разложением для сферических функций Бесселя при больших значениях аргумента  $s \equiv \sqrt{s/\nu}$ :

$$x \rightarrow \infty: \quad i_l(x) \approx \frac{1}{2x} \exp x \left[ 1 + O\left(\frac{1}{x}\right) \right],$$

тогда отношение сферических функций Бесселя  $(x_l(x)/i_{l+1}(x))$  при  $x \equiv \sqrt{s/v} \rightarrow \infty$  имеет асимптотику

$$x \rightarrow \infty : \frac{x_l(x)}{i_{l+1}(x)} \approx \left[ 1 + O\left(\frac{1}{x}\right) \right],$$

следовательно, дробь в уравнении (1) при  $x \equiv \sqrt{s/v} \rightarrow \infty$  представима в виде

$$\begin{aligned} \nu \rightarrow \infty : \frac{\nu s}{1 - \frac{\sqrt{s/v}}{2} \frac{i_l(\sqrt{s/v})}{i_{l+1}(\sqrt{s/v})} + (l+1)} & \\ \approx \frac{\nu s}{\frac{1}{2}\sqrt{s/v}} = 2\nu\sqrt{s/v} \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Таким образом, учитывая соотношение (2), для случая идеальной жидкости ( $\nu = 0$ ) дисперсионное уравнение (1) запишется в виде

$$s^2 + l(l-1)(l+2)\alpha_l = 0$$

и будет иметь решения

$$s_l \equiv \pm \sqrt{l(l-1)(l+2) \left[ 1 - \frac{Q^2}{4\pi(l+2)} \frac{(l\varepsilon^2 - (2l-5)\varepsilon + (l+1))}{[l(\varepsilon+1)+1]\varepsilon} \right]}. \quad (3)$$

Из выражения (3) следует

1) если  $\alpha_l > 0$ , т.е.  $Q^2\kappa_l/4\pi(l+2) < 1$ , то величина  $s$  определяет собственные частоты колебания свободной поверхности заряженной капли идеальной жидкости

$$\begin{aligned} s_l = \pm \sqrt{l(l-1)(l+2)\alpha_l} \\ \equiv \pm i\omega_l \sqrt{l(l-1)(l+2) \left[ 1 - \frac{Q^2}{4\pi(l+2)} \kappa_l \right]}; \end{aligned} \quad (4)$$

2) если  $\alpha_l < 0$ , т.е.  $Q^2\kappa_l/4\pi(l+2) > 1$ , то величина  $s$  определяет инкремент экспоненциального нарастания (если перед радикалом взять знак „плюс“) и декремент экспоненциального затухания (если перед радикалом взять знак „минус“) решений со временем

$$s_l = \pm \gamma_l \equiv \pm i\omega_l \sqrt{l(l-1)(l+2) \left[ \frac{Q^2}{4\pi(l+2)} \kappa_l - 1 \right]}.$$

Появление нарастающих со временем решений (т.е. увеличивающегося возмущения поверхности  $\xi(\vartheta, \varphi, t)$ ) означает неустойчивость капли;

3) значение  $\alpha_l = 0$  разделяет устойчивые и неустойчивые решения, т.е. определяет критическую величину имеющегося на капле заряда:

$$Q^2\kappa_l/4\pi(l+2) = 1.$$

Очевидно, что для того, чтобы капля стала неустойчивой, достаточно, чтобы условие неустойчивости выполнилось хотя бы для одной из мод. Согласно сказанному

выше, минимальное значение, которое принимает индекс  $l$ , равно 2, и, следовательно, критическое значение заряда определится соотношением

$$\frac{Q_{cr}^2}{16\pi} \kappa_2 = 1, \quad (5)$$

или, переходя к размерным величинам, запишем

$$\frac{Q_{cr}^2}{16\pi} \frac{(2\varepsilon^2 + \varepsilon + 3)}{(2\varepsilon + 3)\varepsilon} = 1. \quad (6)$$

Для случая идеально проводящей жидкости ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ) величина  $\kappa_l$  обращается в единицу, и из (6) получаем значение критического заряда, полученное еще Рэлеем,  $Q^2/16\pi = 1$ , или в размерном виде

$$Q^2/16\pi\gamma R^3 = 1. \quad (7)$$

## Асимптотика маловязкой жидкости

Для того чтобы выяснить роль влияния вязкости жидкости на собственные частоты колебаний заряженной капли и на инкремент нарастания ее неустойчивости, рассмотрим случай маловязких жидкостей, т.е. когда  $\nu \ll 1$ . Из асимптотического разложения (2) видно, что третье слагаемое в дисперсионном соотношении (1)  $\sim \nu^{3/2}$ , а второе слагаемое  $\sim \nu$ , поэтому в случае маловязкой жидкости сохраним в (1) лишь слагаемые до первого порядка малости по  $\nu$  включительно. Тогда вместо выражения (1) получим следующее дисперсионное соотношение:

$$s^2 + 2(l-1)(2l+1)\nu s + l(l-1)(l+2)\alpha_l = 0. \quad (8)$$

Решения этого уравнения записываются в виде

$$\begin{aligned} s_l = -(l-1)(2l+1)\nu \\ \pm \sqrt{(l-1)^2(2l+1)^2\nu^2 - l(l-1)(l+2)\alpha_l}. \end{aligned}$$

В полученном соотношении, справедливом при  $\nu \ll 1$ , первое слагаемое под радикалом при  $(l-1) \times (2l+1)^2\nu^2 \ll l(l+2)\alpha_l$  много меньше второго, а поэтому его можно переписать в виде

$$\begin{aligned} s_l \approx -(l-1)(2l+1)\nu \\ \pm i\sqrt{l(l-1)(l+2)\alpha_l} \left[ 1 - \frac{(l-1)(2l+1)^2\nu^2}{2l(l+2)\alpha_l} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Поскольку само уравнение (8) получено из исходного дисперсионного соотношения (1) путем отбрасывания слагаемого  $\sim \nu^{3/2}$ , то и в выражении (9) следует отбросить член  $\sim \nu^2$ . Таким образом, при  $(l-1)(2l+1)^2\nu^2 \ll l(l+2)\alpha_l$  получим

$$s_l = -(l-1)(2l+1)\nu \pm i\sqrt{l(l-1)(l+2)\alpha_l}. \quad (10)$$

Из выражения (10) следует, что:

1) если  $(l-1)(2l+1)^2v^2 \ll l(l+2)\alpha_l$  и  $\alpha_l > 0$ , т.е.  $Q^2\kappa_l/4\pi(l+2) < 1$ , то величина  $s$  является комплексной и характеризует затухающие со временем осцилляции капли. Радикал в выражении (10) определяет собственные частоты колебаний поверхности заряженной капли маловязкой жидкости  $\omega_l$ , совпадающие с собственными частотами колебаний капли идеальной жидкости (4). Учет наличия вязкости жидкости приводит к появлению пропорционального коэффициенту кинематической вязкости  $\nu$  затуханию собственных колебаний поверхности капли с декрементом  $\beta_l$ :

$$s_l = \beta_l \pm i\omega_l \equiv -(l-1)(2l+1)v \pm i\sqrt{l(l-1)(l+2)\alpha_l};$$

2) если  $(l-1)(2l+1)^2v^2 \ll l(l+2)\alpha_l$  и  $\alpha_l < 0$ , т.е.  $\kappa_l Q^2/4\pi(l+2) > 1$ , то величина  $s_l$  определяет инкремент нарастания неустойчивости заряженной капли маловязкой жидкости  $\gamma_l$ , который оказывается несколько меньше, чем в случае идеальной жидкости, а именно на величину декремента  $\beta_l$ :

$$s_l = \gamma_l \equiv \sqrt{l(l-1)(l+2) \left[ \frac{Q^2}{4\pi(l+2)} \kappa_l - 1 \right]} - (l-1)(2l+1)v.$$

Если  $\alpha_l \approx 0$ , то инкремент неустойчивости следует определить из (9) в виде

$$\gamma_l = -(l-1)(2l+1)v + \sqrt{(l-1)^2(2l+1)^2v^2 + l(l-1)(l+2)|\alpha_l|};$$

3) как и в случае идеальной жидкости, равенство  $\alpha_l = 0$ , согласно (9), разделяет устойчивые и неустойчивые решения, а выражения для критического значения заряда (5)–(7) остаются справедливыми и для капли маловязкой жидкости. При определении частот, декрементов и инкрементов в ситуации  $\alpha_l \approx 0$  следует учесть, что условие  $(l-1)(2l+1)^2v^2 \ll l(l+2)\alpha_l$  теперь не выполняется, оба слагаемых под радикалом имеют сравнимые величины, и выражения для частот, декрементов, инкрементов определяются полным выражением (9).

### Асимптотика сильновязкой жидкости

Для того чтобы рассмотреть случай сильновязкой жидкости ( $\nu$  — велико,  $x$  — мало), следует воспользоваться разложением для сферических функций Бесселя в степенной ряд

$$i_l(x) = \frac{x^l}{(2l+1)!!} \left[ 1 + \frac{(x^2/2)}{1!(2l+3)} + \frac{(x^2/2)^2}{2!(2l+3)(2l+3)} + \dots \right].$$

Учитывая это разложение, можно с точностью  $\sim x^4$  получить представление для отношения сферических

функций Бесселя из последнего слагаемого в дисперсионном уравнении (1):

$$\left[ \frac{x}{2} \frac{i_l(x)}{i_{l+1}(x)} - 1 \right]^{-1} \approx \frac{2}{(2l+1)} \left[ 1 - \frac{x^2}{(2l+1)(2l+5)} + \frac{4(l+2)x^4}{(2l+1)^2(2l+5)^2(2l+7)} + \dots \right]. \quad (11)$$

Подставляя (11) в дисперсионное уравнение и собирая слагаемые с одинаковыми степенями  $x$ , несложно получить с точностью до членов  $\sim x^4$  следующее уравнение:

$$\frac{3(4l^3 + 8l^2 + 6l + 3)}{(2l+1)^2(2l+5)} x^4 + \frac{2(l-1)(2l^2 + 4l + 3)}{(2l+1)} x^2 + l(l-1)(l+2) \frac{\alpha_l}{v^2} = 0. \quad (12)$$

Переходя к  $s$ , запишем дисперсионное уравнение для случая больших значений вязкости

$$\frac{3(4l^3 + 8l^2 + 6l + 3)}{(2l+1)^2(2l+5)} s^2 + \frac{2(l-1)(2l^2 + 4l + 3)}{(2l+1)} \nu s + l(l-1)(l+2)\alpha_l = 0. \quad (13)$$

При получении уравнения (12) в разложении (4) было отброшено слагаемое  $\sim x^4$ . Это можно сделать, поскольку оно в силу большой величины коэффициента кинематической вязкости (стоящей в знаменателе выражения для  $x$ ) много меньше слагаемого  $\sim x^2$ .

Найдем ограничение на минимальную величину коэффициента кинематической вязкости (на величину  $x$ ), при которой можно пользоваться дисперсионным уравнением (1). Для этого рассмотрим отношение третьего члена ряда (11) ко второму и потребуем, чтобы это отношение было много меньше единицы. В итоге получим

$$\frac{4(l+2)x^2}{(2l+1)(2l+5)(2l+7)} \ll 1.$$

Это соотношение будет справедливо, когда

$$x^2 \ll \frac{(2l+1)(2l+5)(2l+7)}{4(l+2)}.$$

Отсюда, переходя от величины  $x$  к вязкости  $\nu$  и помня, что минимальное значение индекса  $l$  в разложении возмущения поверхности  $\xi(\vartheta, \varphi, t)$  по сферическим функциям  $Y_l^m(\vartheta, \varphi)$  равно 2, получим условие на величину коэффициента кинематической вязкости:  $\nu \gg 0.03s$ .

Выпишем решение дисперсионного уравнения (12)

$$s_l^{1,2} = \eta_l \left[ -1 \pm \sqrt{1 - \chi_l \frac{\alpha_l}{v^2}} \right], \quad (14)$$

$$\eta_l = \frac{(l-1)(2l+1)(2l+5)(2l^2 + 4l + 3)\nu}{3(4l^3 + 8l^2 + 6l + 3)},$$

$$\chi_l = \frac{3l(l+2)(4l^3 + 8l^2 + 6l + 3)}{(l-1)(2l+5)(2l^2 + 4l + 3)}.$$

Из вида решения (14) следует, что:

1) если величина  $\alpha_l > 0$ , т.е.  $Q^2 \kappa_l / 4\pi(l+2) < 1$ , но заряд капли не слишком велик и  $\alpha_l > v^2 / \chi_l$ , и выражение под знаком квадратного корня отрицательно, то поверхность капли совершает затухающие колебания. При этом комплексная величина  $s_j$  определяет частоты собственных колебаний  $\omega_l$  и декременты их затухания  $\beta_l$ :

$$s_l^{1;2} = -\beta_l \pm i\omega_l \equiv -\eta_l \mp i\eta_l \sqrt{\chi_l \frac{\alpha_l}{v^2} - 1}; \quad (15)$$

2) если величина  $\alpha_l > 0$  ( $Q^2 \kappa_l / 4\pi(l+2) < 1$ ), но  $\alpha_l < v^2 / \chi_l$  за счет большой величины коэффициента кинематической вязкости или за счет большой величины собственного заряда капли  $Q$ , приближающегося к своему критическому в смысле реализации рэлеевской неустойчивости значению, так, что выражение под знаком квадратного корня в (14) положительно и весьма мало, то оба решения  $s_l^{1;2}$  вещественны и положительны, и виртуальное возмущение свободной поверхности экспоненциально затухает, а величина  $s_l^{1;2}$  характеризует декременты затухания колебаний поверхности  $\beta_l^{(1;2)}$ :

$$\beta_l^{(1)} \equiv -\eta_l - \eta_l \sqrt{1 - \chi_l \frac{\alpha_l}{v^2}}, \quad \beta_l^{(2)} \equiv -\eta_l + \eta_l \sqrt{1 - \chi_l \frac{\alpha_l}{v^2}}.$$

При этом зависимость возмущения  $l$ -й моды капиллярных колебаний поверхности от времени будет определяться линейной комбинацией двух экспонент:  $\sim C_1 \exp(\beta_l^{(1)} t) + C_2 \exp(\beta_l^{(2)} t)$ . Очевидно, что при больших значениях времени затухание виртуального возмущения свободной поверхности будет характеризовать меньший из декрементов  $\beta_l^{(2)}$ , так как экспонента с большим значением величины декремента убывает со временем быстрее, и соответствующее движение жидкости может полностью затухнуть к моменту наблюдения.

Таким образом, при  $\alpha_l > 0$  условие обращения в нуль подкоренного выражения в (14) разделяет периодические и непериодические решения задачи. Запишем это условие в виде

$$\frac{\alpha_l}{v^2} = \frac{1}{\chi_l} \equiv \frac{(l-1)(2l+5)(2l^2+4l+3)}{3l(l+2)(4l^3+8l^2+6l+3)}. \quad (16)$$

Уравнение (16) определяет точки бифуркации, т.е. такие значения вязкости  $\nu_{cr}$  (для заданного заряда капли  $Q$  и номера моды  $l$ ), при которых частота осцилляций (определяемая формулой (15)) обращается в нуль, и два периодических затухающих с одинаковым декрементом движения свободной поверхности капли сменяются на два аperiodических затухающих с различными декрементами движения.

Расчеты показывают, что при фиксированном заряде капли  $Q$ , меньшем критического значения  $Q_{cr}$ , с увеличением номера моды  $l$  частота  $\nu_{cr}$  уменьшается. Таким образом, при заданном  $\nu$  в капле вязкой жидкости возможна реализация лишь конечного числа осцилляций с несколькими первыми (малыми)  $l$ , для которых  $\nu > \nu_{cr}$ .

Движения жидкости, соответствующие остальным модам, являются аperiodическими;

3) если величина  $\alpha_l < 0$ , т.е.  $Q^2 \kappa_l / 4\pi(l+2) > 1$ , то поверхность капли неустойчива, так как один из корней дисперсионного уравнения становится вещественным положительным и амплитуда соответствующей моды нарастает со временем. Второе решение в указанных условиях соответствует экспоненциально затухающему решению. Иными словами, величина  $s_l^{(1)}$  определяет инкремент нарастания неустойчивости  $\gamma_l$ , а величина  $s_l^{(2)}$  определяет декремент затухания  $\beta_l$ :

$$s_l^{(1)} = \gamma_l \equiv -\eta_l + \eta_l \sqrt{1 + \chi_l \frac{|\alpha_l|}{v^2}},$$

$$s_l^{(2)} = -\beta_l \equiv \eta_l + \eta_l \sqrt{1 + \chi_l \frac{|\alpha_l|}{v^2}}. \quad (17)$$

Численные оценки по (17) показывают, что инкремент нарастания неустойчивости является резко убывающей функцией вязкости. Из сказанного выше следует, что, как и в случаях идеальной и маловязкой жидкостей, для сильновязкой жидкости значение  $\alpha_l = 0$  разделяет устойчивые и неустойчивые решения задачи, и выражения для критического значения заряда капли (5)–(7) остаются справедливыми.

## Описание характерных времен

Общие закономерности реализации неустойчивости заряженной поверхности жидкости экспериментально и теоретически исследованы в большом количестве работ для различных геометрий заряженной поверхности жидкости [7]. В частности, в этих работах показано, что критические условия проявления неустойчивости заряженной поверхности жидкости зависят от геометрии поверхности и граничных условий. Будем модифицировать систему характерных времен, характерных для феномена спонтанного электродиспергирования жидкости. Подчеркнем, что, говоря о феномене „спонтанного“ электродиспергирования жидкости, мы противопоставляем его феномену вынужденного капиллярного распада струй, достаточно подробно описанному в [8,9].

Характерные времена, на основе которых строится классификация режимов распыления, разделим на три группы: 1) характерные времена, определяющиеся физическими свойствами рабочей жидкости; 2) характерные времена, определяющиеся физическими свойствами среды; 3) характерные времена, зависящие от внешних параметров, определяющих режимы распыления. Времена первой группы примем совпадающими с использованными в [1–3]:

$\tau_e = (\epsilon / \sigma)$  — время максвелловской релаксации электрического заряда или время выравнивания электрического потенциала в жидкости (характерное время перераспределения электрического заряда);  $\sigma$  — электропроводность жидкости;

$\tau_v = (R^2/\nu)$  — время вязкой релаксации или характерное время выравнивания импульса в объеме жидкости (время выравнивания профиля поля скоростей);

$\tau_c = (R/c)$  — время гидродинамической релаксации (время выравнивания давления в объеме жидкости);  $c$  — скорость звука в жидкости.

Из характерных времен второй группы в настоящем рассмотрении выделим только одно: характерное время реализации неустойчивости Кельвина–Гельмгольца для поверхности заряженной струи, выбрасываемой мениском жидкости, хотя можно определить их несколько штук на основе работ [10,11]. Это характерное время определим как величину, обратную инкременту неустойчивости [10]:

$$\tau_U \equiv \left[ \operatorname{Im} \left( \sqrt{\left[ \frac{g_m k \rho U_0}{(\rho g_m - h_m)} \right]^2 + \frac{[(1-m^2-k^2-w(1+h_m))h_m g_m - W e k^2 g_m]}{(\rho g_m - h_m)}} \right) \right]^{-1},$$

$$h_m(k) \equiv m - \frac{k K_{m+1}(k)}{K_m(k)}, \quad g_m(k) \equiv m + \frac{k I_{m+1}(k)}{I_m(k)},$$

$$\rho \equiv \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad w \equiv 4\pi\chi^2, \quad W e \equiv \rho U_0^2.$$

$I_m(k)$  и  $K_m(k)$  — функции Бесселя первого и второго рода,  $\rho_2$  — плотность жидкости,  $\rho_1$  — плотность среды,  $\chi$  — поверхностная плотность электрического заряда,  $U_0$  — скорость струи.

Характерные времена третьей группы, использованные в [1–3], в нижеследующем изложении уточним и пополним. Необходимость в уточнении связана с тем, что характерные времена второй группы  $\tau_v^{(v)}$  и  $\tau_v^{(y)}$ , предложенные в [1–3], основаны на выражении (10) предыдущего раздела и адекватно описывают феномен только когда величина параметра  $W$  существенно отличается от  $W_{cr}$ . Если же величина параметра  $W$  близка к  $W_{cr}$ , то соотношение (10) становится неверным, и для введения характерных времен  $\tau_v^{(v)}$  и  $\tau_v^{(y)}$  нужно использовать соотношение (9).

Величину разности потенциалов, приложенной к разрядной системе, входящую в определение характерных времен второй группы, будем характеризовать с помощью безразмерного параметра

$$W \equiv \varepsilon_m \kappa^2 U^2 / 16\pi\gamma R \left\{ \frac{(1-e^2)}{2e^3} \left[ \ln \left( \frac{1+e}{1-e} - 2e \right) \right] \right\}^2,$$

где  $e \equiv \sqrt{1 - (R/L + R)^2}$ ,  $L$  — выступающая часть капилляра,  $\kappa \equiv E_{\perp}/E_{\parallel}$  — отношение перпендикулярной компоненты внешнего электрического поля к продольной компоненте. Под  $W_{cr}$  в нижеследующем изложении будем понимать критическое значение параметра  $W$ , такое, что поверхность жидкости претерпевает неустойчивость по отношению к отрицательному давлению электрического поля и начинает сбрасывать избыточный электрический заряд путем эмиссии сильно заряженных

капель или выброса сильно заряженных струй жидкости. В [1–3] принималось, что  $W_{cr} \approx 1$ , как это было бы для сферической капли жидкости радиусом  $R$ , поддерживаемой при потенциале  $U$ . В реальности в зависимости от конкретных условий: от формы мениска (полусферический он, плоский или имеет форму сплюснутого или вытянутого сфероида), от скорости подачи жидкости в мениск по капилляру (если скорость мала, то неустойчивость мениска определится третьей модой осцилляций, а если скорость велика — второй), от условий закрепления мениска на капилляре конкретное значение  $W_{cr}$  может меняться на порядок. Поэтому в нижеследующем уточнении ранее предложенной классификации будем использовать не конкретное значение параметра  $W$ , а общее обозначение  $W_{cr}$ , которое в конкретной ситуации может быть выбрано отдельно.

Характерное время натекания полусферического мениска с радиусом  $R$ , равным радиусу капилляра, определенное соотношением

$$\tau_V \approx (2\pi R^3 \rho / 3\dot{M}) = (2\pi R^3 / 3\dot{V}),$$

оставим неизменным, лишь отметим, что массовый расход жидкости через капилляр  $\dot{M}$  зависит и от радиуса капилляра, и от величины коэффициента кинематической вязкости;  $\dot{V}$  — объемный расход через капилляр. Соответствующую зависимость можно получить из соображений размерности в виде  $\dot{M} \sim \Delta p R^4 / \nu$ , где  $\Delta p$  — перепад давлений на единицу длины капилляра. Когда жидкость подается по капилляру под действием некоего гидростатического давления, то в выписанной зависимости все понятно. Но в задачах спонтанного электродиспергирования жидкости с сильно заряженного мениска на торце капилляра и при выбросе струй плоской сильно заряженной поверхностью жидкости или при распаде свободно падающей в атмосфере сильно заряженной капли [12–15] перепад давлений  $\Delta p$  определится отрицательным давлением электрического поля на поверхность жидкости

$$\Delta p \sim \kappa^2 U^2 / 8\pi R^2 \left\{ \frac{(1-e^2)}{2e^3} \left[ \ln \left( \frac{1+e}{1-e} - 2e \right) \right] \right\}^2.$$

В безразмерном виде  $\Delta p R / \gamma \sim W$ . В итоге массовый расход жидкости через капилляр зависит и от радиуса капилляра, и от коэффициента кинематической вязкости жидкости, и от приложенной разности потенциалов.

Характерное время осцилляций заряженного мениска жидкости на торце капилляра для маловязкой жидкости при  $0 \leq W \leq W_{cr}$  определим так же, как в [1–3]:

$$\tau_\gamma \approx \left( \sqrt{\rho R^3 / \gamma (W_{cr} - W)} \right).$$

Для вязкой жидкости это время определим в отличие от [1–3] с учетом вязкости жидкости, полагая  $l = 2$ , в виде

$$\tau_\gamma \equiv \sqrt{\rho R^3 / \gamma [11(W_{cr} - W) - \nu^2 \rho / \gamma R]}.$$

Несложно видеть, что влияние даже относительно большой вязкости существенно скажется на характерном времени  $\tau_\gamma$  лишь при больших зарядах мениска  $W \sim W_{cr}$ .

Характерное время развития капиллярной неустойчивости свободной поверхности заряженного мениска  $\tau_\gamma^{(v)}$  при  $W > W_{cr}$  для маловязкой жидкости определим на основе соотношения (9) при  $l = 2$  в виде

$$\tau_\gamma^{(v)} \equiv \left[ -\frac{5\nu}{R^2} + \sqrt{\frac{25\nu^2}{R^4} + \frac{8\gamma}{\rho R^3} (W - W_{cr})} \right]^{-1}.$$

Для сильно вязкой жидкости определим  $\tau_\gamma^{(v)}$  на основе соотношения (17)

$$\tau_\gamma^{(v)} \equiv \left[ -3.6 \frac{\nu}{R^2} \left( 1 - \sqrt{1 + 11 \frac{\gamma R (W - W_{cr})}{\rho \nu^2}} \right) \right]^{-1}.$$

Характерное время затухания мелкомасштабного ( $l \gg 1$ ) возмущения свободной поверхности заряженного мениска  $\tau_v^{(y)}$  при  $W > 1$  определим для мало- и сильновязкой жидкостей на основе тех же соотношений (9) и (17) при произвольном (не малом)  $l$ , как

$$\tau_v^{(y)} \equiv \left[ -\eta_l \frac{\nu}{R^2} \left( 1 - \sqrt{1 + \chi_l \frac{\gamma R |\alpha_l|}{\rho \nu^2}} \right) \right]^{-1},$$

$$\alpha_l \equiv 1 - \frac{Q^2}{4\pi\gamma R^3} \frac{(l\varepsilon^2 - (2l-5)\varepsilon + (l+1))}{(l+2)[l(\varepsilon+1) + 1]\varepsilon}$$

$$\times \left\{ \frac{(1-e^2)}{2e^3} \left[ \ln \left( \frac{1+e}{1-e} - 2e \right) \right] \right\}^2.$$

К этим временам следует добавить характерное время периодического движения мениска под влиянием силового воздействия флуктуаций объемного заряда в межэлектродном пространстве:

$$\tau_\omega \equiv 4\pi R \sqrt{\rho h R} / \kappa U,$$

где  $h$  — характерное расстояние.

Кроме того, для построения классификации, более совершенной, чем предложенная в [1–3], приведенные выше времена желательно дополнить характерными временами, опирающимися на параметры образующихся капель. Так, необходимо определить характерное время отрыва мениска (капли) от капилляра  $\tau_k$  и характерное время распада струи на отдельные капли (характерное время отрыва капли от торца струи)  $\tau_j$ . Из [6] можно взять характерное время удаления заряженной капли из разрядного промежутка

$$\tau_q = \rho_g v_g r_k h^2 / q_k \kappa U.$$

Здесь  $v_g$  — коэффициент кинетической вязкости газа,  $\rho_g$  — массовая плотность газа,  $h$  — расстояние от торца капилляра до протигвоэлектрода,  $r_k$  — радиус  $k$ -й капли,  $q_k$  — заряд  $k$ -й капли,  $U$  — разность потенциалов,

приложенных к разрядной системе. Однако с последними тремя характерными временами существует очевидная сложность: качественная классификация должна опираться на физико-химические свойства диспергируемых жидкостей и на технические параметры установки. В этой связи встает проблема: как характеристики капель и струй, получаемых при электродиспергировании, выразить через физико-химические свойства жидкостей и технические параметры установки для электродиспергирования.

Когда напряженность внешнего электрического поля  $E_0$  у поверхности мениска жидкости на торце капилляра весьма велика, так, что

$$W \equiv \kappa^2 E_0^2 / 4\pi \sqrt{\rho \gamma R} \left\{ \frac{(1-e^2)}{2e^3} \left[ \ln \left( \frac{1+e}{1-e} - 2e \right) \right] \right\}^2 \gg 2,$$

становятся неустойчивыми все волны с волновыми числами  $k_{nm} \leq W$ , но максимальным инкрементом обладает волна с  $k_{\max} = 2W/3$ . Напомним, что  $n$  — порядок функции Бесселя первого рода, а  $m$  — номер корня уравнения

$$J_n(\mu_{nm}) = 0, \quad \mu_{nm} \equiv k_{nm} R,$$

представляющего собой условие закрепления жидкого мениска на торце капилляра;  $R$  — внутренний радиус капилляра. Неустойчивая волна с волновым числом  $k_{nm}$ , наиболее близким к  $k_{\max} = 2W/3$ , сформирует струю, выбрасываемую неустойчивым мениском, а радиус струи  $r_j$  определится соотношением  $r_j \approx R/n$ . Исходя из этого условия, по параметрам конкретной установки и физико-химическим характеристикам диспергируемой жидкости можно оценить радиусы  $r_j$  струй, выбрасываемых мениском. Радиусы капель  $R_d$ , образующихся при распаде струй, будут примерно в 2 раза превышать радиус струи  $R_d \approx 2r_j$ . Заряды отдельных капель можно принять близкими к предельно возможным в смысле критерия Рэлея устойчивости сферической капли по отношению к собственному заряду  $W \equiv Q^2 / 16\pi R^3 \gamma = 1$  [8].

Радиусы капель, образующихся при отрыве мениска непосредственно от капилляра (в контексте проводимого исследования), можно принять равными радиусу капилляра, а заряды — равными произведению разности потенциалов на радиус капли. Строго говоря, следует различать внутренние и внешние радиусы капилляров, которые для тонких капилляров могут различаться и в 2 раза [1,4,8]. Но для целей классификации режимов полидиспергирования жидкости нам достаточно оценить характерные времена по порядку величины, а потому не станем вводить такого различия.

В итоге характерное время отрыва капли от мениска  $\tau_k$  при  $W < W_{cr}$  можно принять равным характерному времени осцилляций мениска  $\tau_k \equiv \tau_\gamma$ . Характерное время распада струи на отдельные капли  $\tau_j$  (характерное время отрыва капли от торца струи) можно определить через инкремент неустойчивости волны с  $m = 0$  соотно-

шением

$$\tau_j \equiv \sqrt{\rho r_j^3 / \gamma}.$$

Можно также через инкремент неустойчивости волны с  $m = 1$  ввести характерное время развития хлыстообразного движения конца струи  $\tau_w$ , которое можно принять совпадающим с  $\tau_j$ .

## Предлагаемая классификация наблюдаемых режимов электродиспергирования жидкости

Как отмечалось ранее, в проводимом исследовании мы сосредоточим свои усилия на усовершенствовании классификации, предложенной в [1–3], поскольку по сравнению с предложенной в [6] она является более полной и строгой и оставляет простор для уточнения на основе углубленного понимания физических закономерностей осцилляций, неустойчивости и спонтанного распада заряженных струй.

В нижеследующих рассуждениях при описании переходов между режимами, кроме ранее введенного массового расхода жидкости через капилляр  $\dot{M}$ , будем использовать и массовый расход жидкости при ее уносе из разрядной системы каплями  $\dot{M}_m$ . Кроме того, в отличие от классификации режимов [1–3], выстроенных в систему для двух ситуаций вязких и маловязких жидкостей в порядке увеличения разности потенциалов, приложенных в разрядной системе, в нижеследующих рассуждениях будем принимать во внимание многофакторность феномена смены одного режима другим. Переход от одного режима диспергирования к другому может быть инициирован изменениями массового расхода жидкости через капилляр  $\dot{M}$ , массового расхода жидкости с мениска  $\dot{M}_m$ , разности потенциалов, приложенных к разрядной системе  $U$ , радиусов капилляра внутреннего  $R_{in}$  и внешнего  $R_{ex}$ , величины коэффициента кинематической (динамической) вязкости жидкости  $\nu$  (или  $\mu \equiv \rho\nu$ ), скорости уноса выброшенных мениском и образовавшихся при распаде струй капель из разрядной системы  $V$ .

Кроме того, отметим, что в классификации [1–3] во всех режимах включен учет соотношения сил, отрывающих каплю, тогда как, согласно [16], при достаточно большой напряженности электрического поля в окрестности мениска жидкости (для тонких капилляров) роль силы тяжести в феномене реализации неустойчивости мениска пренебрежимо мала. В этой связи в диаграмме соотношений режимов уберем приведенные в классификации [1–3] соотношения сил для каждого режима, но ставим их там, где это необходимо (в кратких описаниях режимов), дополнив их (там, где это необходимо) еще и учетом баланса давлений на вершину мениска (капли).

## Маловязкие жидкости

### 1. Капельный (dripping) и микрокапельный (microdripping) режимы

Прежде всего отметим, что капельный и микрокапельный режимы электродиспергирования жидкости, включенные в классификацию в [1–3,6], характерные тем, что заряженные капельки отрываются непосредственно от мениска на торце капилляра или от большой (родительской) капли, электростатический распад которой исследуется, весьма детально описаны в работах [17,18]. В этой связи в нижеследующем изложении основное внимание сосредоточим на режимах, связанных с распадом на капли заряженных струй жидкости.

Напомним, что капельный режим по [6] включает в себя два режима из классификации [1–3]: собственно капельный и струйно-капельный. Струйно-капельный режим в [6] обозначается как капельный с сателлитами (dripping + sibling). Мы же, как отмечалось выше, будем ориентироваться на классификацию [1–3].

### 2. Струйно-капельный (jet-dripping) режим

Переход от капельного режима к струйно-капельному, согласно [1–3,6], происходит при увеличении прикладываемой к разрядному промежутку разности потенциалов. При этом форма мениска становится более вытянутой, а отрицательное давление электрического поля  $P_U$  на его вершину увеличивается настолько, что еще до отрыва всего мениска при выполнении условия  $F_V + F_U + F_g \geq F_\gamma$  (т.е. когда сумма сил, отрывающих каплю, превысит капиллярную силу в перетяжке, связывающей каплю с торцом капилляра) в малой окрестности вершины мениска выполнится условие  $P_V + P_U + P_g \gg P_\gamma$  (здесь  $P$  — давление), и из вершины мениска будет выброшена струя жидкости, которая будет распадаться на отдельные капельки, образуя так называемые „сателлиты“ (термин взят из теории и практики вынужденного капиллярного монодисперсного распада струй [9]). Характерное время натекания мениска  $\tau_V$  должно быть больше характерного времени его отрыва  $\tau_k$ , которое, в свою очередь, должно быть больше характерного времени развития неустойчивости мениска  $\tau_\gamma^{(v)}$  и характерного времени распада струи  $\tau_j$ . В итоге совместно со сказанным ранее про струйно-капельный режим получим

$$\tau_\varepsilon \sim \tau_j < \tau_\gamma^{(v)} < \tau_k < \tau_V < \tau_c \sim \tau_v \leq \tau_U.$$

### 3. Веретенообразный (spindle) режим

Этот режим реализуется при дальнейшем увеличении прикладываемой к разрядному промежутку разности потенциалов  $U$  и некотором увеличении массового расхода жидкости через капилляр  $\dot{M}$  для положительной полярности потенциала, подаваемого на капилляр. При отрицательном потенциале, подаваемом

на капилляр, переход от струйно-капельного режима к веретенообразному происходит при снижении массового расхода [6]. Общая схема временной эволюции мениска сходна с эволюцией мениска в струйно-капельном режиме, только образующаяся струя более длинная, а ее конец совершает хлыстообразное движение и сводится к следующему: натекающий закругленный мениск под действием сильного электрического поля вытягивается, и из его вершины выстреливается тонкая струйка жидкости, распадающаяся на весьма мелкие капельки. Удлинение мениска усиливается, у основания струйки жидкости возникают перетяжки. Наконец, веретенообразный объем жидкости отделяется от мениска и от струйки и сжимается, образуя основную каплю, в то время как отделившаяся нить продолжает распадаться на маленькие капельки. Характерное время развития хлыстообразного движения конца струи  $\tau_w$  сравнимо с характерным временем распада струи  $\tau_j$ . Соотношение характерных времен имеет вид

$$\tau_w \sim \tau_j < \tau_y^{(v)} < \tau_\varepsilon < \tau_k < \tau_V < \tau_c \sim \tau_v \leq \tau_U.$$

#### 4. Режим осциллирующей струи (oscillating jet)

Переход от веретенообразного режима к режиму осциллирующей струи происходит при неизменном массовом расходе  $\dot{M}$  с ростом прикладываемой к разрядному промежутку разности потенциалов  $U$  для положительной полярности потенциала, подаваемого на капилляр, и при увеличении разности потенциалов  $U$  и неизменном массовом расходе  $\dot{M}$  для отрицательной полярности потенциала [6]. Появление этого режима, по-видимому, связано с накоплением на периферии межэлектродного пространства, электрическое поле в котором сильно неоднородно, объемного заряда движущихся с различной скоростью заряженных капелек, имеющих различные размеры и заряды. Иными словами, в этом режиме массовый расход через капилляр  $\dot{M}$  меньше  $\dot{M}_m$  — массового расхода жидкости при ее уносе из разрядной системы каплями, так, что в межэлектродном пространстве накапливается объемный заряд, объемная концентрация которого является функцией времени. Сами осцилляции, по всей видимости, связаны с флуктуациями объемного заряда, отсутствием осевой симметрии эмиссии капель и струй из мениска, отклонением формы стенок капилляра от цилиндрических и от осесимметричности. Характерное время возникновения осцилляций мениска  $\tau_\omega$  должно быть больше характерного времени удаления капли из разрядного промежутка  $\tau_q$ , которое, в свою очередь, должно быть меньше характерного времени отрыва мениска  $\tau_k$ , но больше характерного времени распада струи на капли  $\tau_j$ . В итоге совместно со сказанным ранее про веретенообразный режим получим для соотношения характерных времен

$$\tau_w \sim \tau_j < \tau_q < \tau_y^{(v)} < \tau_\varepsilon < \tau_\omega < \tau_k < \tau_V < \tau_c \sim \tau_v \leq \tau_U.$$

#### 5. Многоверетенный режим (multispindel)

Этот режим по сравнению с режимом осциллирующей струи проявляется при снижении массового расхода через капилляр  $\dot{M}$  и увеличения разности потенциалов  $U$ , прикладываемой к разрядному промежутку [6]. В этом режиме имеем почти плоский мениск, на кромке которого хаотическим образом появляются отрывающиеся веретенообразные выступы. По всей видимости, в этом режиме массовый расход жидкости через капилляр слишком мал для формирования большого мениска, а напряженность электрического поля у торца капилляра достаточно велика для проявления неустойчивости неосесимметричных кольцевых волн на торце мениска. В итоге на кромке капилляра, толщина стенок которого может быть сравнима с внутренним радиусом капилляра [1,4], образуются симметрично относительно оси капилляра нескольких мелких эмиссионных выступов в соответствии со степенью неосесимметричности неустойчивой волны, расход жидкости через которые в веретенообразном режиме для каждого и обеспечивает отток жидкости от мениска в режиме  $\dot{M}_m = \dot{M}$ . Соотношение характерных времен примет вид

$$\tau_q < \tau_w \sim \tau_j < \tau_y^{(v)} < \tau_\varepsilon < \tau_k < \tau_V < \tau_c \sim \tau_v \leq \tau_U.$$

#### 6. Режим прецессирующей струи (precession jet)

Этот режим проявляется по сравнению с многоверетенным режимом при некотором увеличении разности потенциалов  $U$ , прикладываемой к разрядному промежутку, и существенном увеличении массового расхода жидкости  $\dot{M}$  [6]. От режима осциллирующей струи к режиму прецессирующей струи можно перейти простым увеличением разности потенциалов  $U$ , прикладываемой к разрядному промежутку. Причина возникновения прецессии струи такова же, как и причина возникновения ее осцилляций

$$\tau_q < \tau_w \sim \tau_j < \tau_y^{(v)} < \tau_\varepsilon < \tau_\omega < \tau_k < \tau_V < \tau_c \sim \tau_v \leq \tau_U.$$

#### 7. Режим с нерегулярно ветвящимся мениском (ramified meniscus)

Этот режим, введенный в [6], описан там чрезвычайно кратко. По всей видимости, он может быть получен из многоверетенного при существенном увеличении разности потенциалов  $U$ , прикладываемой к разрядному промежутку, и существенном же увеличении массового расхода жидкости  $\dot{M}$ . В [6] описан переход к этому режиму из многоструйного режима при снижении вязкости жидкости, что при прочих равных условиях означает увеличение массового расхода через капилляр. От режима прецессирующей струи к режиму с нерегулярно ветвящимся мениском можно перейти увеличением массового расхода жидкости  $\dot{M}$  и разности потенциалов  $U$ . В этом режиме из мениска выбрасываются случайным



образом короткие струи. Скорость подачи жидкости в мениск велика и мениск выпуклый. Напряженность электрического поля в окрестности мениска достаточно велика, чтобы в нем реализовалась неустойчивость сразу нескольких высоких неосесимметричных мод кольцевых волн с близкими инкрементами

$$\tau_w \sim \tau_j < \tau_\gamma^{(v)} \ll \tau_\epsilon < \tau_V < \tau_c \sim \tau_v \leq \tau_U.$$

### 8. Конусно-короткоструйный (cone-short jet) режим

Этот режим реализуется при дальнейшем увеличении разности потенциалов  $U$ , прикладываемой к разрядному промежутку. Форма мениска коническая. Струя устойчивая, а ее конец может претерпевать неустойчивости двух типов: варикозную и изгибную. Варикозная неустойчивость означает неустойчивость осесимметричных волн, при которой цилиндрическая струя разбивается на капли монодисперсным образом. Изгибная неустойчивость соответствует возбуждению волны с  $m = 1$ , а феноменологически — хлыстообразному движению ее конца. Соотношение характерных времен имеет вид

$$\tau_w \sim \tau_j < \tau_\gamma^{(v)} \ll \tau_\epsilon < \tau_c \sim \tau_v \leq \tau_V \leq \tau_U.$$

### 9. Многоструйный режим (multijet)

Этот режим обычно развивается из конусно-короткоструйного режима при увеличении разности потенциалов  $U$ , прикладываемой к разрядному промежутку [1,6]. В этом режиме по кромке капилляра при почти плоском мениске образуются симметрично относительно оси капилляра несколько маленьких эмитирующих конусов [1,6], каждый из которых функционирует в конусно-короткоструйном режиме. Такая феноменологическая картина допускает такую же трактовку, что и многоверетенный режим, а именно в этом режиме массовый расход жидкости через капилляр слишком мал для формирования большого мениска, а напряженность электрического поля у торца капилляра достаточно велика для проявления неустойчивости неосесимметричных кольцевых волн на торце мениска. Расход жидкости через эти мелкие эмиссионные выступы и обеспечивает отток жидкости от мениска в режиме  $\dot{M}_m = \dot{M}$ , так, что мениск остается плоским. Соотношение характерных времен примет вид

$$\tau_w \sim \tau_j < \tau_\gamma^{(v)} \ll \tau_\epsilon < \tau_c \sim \tau_v < \tau_V \leq \tau_U.$$

### 10. Режим ветвящихся струй (ramified jet)

Этот режим, схематически описанный в [6] (ранее о нем сообщалось в [5]), по всей видимости, связан с возбуждением в струе, эмитированной мениском в конусно-короткоструйном режиме, электростатической неустойчивости неосесимметричных волн с  $m \geq 2$ , что

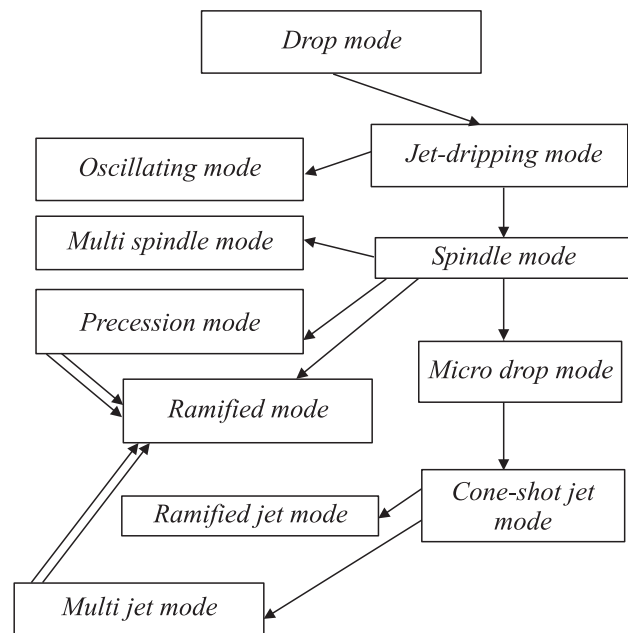


Рис. 1. Диаграмма смены режимов электродиспергирования жидкости для маловязкой жидкости.

достигается увеличением разности потенциалов  $U$ , прикладываемой к разрядному промежутку. При этом цилиндрическая поверхность струи оказывается сильно деформированной, и при достаточно большой напряженности электрического поля в окрестности струи неоднородности на ее поверхности могут функционировать как самостоятельные эмиссионные выступы, с вершин которых выбрасываются дочерние струйки. Для корректной характеристики режима ветвящихся струй следует ввести еще два характерных времени, характеризующих вторичные струйки:  $\tau_{\gamma j}^{(v)}$  — время развития неустойчивости с вершин неоднородностей на поверхности струи и  $\tau_{jj}$  — время распада струек, выброшенных с вершин неоднородностей на поверхности центральной струи:

$$\tau_{jj} < \tau_{\gamma j}^{(v)} < \tau_\gamma^{(v)} \ll \tau_\epsilon < \tau_c \sim \tau_v < \tau_V \leq \tau_U.$$

Диаграмма смены режимов для маловязких жидкостей в итоге принимает вид, приведенный на рис. 1. Одна стрелочка на диаграмме означает переход с увеличением разности потенциалов  $U$ , прикладываемой к разрядному промежутку, две стрелочки — переход с увеличением массового расхода жидкости через капилляр  $\dot{M}$ .

### Вязкие жидкости

Отличительной чертой эволюции поверхности мениска жидкости с вязкостью, которая не может считаться малой, является определяющее влияние вязкого затухания капиллярных колебаний. В результате при не очень высоких потенциалах любое малое возмущение поверх-

ности мениска затухает с характерным временем  $\tau_v^{(y)}$ :

$$\tau_v^{(y)} \approx \left( (v/R^2) - \sqrt{\gamma(1-W)/\rho R^3} \right)^{-1}.$$

Одной из главных характерных черт всего процесса распыления вязких жидкостей является значительно меньшее разнообразие режимов: капельный, с длинной перетяжкой режим (dripping long-neck mode) и конусно-длинноструйный (cone-long jet mode). Промежуточное положение между ними занимает (согласно работе [5]) прерывистый конусно-струйный режим (intermittent cone-jet mode). Переход от одного режима к другому осуществляется при увеличении значения разности потенциалов  $U$ .

### 1. Капельный режим (dripping long-neck mode)

Можно выделить два основных диапазона значений разности потенциалов.

1)  $W < 1$  — выведенная из равновесия поверхность жидкости совершает затухающие колебания. Колебания свободной поверхности мениска, как и для случая маловязких жидкостей, определяются временами  $\tau_\gamma$  и  $\tau_v$ . Однако характерное время вязкого затухания  $\tau_v$ , как правило, больше характерного периода капиллярных колебаний  $\tau_\alpha$ . Поэтому почти полное затухание любой моды колебаний происходит за время, меньшее одного периода (см. [1]). Для данного диапазона значений разности потенциалов  $U$ , подаваемой на разрядную систему, т.е. величины параметра  $W$ , по-видимому, характерно следующее соотношение времен:

$$\tau_c \sim \tau_v \leq \tau_\varepsilon < \tau_\gamma \ll \tau_V \leq \tau_U.$$

С увеличением потенциала  $U$  (в пределах диапазона, соответствующего изменению параметра  $W$ , от нуля до  $\approx 1$  характерное время  $\tau_\gamma$  растет и, следовательно, практически полное затухание любого колебания поверхности происходит за все меньшую долю периода этого колебания;

2)  $W < W_v < 1$  — величина разности потенциалов  $U$  на капилляре превышает некое фиксированное значение, поверхность жидкости перестает колебаться, а любое малое ее возмущение затухает аperiodически с характерным временем  $\tau_v^{(y)}$ . Соотношение времен для капельного режима в данном случае следующее:

$$\tau_c \sim \tau_v \leq \tau_v^{(y)} \leq \tau_\varepsilon \ll \tau_V \leq \tau_U.$$

### 2. Конусно-длинноструйный режим (cone-long jet mode)

Переход к этому режиму от капельного режима (dripping mode) происходит по мере увеличения разности потенциалов, прикладываемой к разрядному промежутку. Этот режим характеризуется следующим соотношением времен:

$$\tau_c \sim \tau_v \leq \tau_\varepsilon \leq \tau_v^{(y)} < \tau_V \leq \tau_U.$$

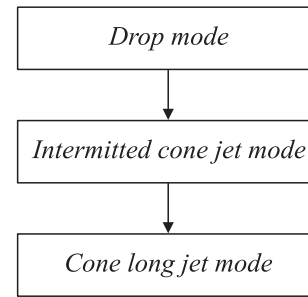


Рис. 2. Диаграмма смены режимов электродиспергирования жидкости для вязкой жидкости.

При увеличении параметра  $W$  характерное время вязкого затухания  $\tau_v^{(y)}$  увеличивается, т.е. затухание замедляется. Замедление вязкой релаксации (смена знака отношения времен  $\tau_v^{(y)} \leq \tau_\varepsilon$  на  $\tau_v^{(y)} \geq \tau_\varepsilon$ ) приводит к тому, что на поверхности успевает накопиться большой заряд. В результате скорость притока заряда становится достаточной, чтобы скомпенсировать заряд, уносимый маленькими капельками, отрывающимися с конца струйки на вершине мениска. Это, видимо, и обеспечивает стабильное существование струйки на вершине мениска.

### 3. Прерывистый конусно-струйный режим (intermittent cone-jet mode)

Промежуточное положение между капельным режимом (dripping mode) и конусно-длинноструйным (cone-long jet mode) занимает выделяемый в работе [5] прерывистый конусно-струйный режим (intermittent cone-jet mode): при значениях разности потенциалов ниже диапазона, в пределах которого наблюдается устойчивая струя (cone-jet), струя образуется нерегулярно (спонтанно), вершина мениска попеременно принимает то заостренную, то закругленную формы. В прерывистом конусно-струйном режиме (intermittent cone-jet mode) фаза эмиссии может появляться через совершенно одинаковые промежутки времени. Однако диаметр струи изменяется во время эмиссии, так что распределение капелек по размерам не очень узкое.

Отношение характерных времен имеет вид

$$\tau_c \sim \tau_v \leq \tau_v^{(y)} \sim \tau_\varepsilon \ll \tau_V \leq \tau_U.$$

На рис. 2 приведена диаграмма режимов электродиспергирования вязких жидкостей.

## Заключение

Предлагается полуфеноменологическая классификация режимов спонтанного электродиспергирования жидкостей. Основой для классификации является сравнение характерных времен. Времена делятся на три группы: характерные времена, характеризующие рабочую жидкость; характерные времена, характеризующие среду, и

характерные времена, характеризующие установку для электродиспергирования.

Работа выполнена при поддержке грантов: Рособразования № 2.1.1/3776, РФФИ № 09-01-00084 и 09-08-00148.

## Список литературы

- [1] *Ширяева С.О., Григорьев А.И., Святченко А.А.* Классификация режимов работы электрогидродинамических источников ионов. Препринт ИМ РАН № 25, Ярославль, 1993. 118 с.
- [2] *Ширяева С.О., Григорьев А.И.* // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 3. С. 13–25.
- [3] *Shiryayeva S.O., Grigor'ev A.I.* // J. Electrostat. 1995. Vol. 34. P. 51–59.
- [4] *Sample S.B., Bollini R.* // J. Coll. Sci. 1972. Vol. 41. N 2. P. 185–193.
- [5] *Cloupeau M., Prunet Foch B.* // J. Electrostat. 1990. Vol. 25. P. 165–184.
- [6] *Ширяева С.О., Григорьев А.И.* Скаляризация векторных краевых задач гидродинамики. Ярославль: Изд-во ЯрГУ им. П.Г. Демидова, 2010. 180 с.
- [7] *Ширяева С.О., Григорьев А.И., Волкова М.В.* Спонтанный капиллярный распад заряженных струй. Изд-во ЯрГУ, 2007. 340 с.
- [8] *Аметистов Е.В., Блаженков В.В., Городов А.К.* и др. Монодиспергирование вещества: принципы и применение / Под ред. В.А. Григорьева. М.: Энергоатомиздат, 1991. 336 с.
- [9] *Григорьев А.И., Ширяева С.О., Петрушов Н.А.* // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 2. С. 16–22.
- [10] *Григорьев А.И., Ширяева С.О., Поляццев Н.А.* // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 12. С. 56–62.
- [11] *Massey W.A.* // P. Roy. Soc. Lond. A. Mat. 1931. Vol. 133. N 822. P. 565–587.
- [12] *Tonks L.A.* // Phys. Rev. 1935. Vol. 48. P. 562–568.
- [13] *Kim O., Dunn P.F.* // Langmuir. 2010. Vol. 26. P. 15 807–15 813.
- [14] *Taylor G.I., McEwan A.D.* // J. Fluids. Mech. 1965. Vol. 22. N 1. P. 1–15.
- [15] *Jaworek A., Krupa A.* // J. Aerosol. Sci. 1999. Vol. 30. N 7. P. 873–893.
- [16] *Григорьев А.И.* // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 2. С. 31–40.
- [17] *Земсков А.А., Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 11. С. 32–38.
- [18] *Semskov A.A., Shiryayeva S.O., Grigor'ev A.I.* // J. Coll. Int. Sci. 1993. Vol. 158. P. 54–63.