

01;03

О термокапиллярном движении капли вблизи плоской границы раздела жидкостей

© С.И. Гращенков

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000 Ярославль, Россия

Псковский государственный педагогический университет им. С.М. Кирова,
180760 Псков, Россия
e-mail: grasi@mail.ru

(Поступило в Редакцию 11 мая 2011 г.)

Проведен теоретический анализ термокапиллярного движения капли жидкости, погруженной в другую жидкость, вблизи бесконечной плоской границы раздела двух жидкостей. Рассмотрено движение при заданном на бесконечности перпендикулярном плоской границе раздела жидкостей постоянном градиенте температуры при малых числах Рейнольдса и Пекле. Решение проведено в бисферической системе координат. При анализе учитывались теплопроводности всех граничащих жидкостей и термокапиллярное течение жидкостей, обусловленное неоднородным распределением температуры на плоской границе раздела двух жидкостей.

Введение

Пузырьки газа или капли жидкости, помещенные в неоднородно нагретую жидкость, несмешивающуюся с жидкостью капель, самопроизвольно движутся из менее нагретой области в сторону более нагретой. Такое движение называют также термокапиллярным движением (дрейфом). Оно обусловлено зависимостью поверхностного натяжения на границе раздела жидкостей и жидкости и газа от температуры. Описание соответствующего эксперимента впервые приведено в работе [1]. В этой же работе получено выражение для скорости термокапиллярного дрейфа капли или газового пузырька в бесконечной среде при заданном на большом расстоянии от капли или пузырька постоянном градиенте температуры и числах Рейнольдса и Пекле, равных нулю. Отметим, что с формальной точки зрения теоретические описания движения капли жидкости ничем не отличаются от описания движения газового пузырька, так как движение газа в данном случае описывается теми же уравнениями, что и движение несжимаемой жидкости. К настоящему времени термокапиллярное движение пузырьков газа или капель жидкости достаточно хорошо изучено. Обзоры соответствующих работ можно найти в монографиях [2,3]. Когда капля жидкости оказывается вблизи границы раздела двух сред, то взаимодействие с этой границей вызывает изменение скорости движения капли. Поэтому влиянию границ на термокапиллярное движение также было посвящено достаточно большое количество работ, обзор которых можно найти в работе [4]. Однако до настоящего времени проводимые теоретические исследования движения капли или газового пузырька вблизи бесконечной плоской поверхности раздела сред проводились для заданного распределения температуры на этой поверхности. В частности, при исследовании термокапиллярного движения капли или

газового пузырька в направлении, перпендикулярном этой поверхности, считалось, что температура плоской поверхности во всех точках одинакова. Таким образом, теплопроводность вещества, ограниченного плоской поверхностью, не учитывалась (точнее, эта теплопроводность считалась бесконечно большой). Соответственно не учитывалось и возможное термокапиллярное течение жидкости, вызванное неоднородным распределением температуры на этой поверхности. Поэтому в настоящей работе проводится теоретический анализ термокапиллярного движения капли вблизи бесконечной плоской поверхности раздела двух сред и в перпендикулярном ей направлении с учетом теплопроводности обеих сред.

Распределение температуры

Рассмотрим каплю жидкости, находящуюся в другой жидкости вблизи бесконечной плоской границы раздела двух жидкостей. Будем полагать, что на большом расстоянии от капли задан постоянный градиент температуры, направленный перпендикулярно плоской границе раздела сред. Найдем вначале распределения температур внутри капли, в ее окрестности и в среде, ограниченной плоской поверхностью. Будем считать, что перепады температуры на расстояниях, сравнимых с размерами капли, малы и зависят от температуры коэффициентов теплопроводности вещества капли, окружающей ее жидкости и ограниченной плоской поверхностью среды можно пренебречь. Скорость частицы будет полагаться достаточно малой, чтобы временами тепловой релаксации можно было пренебречь. Распределения температур в этом случае описываются уравнениями

$$\Delta T_e = 0, \quad (1)$$

$$\Delta T_1 = 0, \quad \Delta T_2 = 0. \quad (2)$$

Здесь T_e — распределение температуры в жидкости, окружающей каплю, T_1 — распределение температуры в капле, T_2 — распределение температуры в среде, ограниченной плоской поверхностью. На поверхности капли и плоской границе раздела двух сред температуры соприкасающихся жидкостей связаны условием (3)

$$T_e = T_j. \quad (3)$$

Здесь и далее индекс j , равный единице, используется для величин, относящихся к капле, а индекс j , равный двум, — для величин, относящихся к среде, ограниченной бесконечной плоской поверхностью; ∇_n обозначает нормальную составляющую градиента соответствующей величины при условии, что нормаль направлена от поверхности капли или среды, ограниченной плоской поверхностью, в жидкость, ограничивающую каплю. Следующее граничное условие представляет собой условие непрерывности радиального потока тепла через поверхность капли или плоскую поверхность раздела двух сред

$$k_j \nabla_n T_j = k_e \nabla_n T_e, \quad (4)$$

где k_e — коэффициент теплопроводности жидкости, в которую помещена капля, k_j — коэффициент теплопроводности капли или среды, ограниченной плоской поверхностью.

На бесконечно большом расстоянии от капли выполняются следующие граничные условия:

$$T_e \rightarrow T_{0e} + z(\nabla_z T_e)_\infty, \quad (5)$$

$$T_2 \rightarrow T_{0e} + z(\nabla_z T_2)_\infty, \quad (6)$$

где T_{0e} — температура на плоской границе раздела сред, $(\nabla_z T_e)_\infty$ — проекция заданного на бесконечности градиента температуры жидкости, ограничивающей каплю, на ось z , направленную перпендикулярно плоской границе раздела сред в направлении от границы к капле, $(\nabla_z T_2)_\infty$ — проекция на ось z градиента температуры второй среды, ограниченной плоской поверхностью, на большом расстоянии от капли. Этот градиент, так же как и градиент температуры в жидкости, ограничивающей каплю, на большом расстоянии от капли считается перпендикулярным плоской границе раздела сред. Градиент температуры жидкости, в которой находится капля, на большом расстоянии от частицы в соответствии с граничным условием (4) связан с градиентом температуры второй среды соотношением (7)

$$(\nabla_z T_2)_\infty = \frac{k_e}{k_2} (\nabla_z T_e)_\infty. \quad (7)$$

Конечно, при желании вместо градиента $(\nabla_z T_e)_\infty$ можно задавать градиент $(\nabla_z T_2)_\infty$ или связанный с этими градиентами вектор плотности потока тепла, переносимого через плоскую границу раздела двух сред. Оставшееся граничное (8) условие учитывает конечность температуры внутри капли

$$T_1 \neq \infty. \quad (8)$$

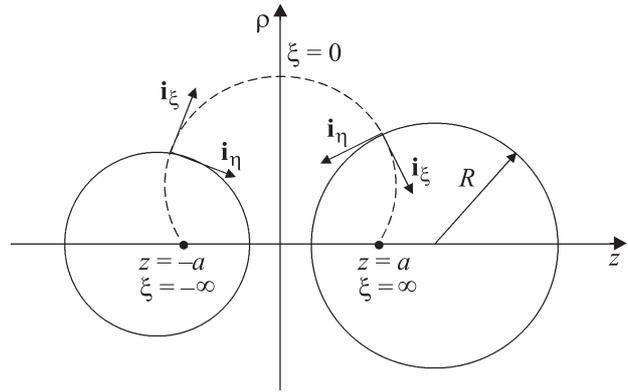


Рис. 1. Бисферическая система координат.

Решение задачи будем искать в бисферической системе координат (рис. 1). Координаты (ξ, η, φ) бисферической системы координат связаны с координатами (ρ, z, φ') соответствующей цилиндрической системы координат следующим образом [5]:

$$\rho = \frac{a \sin \eta}{\text{ch} \xi - \cos \eta},$$

$$z = \frac{a \text{sh} \xi}{\text{ch} \xi - \cos \eta},$$

$$\varphi' = \varphi,$$

где a — масштабный множитель. Оператор Лапласа в бисферической системе координат имеет следующий вид [5]:

$$\Delta = \frac{1}{L_\xi L_\eta L_\varphi} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{L_\eta L_\varphi}{L_\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{L_\xi L_\varphi}{L_\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{L_\xi L_\eta}{L_\varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \right], \quad (9)$$

где L_ξ, L_η, L_φ — коэффициенты Ламе, равные

$$L_\xi = L_\eta = \frac{a}{\text{ch} \xi - \cos \eta}, \quad L_\varphi = \frac{a \sin \eta}{\text{ch} \xi - \cos \eta}. \quad (10)$$

Оператор ∇_n выражается через коэффициенты Ламе следующим образом:

$$\nabla_n = (-1)^j \nabla_\xi = (-1)^j \frac{1}{L_\xi} \frac{\partial}{\partial \xi}. \quad (11)$$

В бисферической системе координат поверхность капли совпадает с координатной поверхностью $\xi = \xi_1$ ($\xi_1 > 0$), а бесконечная плоская поверхность раздела двух сред — с координатной поверхностью $\xi = \xi_2 = 0$. Радиус R капли связан с масштабным множителем соотношением $R = a \text{csch} \xi_1$, а кратчайшее расстояние h между центром частицы и бесконечной плоской поверхностью твердого тела можно найти из соотношения $h = a \text{cth} \xi_1$.

Общие решения линейных уравнений (1), (2) находятся с использованием выражения (9) методом разделения переменных и с учетом условий (5)–(8) имеют следующий вид:

$$T_e = \sqrt{2(\operatorname{ch}\xi - \cos\eta)} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=1}^2 \left(B_{n,l} \exp \left[(-1)^l \left(n + \frac{1}{2} \right) \xi \right] \right) \times P_n(\cos\eta) + T_{0e} + z(\nabla_z T_e)_{\infty}, \quad (12)$$

$$T_1 = \sqrt{2(\operatorname{ch}\xi + \cos\eta)} \sum_{n=0}^{\infty} D_n^{(1)} \times \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \xi \right] P_n(\cos\eta) + T_{0e}, \quad (13)$$

$$T_2 = \sqrt{2(\operatorname{ch}\xi + \cos\eta)} \sum_{n=0}^{\infty} D_n^{(2)} \exp \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \xi \right] \times P_n(\cos\eta) + T_{0e} + z \frac{k_e}{k_2} (\nabla_z T_e)_x. \quad (14)$$

Здесь $P_n(\cos\eta)$ — полиномы Лежандра, $B_{n,l}$, $D_n^{(1)}$, $D_n^{(2)}$ — неопределенные коэффициенты, которые находятся при помощи граничных условий (3), (4). Подставляя выражения (12)–(14) в граничные условия (3), (4) и учитывая выражения (10), (11) после упрощающих преобразований, получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \xi = \xi_1 : \\ \sum_{n=k-1}^{k+1} \sum_{l=1}^2 \left(B_{n,l} \exp \left[(-1)^l \left(n + \frac{1}{2} \right) \xi \right] \left[\beta_1 \delta_n^k - \frac{k_e}{k_1} \beta_l \delta_n^k \right] \right) \\ = -(\nabla_z T_e)_{\infty} a \sum_{n=k-1}^{k+1} \left([2n+1] \exp \left[- \left(n + \frac{1}{2} \right) \xi \right] \right) \\ \times \left[\left(1 - \frac{k_e}{k_1} \right) \beta_1 \delta_n^k \right], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \xi = 0 : \\ \sum_{n=k-1}^{k+1} \sum_{l=1}^2 \left(B_{n,l} \left[\beta_2 \delta_n^k - \frac{k_e}{k_2} \beta_l \delta_n^k \right] \right) = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

При этом

$$\begin{aligned} D_k^{(1)} = \exp \left[\left(k + \frac{1}{2} \right) \xi_1 \right] \sum_{l=1}^2 \left(B_{k,l} \exp \left[(-1)^l \left(k + \frac{1}{2} \right) \xi_1 \right] \right) \\ + a(\nabla_z T_e)_{\infty} [2k+1] \exp \left[- \left(k + \frac{1}{2} \right) \xi_1 \right], \\ D_k^{(2)} = \sum_{l=1}^2 B_{k,l}. \end{aligned}$$

Здесь δ_n^k — символ Кронекера. Для более компактной записи приведенных уравнений введен оператор β_l ,

который любую функцию X_n от ξ , η , n преобразует следующим образом:

$$\begin{aligned} \beta_l X_n = [\operatorname{sh}\xi + (-1)^l (2n+1) \operatorname{ch}\xi] X_n \\ - (-1)^l (n+1) X_{n+1} - (-1)^l n X_{n-1}. \end{aligned}$$

Уравнения (15), (16) описывают бесконечную систему уравнений для коэффициентов $B_{n,l}$. Любые $2N$ уравнений этой системы содержат более чем $2N$ неизвестных. Приближенные значения первых $2N$ неизвестных можно получить, положив $B_{n,l} = 0$ при $n > N$. Необходимая точность вычисления коэффициентов достигается выбором соответствующего значения N .

Силы, действующие на каплю

Найдем действующую на каплю силу, обусловленную неоднородностью распределений температур, как на ее поверхности, так и на плоской бесконечной поверхности твердого тела. При решении данной задачи будем предполагать, что движение частицы происходит при числах Рейнольдса, много меньших единицы. Для нахождения силы воспользуемся стоксовой функцией тока ψ , являющейся решением уравнения медленного вязкого течения жидкости. В бисферической системе координат это уравнение записывается в виде [5]

$$E^2(E^2\psi) = 0, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} E^2 = \frac{\operatorname{ch}\xi - \tau}{a^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(\operatorname{ch}\xi - \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \right] \right. \\ \left. + (1 - \tau^2) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[(\operatorname{ch}\xi - \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \right] \right\}, \end{aligned}$$

где $\tau = \cos\eta$. Когда функция тока ψ известна, радиальную v_{ξ} и тангенциальную v_{η} компоненты поля скоростей можно найти по следующим формулам:

$$v_{\xi} = \frac{1}{L_{\eta}\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \eta}, \quad v_{\eta} = -\frac{1}{L_{\xi}\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \xi}. \quad (18)$$

Впервые решение уравнения (17) было получено Сtimiном и Джеффри [6] и для среды, окружающей частицы, может быть записано в следующем виде:

$$\begin{aligned} \psi_e = (\operatorname{ch}\xi - \tau)^{-3/2} \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ X_{4n+1}^e \exp[(n-3/2)\xi] \right. \\ \left. + X_{4n+2}^e \exp[-(n-3/2)\xi] + X_{4n+3}^e \exp[(n+1/2)\xi] \right. \\ \left. + X_{4n+4}^e \exp[-(n+1/2)\xi] \right\} C_n^{-1/2}(\tau), \end{aligned} \quad (19)$$

где $C_n^{-1/2}(\tau)$ — полином Гегенбауэра порядка n и степени $-1/2$,

$$C_n^{-1/2}(\tau) = \frac{P_{n-2}(\tau) - P_n(\tau)}{2n-1}.$$

Константы X_n^e определяются из граничных условий. Точки $\xi = \pm\infty$ бисферической системы координат находятся внутри капли и жидкости, ограниченной бесконечной плоской поверхностью. Для того чтобы функции тока, описывающие течение жидкостей, оставались конечными, из соответствующих решений надо исключить слагаемые, которые стремятся к бесконечности при $\xi \rightarrow \pm\infty$. Поэтому решения для функций тока, описывающих движение этих жидкостей, определяются выражением

$$\psi_j = (\text{ch}\xi - \tau)^{-3/2} \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ X_{4n+3-j}^{(j)} \exp[(-1)^j (n-3/2)\xi] + X_{4n+5-j}^{(j)} \exp[(-1)^j (n+1/2)\xi] \right\} \cdot C_n^{-1/2}(\tau). \quad (20)$$

При известных значениях X_n^e сила, действующая на каплю, может быть определена исходя из следующего соотношения [6]:

$$F = 4\sqrt{2} \frac{\mu_e \pi}{a} \sum_{n=2}^{\infty} (X_{4n+1}^e + X_{4n+3}^e). \quad (21)$$

Как уже было сказано, коэффициенты X_n^e определяются из граничных условий на поверхности капли и плоской границе раздела жидкостей. В рассматриваемом случае эти условия имеют следующий вид:

$$\xi = \xi_j :$$

$$v_{e\xi} = 0, \quad (22)$$

$$v_{\xi}^{(j)} = 0, \quad (23)$$

$$v_{e\eta} = v_{\eta}^{(j)}, \quad (24)$$

$$\mu \Pi_{\xi\eta}(\mathbf{v}^{(j)}) = \mu_e \Pi_{\xi\eta}(\mathbf{v}_e) + (-1)^j g_{\sigma}^{(j)} \nabla_{\eta} T, \quad (25)$$

где $\nabla_{\eta} = \frac{1}{L_{\eta}} \frac{\partial}{\partial \eta}$, $g_{\sigma}^{(j)} = \frac{\partial \sigma_j}{\partial T} \Big|_{T=T_0}$, σ_j — коэффициент поверхностного натяжения соответствующей жидкости, \mathbf{v}_e — распределение скоростей газа, $\mathbf{v}^{(j)}$ — распределение скоростей соответствующей жидкости, μ_j — динамическая вязкость соответствующей жидкости. Скалярный оператор $\Pi_{\xi\eta}(\mathbf{v})$ определяется следующим образом:

$$\Pi_{\xi\eta}(\mathbf{v}) = \frac{1}{L_{\xi}} \left[\frac{\partial v_{\eta}}{\partial \xi} - \frac{v_{\eta}}{L_{\eta}} \frac{\partial}{\partial \xi} (L_{\eta}) \right] + \frac{1}{L_{\eta}} \left[\frac{\partial v_{\xi}}{\partial \eta} - \frac{v_{\xi}}{L_{\xi}} \frac{\partial}{\partial \eta} (L_{\xi}) \right]. \quad (26)$$

Условия (22), (23) учитывают непроницаемость поверхности капли и бесконечной плоской границы двух сред для разделяемых ими жидкостей условие (24) — непрерывность на них тангенциальных составляющих скоростей жидкостей, а условие (25) — непрерывность касательных составляющих тензора напряжений.

Исходя из уравнений (22)–(26) и используя выражения (18)–(20), после упрощающих преобразований приходим к следующей системе уравнений:

$$\xi = \xi_j :$$

$$\sum_{m=1}^4 X_{4n+m}^e W_{nm}^{[0]} = 0, \quad (27)$$

$$\sum_{k=n-1}^{n+1} \sum_{m=1}^4 X_{4k+m}^e \left[\left(-(-1)^j (2k-1) W_{km}^{[1]} \frac{\mu_e}{\mu_j} W_{km}^{[2]} \right) h^v \sigma_k^n \right] = -(-1)^j \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{g_{\sigma}^{(j)}}{\mu_j} a h^g \gamma_n^{(j)}. \quad (28)$$

$$n = 2, 3, 4, \dots$$

Здесь

$$W_{nm}^{[k]} = (n-3/2)^k \exp[(n-3/2)\xi] \delta_m^1 + (-1)^k (n-3/2)^k \exp[-(n-3/2)\xi] \delta_m^2 + (n+1/2)^k \exp[(n+1/2)\xi] \delta_m^3 + (-1)^k (n+1/2)^k \exp[-(n+1/2)\xi] \delta_m^4,$$

h^v , h^g — операторы, которые любую функцию X_n от n и ξ преобразуют следующим образом:

$$h^v X_n = X_n \text{ch}\xi - \frac{n+1}{2n-1} X_{n+1} - \frac{n-2}{2n-1} X_{n-1},$$

$$h^g X_n = (2X_{n-1} \text{ch}\xi - X_{n-2} - X_n) n(n-1),$$

$$\gamma_n^{(j)} = D_n^{(j)} \exp[(-1)^j (n+1/2)\xi_j],$$

$$\gamma_n^T = \begin{cases} \sum_{l=1}^2 ([B_{n,l} + \delta_l^1 (2n+1)a (\nabla_{\xi} T_e)_{\infty}] \times \exp[(-1)^l (n+1/2)\xi]) & \text{при } \xi = \xi_1, \\ \sum_{l=1}^2 B_{n,l} & \text{при } \xi = 0. \end{cases}$$

Уравнения (27), (28) составляют бесконечную систему для неизвестных X_n^e . При этом любые первые N уравнений содержат более чем N неизвестных. Как уже было сказано выше, решения подобных систем проводят выбором некоторого большого N и пренебрежением слагаемых с X_n^e для $n > N$. Подставляя полученные значения в (21), получаем значение для силы, действующей на каплю. При этом точность вычисления сил можно повысить, увеличивая выбранное значение N . Устремляя в полученных выражениях $\mu_2 \rightarrow \infty$ (т.е. полагая в (27), (29) μ_e/μ_2 и $g_{\sigma}^{(2)}/\mu_2$ равными нулю), получаем решение для капли, движущейся вблизи плоской поверхности твердого тела.

Движение капли

На основе полученных выражений проведены расчеты скорости установившегося движения капли в различных ситуациях. Скорость установившегося движения капли находилась из условия равенства нулю равнодействующей действующих на нее сил, складывающейся из силы, обусловленной наличием заданного градиента температуры, и силы вязкого сопротивления. Сила вязкого сопротивления, действующая на каплю, находилась при помощи выражений, полученных в работе [7]. При этом

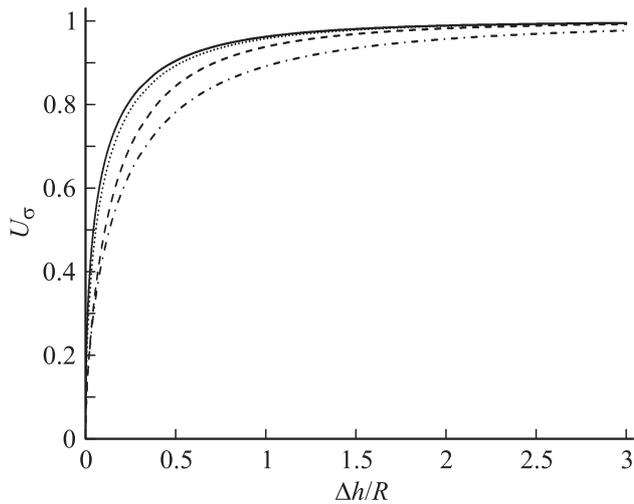


Рис. 2. Нормированная скорость капли при $k_e/k_1 = \mu_e/\mu_1 = 0.1$ и различных параметрах ограниченной плоской поверхностью среды: сплошная линия — твердое тело бесконечной теплопроводности, пунктирная — твердое тело при $k_e/k_2 = 0.1$, штриховая — твердое тело при $k_e/k_2 = 1$, штрихпунктирная — плоская поверхностью ограничивает жидкость, которая совпадает с жидкостью капли.

выражение для скорости капли можно представить в виде

$$u = -(\nabla_z T_e)_\infty \frac{g_\sigma^{(1)}}{\mu_1} R \frac{2 \frac{k_e}{k_1}}{\left(3 + 2 \frac{\mu_e}{\mu_1}\right) \left(1 + 2 \frac{k_e}{k_1}\right)} U_\sigma. \quad (29)$$

При $U_\sigma = 1$ данное выражение переходит в выражение для скорости термокапиллярного движения капли [1] в неограниченной среде. На рис. 2 представлены результаты расчетов для нормированной скорости U_σ для капли как вблизи плоской границы твердого тела, так и вблизи плоской границы раздела жидкостей. Под Δh на рисунке понимается кратчайшее расстояние между поверхностью капли и бесконечной плоской границей раздела сред. Теплопроводность капли полагалась $k_1 = 10k_e$, т.е. большей теплопроводности окружающей среды. Из рисунка видно, что чем меньше теплопроводность твердого тела, ограниченного плоской поверхностью, тем меньше скорость капли. Объясняется это просто. Пусть для определенности градиент температуры направлен в сторону плоской границе раздела сред. Наличие капли в этом случае способствует более интенсивному оттоку тепла от границы раздела сред и, как следствие, ее охлаждению в прилегающих к капле областях. При этом охлаждение тем интенсивнее, чем меньше теплопроводность среды, ограниченной плоской поверхностью. В результате перепады температуры в окрестности капли уменьшаются и скорость капли падает. Если же капля находится вблизи границы раздела двух жидкостей, то возникающие из-за неоднородности распределения температуры на этой границе термокапиллярное течение способствует, как видно из рисунка, еще большему

уменьшению скорости капли. Очевидно, что такое же термокапиллярное течение будет возникать, если у границы раздела жидкостей будет находиться не капля, а твердая сферическая частица, и это течение вызовет движение данной частицы. Сказанное иллюстрирует рис. 3, на котором отображена зависимость нормированной скорости твердой частицы от расстояния Δh . На этом рисунке U_s — скорость, нормированная на скорость капли в неограниченной среде того же радиуса, что и сферическая частица, и той же жидкости, что жидкость, ограниченная бесконечной плоской границей раздела сред. Если же теплопроводность капли меньше теплопроводности окружающей среды, то уменьшение теплопроводности среды, ограниченной плоской поверхностью, и учет возникающего на этой границе термо-

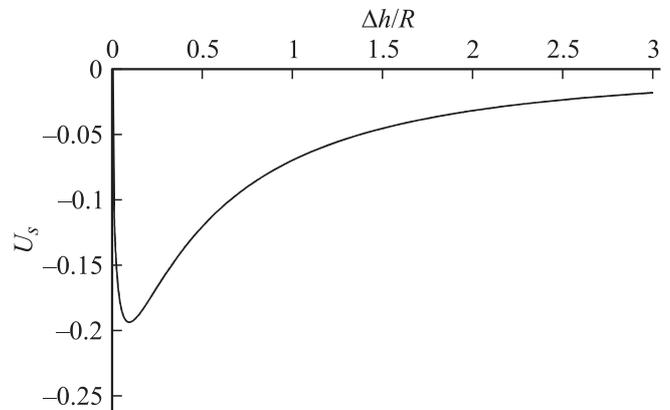


Рис. 3. Нормированная скорость твердой частицы вблизи плоской границы раздела жидкостей при $k_e/k_1 = k_e/k_2 = \mu_e/\mu_2 = 0.1$.

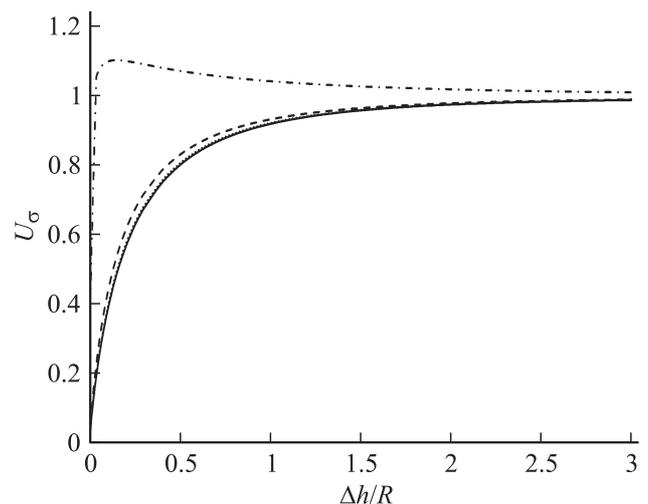


Рис. 4. Нормированная скорость капли при $k_e/k_1 = \mu_e/\mu_1 = 10$ и различных параметрах ограниченной плоской поверхностью среды: сплошная линия — твердое тело бесконечной теплопроводности, пунктирная — твердое тело при $k_e/k_2 = 0.1$, штриховая — твердое тело при $k_e/k_2 = 1$, штрихпунктирная — плоская поверхностью ограничивает жидкость, которая совпадает с жидкостью капли.

капиллярного течения приводят к увеличению скорости капли. Сказанное иллюстрирует рис. 4.

Заключение

Проведен теоретический анализ термокапиллярного движения капли жидкости, погруженной в другую жидкость, вблизи бесконечной плоской поверхности раздела двух жидкостей или жидкости, или твердого тела при градиенте температуры, перпендикулярном этой границе. Показано, что для капли, теплопроводность которой больше теплопроводности жидкости, в которую она погружена, уменьшение теплопроводности среды, ограниченной плоской поверхностью, и учет термокапиллярного течения, вызванного неоднородностью температуры на этой поверхности, приводят к уменьшению скорости капли. Для капли, теплопроводность которой меньше окружающей среды, уменьшение теплопроводности среды, ограниченной плоской границей, и учет термокапиллярного течения, вызванного неоднородностью распределения температуры на ней, приводят к увеличению скорости капли. Показано также, что наличие вблизи границы раздела двух жидкостей твердой частицы вызывает термокапиллярное течение, приводящее к движению этой капли.

Работа выполнена при поддержке грантов: Рособразованию № РНП 2.1..1/3776 и РФФИ № 09-01-00084.

Список литературы

- [1] *Young N.O., Goldstein J.S., Block M.J.* // J. Fluid. Mech. 1959. Vol. 6. P. 350–356.
- [2] *Subramanian R.S., Balasubramaniam R.* The Motion of Bubbles and Drops in Reduces Gravity. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2001. 488 p.
- [3] *Subramanian R.S., Balasubramaniam R., Wozniak G.* in Physics of Fluids in Microgravity / Ed. by R. Monti. London: Taylor & Francis, 2001. P. 149.
- [4] *Chen S.H., Keh H.J.* // Chem. Engin. Sci. 2006. Vol. 61. P. 5221–5235.
- [5] *Хappel Дж., Бреннер Г.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с. (Happel J., Brenner H. Low Reynolds Number Hydrodynamics. Prentice Hall, 1965. 553 p.)
- [6] *Stimson J., Jeffry G.B.* // Proc. Roy. Soc. 1926. Vol. A111. P. 110–116.
- [7] *Grashchenkov S.I.* // Aerosol Sci. Technol. 1996. Vol. 25. N 2. P. 101–112.