01;09

Дифракция электромагнитного импульса на диэлектрическом градиентном цилиндре конечной длины

© Д.Н. Садовничий,¹ М.Б. Марков,² А.С. Воронцов,² Ю.М. Милехин¹

¹ Федеральное государственное унитарное предприятие "Федеральный центр двойных технологий «Союз»", 140090 Дзержинский, Московская область, Россия

e-mail: fcdt@monnet.ru

² Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,

125047 Москва, Россия

e-mail: info@keldysh.ru

(Поступило в Редакцию 25 октября 2011 г.)

В рамках модели, основанной на уравнениях Максвелла в трехмерной постановке, исследованы эффекты, сопровождающие распространение электромагнитного импульса с наносекундной длительностью фронта в диэлектрическом градиентном круговом цилиндре конечной длины. Длительность фронта импульса сравнима с размерами диэлектрического тела. Изучено влияние направления поляризации электрического вектора на распределение областей усиления электрического поля. Рассмотрено влияние длины диэлектрического цилиндра на особенности формирования электрических полей как внутри тела, так и в окружающей среде.

Введение

Эффективным средством исследования воздействия электромагнитных волн на технические объекты является теория диэлектрического цилиндра. Она основана на решениях уравнений Максвелла в приближениях относительно размерности задачи, спектра падающего излучения, геометрии объекта воздействия и т.д. [1-5]. Приближения позволили получить решения большого количества практически важных вопросов. Среди них можно выделить задачи электроразведки [6,7], а также расчета токов и полей в системах электротехнического или радиотехнического назначения [8-10]. Теория оказывается применимой, когда хотя бы один из характерных размеров объекта оказывается много больше или много меньше длины фронта электромагнитного импульса (ЭМИ). Использование приближений для решения уравнений Максвелла в этих случаях вполне оправдано как спецификой задач, так и сложностью их решения в полной постановке.

В ряде важных технических проблем приближенные теории не применимы. Так, ЭМИ, излучаемые аппаратурой высокого напряжения, молниями и широкополосными источниками сверхвысокочастотного излучения, имеют короткий передний фронт и медленный спад [8,10–12]. Это означает, что они содержат широкий спектр частот. Кроме того, размеры технически важных диэлектрических тел по всем направлениям могут оказаться сопоставимыми с длиной фронта ЭМИ.

С развитием технологий параллельных вычислений стало возможным численное решение уравнений Максвелла в трехмерной постановке на сетках, адекватно описывающих сложные объекты из материалов с резко различающимися свойствами [13].

Цель настоящей работы заключалась в исследовании особенностей распространения линейно-поляризованного ЭМИ с наносекундным фронтом в градиентном диэлектрическом цилиндре конечной длины путем численного решения полной системы уравнений Максвелла во временном представлении.

1. Постановка задачи

Рассматриваемая далее временная форма ЭМИ представлена на рис. 1. В свободном пространстве фронт ЭМИ составляет ~ 8 пs, а длительность на полувысоте — $\tau_{0.5} \sim 26$ пs. Таким образом, длина фронта ЭМИ составляет 240 cm, а длина импульса на половине амплитудного значения ~ 780 cm. Обозначим амплитуду напряженности ЭМИ в свободном пространстве E_0 . Наружный диаметр диэлектрического кругового цилиндра составляет $D \sim 190$ cm, длина — 230 cm. Таким образом, длина фронта ЭМИ сопоставима как с диаметром, так и с длиной рассматриваемого тела. Градиентный цилиндр



Рис. 1. Зависимость от времени напряженности электрического поля ЭМИ.



Рис. 2. Схема цилиндра № 1 и привязка компонент ЭМИ к системе координат. Случай I(1), случай 2(2).

имеет внутренний канал диаметром 20 ст, открытый с обеих торцевых поверхностей. Относительную диэлектрическую проницаемость (ε) канала и окружающей среды примем $\varepsilon = 1.0$. Далее будем считать, что градиентный цилиндр с полым каналом состоит из двух материалов. Наружный диэлектрический материал имеет толщину 2 ст и $\varepsilon = 4.0$, а ε основного материала градиентного цилиндра равна 6.0. Для удобства будем называть это тело цилиндр № 1. Схема цилиндра № 1 и привязка системы координат воздействующего ЭМИ приведена на рис. 2. Ось x направим вдоль оси симметрии градиентного цилиндра, а ось z по направлению распространения ЭМИ.

Математическая модель распространения электромагнитного импульса основывается на задаче Коши для уравнений Максвелла в трехмерной постановке (принята система СИ):

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \varepsilon \varepsilon_0 \, \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = \mu_0 \, \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}.$$

Здесь **J** — вектор плотности тока на излучающей поверхности (источник падающей волны), которая расположена в плоскости *xy* при z = -250 сm; ε_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные; $\varepsilon \equiv \varepsilon(\mathbf{r})$ — относительная диэлектрическая проницаемость материалов и окружающей среды. Они заданы кусочно-постоянными функциями координат, т. е. каждый материал рассматривается как макроскопический объект с фиксированными значениями ε . Векторы напряженности электрического **E** и магнитного поля **H** являются функциями времени *t* и координат **r**. В начальный момент времени при t = 0значения компонент **E** и **H** равны нулю. Время отсчитывается от начального момента времени t = 0, в который ЭМИ отходит от излучающей поверхности в расчетную область.

Используемый для численного решения алгоритм подробно изложен в работе [13]. Развитая в работе [13] разностная аппроксимация пространственных производных в уравнениях Максвелла позволяет учесть важную особенность рассматриваемой задачи — разрывную кусочно-постоянную зависимость диэлектрической проницаемости от координат. Плотность электрического тока Ј в правой части уравнения Максвелла задается так, чтобы обеспечить невозмущенное распространение ЭМИ через расчетную область при $\varepsilon \equiv 1$. Для этого используется принцип Гюйгенса. Плотность тока J считается отличной от нуля только на той части границы расчетной области, на которую извне действует ЭМИ, а его величина с обратным знаком равна току смещения ЭМИ в вакууме. Такое задание разностных граничных условий позволяет адекватно описать возмущение электромагнитного поля внутри и в окрестности рассматриваемого тела. В частности, в отсутствие градиентного цилиндра электромагнитное поле в расчетной области остается плоской волной в течение всего времени расчета.

Плотность тока J однородна в плоскости излучающей границы расчетной области. Поэтому она генерирует в данной плоскости только одну компоненту электрического поля, совпадающую с ней по направлению. Однородное в плоскости переменное электрическое поле генерирует одну компоненту магнитного поля. Таким образом, внутрь расчетной области излучается плоская волна, поляризация электрического вектора которой задается направлением вектора J.

Прямое решение уравнений Максвелла в трехмерной расчетной области при достаточной степени дискретизации независимых переменных позволяет корректно учесть все процессы, сопровождающие распространение ЭМИ в сложной гетерогенной среде: отражение и преломление на границах гомогенных участков, ослабление, дифракцию и интерференцию падающей и отраженных волн.

Уравнения Максвелла решались на прямоугольной разностной сетке. Размер расчетной области составил около 400 cm по каждому из направлений. Шаг пространственной сетки выбран равным 1 cm.

Для оценки влияния на результаты расчета прихода затекающих и отраженных торцевыми поверхностями волн цилиндра № 1 решена модельная задача для распространения ЭМИ в цилиндре № 2, отличающегося от цилиндра № 1 только увеличенной в 100 раз длиной вдоль оси симметрии.

Шаг временной сетки определяется условием Куранта, выполнение которого необходимо для устойчивости разностной схемы, и составляет 0.03 ns. Таким образом, на фронт падающей волны приходится около 240 точек сетки по времени.

Расчеты выполнены на гибридном вычислительном кластере К-100 (ГВК К-100). Время счета одного варианта составило примерно 10 h процессорного времени на 100 ядрах. Всего в состав ГВК К-100 входят 64 вычис-



Рис. 3. Изолинии максимальных по абсолютной величине значений $|E|/E_0(a, a')$, $E_x/E_0(b, b')$, $E_y/E_0(c, c')$ и $E_z/E_0(d, d')$ в сечении цилиндра № 1 плоскостью xz, проходящей через ось симметрии, (a-d) и плоскостью yz при x = 125 cm (a'-d'). Случай *I*. Направление распространения ЭМИ снизу вверх. Штриховой линией на рис. 3, a, a', b, b' обозначены линии уровня, на которых выполняются условия $|E|/E_0 = 1$ или $E_x/E_0 = 1$, а на остальных — линии, на которых E_y и E_z равны нулю. Жирная линия — контур цилиндра № 1.

лительных узла. Каждый узел оснащен многоядерным процессором 2x Intel Xeon X5670 с 11 доступными задаче пользователя ядрами и оперативной памятью 96 Gb.

Будем далее рассматривать 2 случая ориентации направления поляризации ЭМИ относительно оси градиентного цилиндра: случай 1 — вектор напряженности электрического поля параллелен оси цилиндра x и случай 2 — когда он перпендикулярен оси x.

2. Результаты и обсуждение

Переменные во времени электрические поля, создаваемые ЭМИ в диэлектрическом теле и окружающей среде, зависят от пространственной координаты. В каждый текущий момент времени решением уравнений Максвелла определяли компоненты вектора напряженности электрического поля (E_x , E_y , E_z) и его модуль |E|. Поскольку длительность переднего фронта импульса близка к 8 ns, то уже во время распространения фронта импульса в рассматриваемом теле ЭМИ будет трансформироваться за счет переотражения и интерференции. Для характеристики распределения электрических полей в расчетной области выбирали максимальные (по абсолютной величине) за все время процесса значения, которые нормировали на амплитуду напряженности электрической компоненты падающего ЭМИ (E_0).

2.1. Параллельная поляризация (случай 1)

В результате расчетов при поляризации ЭМИ параллельно оси градиентного цилиндра получены пространственные распределения максимальных по абсолютной величине амплитуд электрического поля и изменения во времени напряженности электрического поля внутри тела.

На рис. З представлены результаты расчетов линий постоянного уровня максимальных за все время про-



цесса значений |E| и компонент электрического поля в сечении *xz*, проходящем через ось симметрии цилиндра № 1 (рис. 3, *a*-*d*), а также в среднем сечении *yz* при x = 125 cm (рис. 3, *a*'-*d*').

Видно, что как внутри цилиндра № 1, так и в окружающей его среде формируются области, в которых напряженность электрического поля превышает E_0 . Внутри цилиндра № 1 пространственное распределение |E| в основном обусловлено компонентой E_x (рис. 3, *a*, *a'*, *b*, *b'*), а влияние компонент E_y и E_z мало́ (рис. 3, *c*, *c'*, *d*, *d'*). Тогда как в окружающем цилиндр №1 пространстве наибольшие значения |E| обусловлены компонентой E_z , совпадающей с направлением распространения ЭМИ. E_z достигает по абсолютной величине значений > 1.5 E_0 на краях цилиндра № 1, при этом абсолютное значение компоненты E_y не превышает 0.2 E_0 .

Относительно средней части ($x \sim 125$ сm) сечения цилиндра № 1 плоскостью y_z , где реализуются близкие к нулю значения, линии уровня компоненты E_z расположены симметрично, но имеют противоположные знаки. Это указывает на то, что появление E_z компоненты связано с

дифракционным затеканием ЭМИ внутрь цилиндра № 1 через его торцевые поверхности.

Важно отметить, что взаимодействие падающего импульса с отраженными от цилиндра № 1 волнами сказывается на амплитуде напряженности электрического поля уже во время прохождения фронтом ЭМИ облучаемой поверхности. Действительно, амплитуда напряженности электрического поля на облучаемой поверхности цилиндра № 1 составляет ~ 0.7 E_0 . Это значительно больше, чем ожидаемая оценка по формуле Френеля для нормального падения волны на плоскую поверхность раздела двух диэлектриков $(Z_2-Z_1)/(Z_2+Z_1)$, где Z_1 и Z_2 — волновые сопротивления свободного пространства (377 Ω) и материала. Так, при $\varepsilon = 6.0$ по формуле Френеля получим амплитуду напряженности электрической компоненты ЭМИ ~ 0.43 E_0 .

Зависимости компоненты поля E_x от времени в точках A и B (см. рис. 2) цилиндра № 1 представлены на рис. 4 кривыми I и I' соответственно. Точка A расположена в средней части цилиндра № 1 (x = 125 сm) в плоскости, проходящей через ось симметрии цилиндра № 1, на глубине 5 сm от облучаемой поверхности z = -85 cm (кривая *1*, рис. 4), а точка *B* на противоположной стороне в теневой части z = 85 сm (кривая *1'*, рис. 4). Видно, что длительность импульса электрического поля на половине амплитудного значения $\tau_{0.5}$ составляет ~ 5.3 и ~ 3.3 пs соответственно в точках *A* и *B*. Это почти в 5 раз меньше, чем $\tau_{0.5}$ ЭМИ в свободном пространстве.

Аналитическое решение задачи дифракции электромагнитной волны с поляризацией электрического вектора по оси симметрии диэлектрического цилиндра бесконечной длины [1] дает только одну ненулевую компоненту электрического поля, совпадающую с направлением поляризации падающей волны, в рассматриваемом случае это E_x . Аналогичный результат показали проведенные нами расчеты для цилиндра № 2,



Рис. 4. Изменение во времени E_x (1, 1') и E_y (2, 2') в точках A (1, 2) и B (1', 2') цилиндра № 1. Случай 1 (1, 1') и случай 2 (2, 2'). Положение точек A и B указано на рис. 2.



Рис. 5. Изолинии максимальных значений $|E|/E_0$ в среднем сечении цилиндра № 2 плоскостью *уг.* Случай *I*. Направление распространения ЭМИ снизу вверх. Штрихами обозначена линия уровня, на которой выполняется условие $|E|/E_0 = 1$. Жирная линия — контур цилиндра № 2.



Рис. 6. Изменение во времени $|E|/E_0$ в средней части цилиндра № 2 в точках A(1,2) и B(1', 2'), аналогичных их расположению в цилиндре № 1 (см. рис. 2). Случай I(1, 1') и случай 2(2, 2').

где в сечении у*z* обнаружена только одна компонента поля E_x , а остальные не превысили погрешности расчета $< 0.005E_0$ (рис. 5). Максимальная величина |E|, так же как и для цилиндра № 1, достигается в теневой области цилиндра № 2 и составляет $\sim 1.37E_0$. Это несколько ниже, чем в теневой области цилиндра № 1, где усиление достигает ~ 1.5 раза.

Изменения во времени |E| в точках *A* и *B* цилиндра № 2 показаны на рис. 6 кривыми *1*, *1'* соответственно. Точки *A* и *B* цилиндра № 2 расположены в его средней части и соответствуют таковым в плоскости *yz* для рассмотренного выше случая цилиндра № 1. Увеличение длины цилиндра не сказывается на отмеченном снижении длительности импульса на половине амплитудного значения $\tau_{0.5}$, оставаясь практически в 5 раз ниже $\tau_{0.5}$ ЭМИ в свободном пространстве.

Цилиндр № 2 можно рассматривать как коаксиальную линию, в которой длина электромагнитной волны сравнима с радиусом, поэтому в первом приближении наличием внутреннего канала можно пренебречь. Тогда оценка нижней по частоте волны, распространяющейся в цилиндре № 2, может быть получена из решения задачи для круглого волновода. Критическая длина волны в таком случае составит величину ~ $1.7D\varepsilon^{0.5} = 7.9 \text{ m}$ (здесь D — диаметр тела). Далее, считая волну близкой к синусоидальной, получим $\tau_{0.5} \sim 10^{-8} \text{ s}$ [14]. Это качественно согласуется с результатами проведенных численных расчетов, показавших уменьшение длительности ЭМИ в цилиндре № 2 по сравнению с ЭМИ, распространяющимся в свободном пространстве.

2.2. Перпендикулярная поляризация (случай 2)

Расчеты для случая, когда направление поляризации ЭМИ перпендикулярно оси градиентного цилиндра, показали следующее.



Рис. 7. Изолинии максимальных по абсолютной величине значений $|E|/E_0$ (a, a'), E_x/E_0 (b, b'), E_y/E_0 (c, c') и E_z/E_0 (d, d') в сечении цилиндра № 1 плоскостью xz, проходящей через ось симметрии, (a-d) и плоскостью yz при x = 125 cm (a', b', c', d'). Случай 2. Направление распространения ЭМИ снизу вверх. Штрихами на рис. 7 a, a', c, c' обозначены линии уровня, на которых выполняются условия $|E|/E_0 = 1$ или $E_y/E_0 = 1$, а на остальных — линии, на которых E_x и E_z равны нулю. Жирная линия — контур цилиндра № 1.

Изолинии максимальных значений |Е| за все время переходного процесса при распространении ЭМИ в цилиндре № 1, а также максимальных по абсолютной величине значений компонент электрического вектора представлены на рис. 7. Видно, что изменение направления поляризации электрического вектора ЭМИ слабо сказывается на абсолютной величине максимального значения внутри диэлектрического тела $|E| \sim 1.35 E_0$. Специфической особенностью этого случая является усиление электрического поля во внутренней области цилиндрического канала. Усиление наблюдается также у боковых наружных поверхностей цилиндра № 1, составляющих прямой угол с направлением распространения ЭМИ (рис. 7, a, a'). Компонента поля, соответствующая направлению поляризации ЭМИ, в данном случае Е_v, оказывает определяющую роль в формировании |Е|. Видно лишь небольшое отличие расположения изолиний |Е| и Е_у в окружающей цилиндр № 1 среде

(рис. 7, a, a', c, c'). При этом компонента E_x не превышает 0.15 E_0 (рис. 7, b, b').

Пространственное распределение максимальных по абсолютной величине компонент E_z и E_x в плоскости yz симметрично относительно среднего сечения при y = 0, где E_x и E_z близки к нулю (рис. 7, b', d'). Наибольшие по абсолютной величине значения $E_z \sim 0.8E_0$ достигаются на наружной теневой стороне цилиндра № 1.

Малое влияние E_z на пространственное распределение |E|, как и в выше рассмотренном случае l, указывает, что времена достижения максимальных по абсолютной величине компонент E_y и E_z не совпадают.

Длительность на половине амплитудного значения напряженности электрического поля E_y внутри диэлектрического тела значительно короче падающего ЭМИ. Это справедливо как в случае цилиндра № 1 (рис. 4, кривые 2 и 2'), так и для цилиндра № 2 (рис. 6, кривые 2



Рис. 7 (продолжение).

и 2'). Например, $\tau_{0.5}$ в точках A и B цилиндра № 1 составляют 4.25 и 3.34 ns соответственно.

Отметим, что аналитическое решение задачи распространения электромагнитной волны с направлением поляризации перпендикулярно оси симметрии бесконечного диэлектрического цилиндра дает только компоненты поля E_v и E_z [1]. На рис. 8 представлены результаты расчетов для цилиндра № 2 изолиний максимальных по абсолютной величине значений компонент электрического поля и |Е|. Видно, что в этом случае величины напряженности электрических полей внутри цилиндра № 2 остаются ниже амплитуды падающего ЭМИ, а максимальное значение напряженности поля $\sim 0.83E_0$ реализуется вблизи внутреннего канала. В то же время в окружающей среде вблизи цилиндрической поверхности под углом 90° к направлению распространения ЭМИ поля максимальны ~ 1.34 E₀ и практически совпадают со значениями, полученными для цилиндра № 1.

В целом уровни напряженности поля в цилиндрах № 1 и № 2 при поперечной относительно оси симметрии поляризации электрического вектора ЭМИ оказываются несколько ниже, чем в случае поляризации ЭМИ вдоль оси симметрии.

Заключение

Исследование распространения ЭМИ в градиентном диэлектрическом цилиндре конечной длины путем численного решения уравнений Максвелла в полной постановке на параллельном суперкомпьютере показало следующее.

При совпадении направления электрического вектора падающего ЭМИ и оси симметрии рассматриваемого диэлектрического тела появляется дополнительная компонента поля, обусловленная дифракцией импульса на торцевых поверхностях. Эта компонента совпадает с направлением распространения ЭМИ и отсутствует при дифракции на цилиндре бесконечной длины. В объеме цилиндра конечной длины возникает достаточно протяженная область, в которой напряженность электрического поля приблизительно в 1.5 раза превышает амплитудное значение поля, падающего на тело. Здесь модуль вектора напряженности электрического поля в основном определяется компонентой, совпадающей по направлению с поляризацией падающего ЭМИ. В окружающей среде усиление поля достигает ~ 1.9 раза, а модуль вектора напряженности электрического поля



Рис. 8. Изолинии максимальных значений $|E|/E_0$ (*a*), E_y/E_0 (*b*) и E_z/E_0 (*c*) в среднем сечении цилиндра № 2 плоскостью *yz*. Случай 2. Направление распространения ЭМИ снизу вверх. Штрихами на рис. 8, *a,b* обозначены линии уровня, на которых выполняются условия $|E|/E_0 = 1$ или $E_y/E_0 = 1$, а на рис. 8, *c* — линия, на которой $E_z/E_0 = 0$. Жирная линия — контур цилиндра № 2.

в основном определяется дополнительной компонентой поля, совпадающей с направлением распространения импульса.

Анализ проведенных расчетов для поляризации электрического вектора ЭМИ перпендикулярно оси симметрии диэлектрического цилиндра обнаруживает менее выраженное усиление поля, чем при его ориентации вдоль оси симметрии цилиндра. Максимальные амплитуды напряженности электрического поля как внутри цилиндра, так и в окружающей его среде превышают падающее значение не более чем в ~ 1.4 раза.

Отметим, что внутри рассматриваемого цилиндра максимальные уровни электрического поля достигаются в области геометрической тени, независимо от направления электрического вектора. В среде, окружающей диэлектрический цилиндр, положение области максимальных значений электрического поля зависит от направления поляризации ЭМИ.

Список литературы

- [1] Ваганов Р.Б., Каценеленбаум Б.З. Основы теории дифракции. М.: Наука, 1982. 272 с.
- [2] Солодухов В.В., Васильев Е.Н. // ЖТФ. 1970. Т. 40. Вып. 1. С. 47–53.
- [3] Мазалов В.Н., Пересветов В.В., Смагин С.И. Моделирование электромагнитных полей в слоистых средах с включениями. Владивосток: Дальнаука, 2000. 292 с.
- [4] Лерер А.М. // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. № 9. С. 1059–1063.
- [5] Котляр В.В., Личманов М.А. // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2002. Т. 5. № 4. С. 37–43.
- [6] Мариненко А.В., Эпов М.И., Шурина Э.П. // Геология и геофизика. 2009. Т. 50. № 5. С. 619-629.
- [7] Эпов М.И., Миронов В.Л., Комаров С.А., Музалевский К.В. // Геология и геофизика. 2007. Т. 48. № 12. С. 1357–1365.
- [8] Мырова Л.О., Чепиженко А.З. Обеспечение стойкости аппаратуры связи к ионизирующим и электромагнитным излучениям. М.: Радио и связь, 1988. 298 с.
- [9] Балюк Н.В., Кечиев Л.Н., Степанов П.В. Мощный электромагнитный импульс: воздействие на электронные средства и методы защиты. Сер. "Библиотека ЭМС". М.: Группа ИДТ, 2008. 478 с.
- [10] Дьяконов А.Ф., Кужекин И.П., Максимов Б.В., Темников А.Г. Электромагнитная совместимость и молниезащита в электроэнергетике. М.: Издат. дом МЭИ, 2009. 455 с.
- [11] Горбачев К.В., Коровин С.Д., Месяц Г.А., Нестеров Е.В., Полевин С.Д., Строганов В.А., Сухов М.Ю., Черных Е.В., Фортов В.Е. // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. Вып. 18. С. 22– 29.
- [12] Белоконь И.Н., Гончаров А.Н., Иванов Е.В., Кудряшов А.С. // Технологии электромагнитной совместимости. 2010. № 1. С. 49–57.
- [13] Березин А.В., Воронцов А.С., Марков М.Б., Плющенков Б.Д. // Математическое моделирование. 2006. Т. 18. № 4. С. 43-60.
- [14] Семенов Н.А. Техническая электродинамика. М.: Связь, 1973. 480 с.