

## О релаксации функции распределения электронов в резонансных стратоподобных полях

© Ю.Б. Голубовский,<sup>1</sup> Д.Б. Демчук,<sup>1</sup> В.О. Некучаев,<sup>2</sup> А.Ю. Скобло<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет,  
198504 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Ухтинский государственный технический университет,  
169300 Ухта, Россия  
e-mail: alexey\_skoblo@yahoo.com

(Поступило в Редакцию 16 августа 2010 г.)

Анализируется релаксация приблизительно дельтаобразной функции распределения электронов, инжектированных в  $P$ - и  $R$ -стратоподобные поля на одной из резонансных траекторий. Показано, что в результате диффузии по энергии через несколько периодов поля появляются электроны на других резонансных траекториях. В конечном счете формируется установившееся состояние, соответствующее функции распределения в  $P$ - и  $R$ -стратах, как результат стягивания к резонансным траекториям и диффузии по энергии.

В результате более чем столетнего исследования стратификации газоразрядной плазмы выяснились реальные механизмы возникновения и распространения ионизационных волн при различных разрядных условиях. Современное состояние проблемы отражено в обзорах [1–5]. Наиболее изученными в настоящее время являются инертные газы, где установлены по крайней мере четыре области на диаграмме „давление–ток“ [6] с разными механизмами раскачки страт. Наибольшее число из многих сотен работ по стратам посвящено малым давлениям (порядка единиц Торг) и малым токам (до десятков миллиампер), где наблюдаются страты трех типов:  $S$ -,  $P$ - и  $R$ -страты, которые различаются частотой, длиной волны  $L$  (длиной страты) и падением потенциала на длине страты  $U_L = e_0 E_0 L$  ( $E_0$  — среднее продольное поле,  $e_0$  — элементарный заряд). Экспериментально установлено, что для трех типов страт величины  $L$ , как и  $U_L$ , находятся в соотношении  $L_S : L_R : L_P \propto 1 : 2/3 : 1/2$ . Природа страт в рассматриваемых условиях связана с резонансным поведением функции распределения электронов (ФРЭ) в пространственно периодических полях [7]. При малых давлениях и токах баланс энергии электронов определяется неупругими ударами. Малые потери энергии в упругих ударах и межэлектронные столкновения не приводят к локализации ФРЭ. ФРЭ формируется не локальным электрическим полем в каждой фазе страты, а всем профилем потенциала. Картина движения электронов в фазовой плоскости „полная энергия–координата“ выглядит следующим образом. Электроны ускоряются в поле и набирают кинетическую энергию порядка энергии возбуждения  $\varepsilon_1$  при почти постоянной полной энергии  $\varepsilon = \text{const}$  на длине, приблизительно равной  $\varepsilon_1/(e_0 E_0)$ . Затем испытывают неупругий удар, перескакивают на траекторию  $\varepsilon = \text{const} - \varepsilon_1$ , и процесс периодически повторяется. (Полная энергия равна  $\varepsilon = w + e\varphi(z)$ , где  $w$  и  $e\varphi(z)$  — кинетическая и по-

тенциальная энергии соответственно,  $z$  — продольная координата.)

Если инжектировать электроны с произвольной ФРЭ в однородное электрическое поле, то процесс пространственной релаксации до установившегося состояния носит характер затухающих колебаний. Любой макроскопический параметр, рассчитанный через ФРЭ (концентрация электронов, средняя энергия, скорости возбуждения или ионизации и т.д.), испытывает затухающие колебания с пространственным периодом, определяющим резонансную длину, и декрементом затухания, зависящим главным образом от потерь энергии в упругих ударах. При низких давлениях колебательный режим выражен очень ярко, длина установления ФРЭ составляет много периодов. С ростом давления декремент затухания возрастает и, когда в балансе энергии электронов начинают доминировать упругие удары, процесс релаксации ФРЭ становится аperiodическим. Подобный переход от колебательного режима при низких давлениях к повышенным и локализация ФРЭ при таком переходе наглядно продемонстрированы на примере разряда в неоне в работе [8]. Роль межэлектронных столкновений в релаксации ФРЭ в однородном поле проанализирована на примере неона, криптона и ксенона в работе [9].

Понятие резонансной длины является ключевым для понимания природы стратификации. В пространственно периодическом поле с периодом  $L$ , равным резонансной длине, имеет место эффект бунчировки: стягивание ФРЭ к резонансным траекториям в плоскости „энергия–координата“. Впервые на подобный механизм стратификации было указано в работе [7], где была разработана аналитическая теория, которая предсказывала целочисленные резонансы на длинах, равных резонансной длине  $L_S \approx \varepsilon_1/(e_0 E_0)$  ( $S$ -резонанс, которому сопоставлялись  $S$ -страты), вдвое меньшей длине  $L_S/2$  ( $P$ -резонанс,  $P$ -страты), резонансы более высоких по-

рядков (при  $L = L_S/n$ , где  $n$  — целое число), которые в экспериментах по естественным стратам не наблюдались. Качественная картина бунчировки электронов в условиях  $S$ -резонанса показана в работе [5] (рис. 20 из этой работы). В этой работе наглядно продемонстрировано, каким образом из начальной ФРЭ, сосредоточенной в широком энергетическом интервале, в результате бунчировки формируется ФРЭ в виде узкого максимума, перемещающегося вдоль резонансной траектории.

Количественно процесс релаксации электронов в пространственно периодических резонансных полях анализировался в работе [10] на основе численного решения кинетического уравнения. Продемонстрировано, каким образом из произвольной начальной ФРЭ по прошествии определенного числа периодов для  $S$ - и  $P$ -резонансных полей формируется гауссообразная функция, перемещающаяся вдоль резонансных траекторий. Было проанализировано влияние упругих ударов и наличия нескольких возбужденных уровней на длину релаксации до установившегося состояния. Показано, что для  $S$ -резонанса ФРЭ стягивается к одной резонансной траектории, для  $P$ -резонанса — к двум резонансным траекториям. Соответственно ФРЭ имеет один или два характерных максимума на протяжении энергетического интервала, равного  $U_L^{(S)} = e_0 E_0 L_S \approx \varepsilon_1$ .

В работах [11,12] было показано, что наряду с целочисленными резонансами имеют место нецелочисленные резонансы при  $L = (m/n)L_S$ , где  $m$  и  $n$  — целые числа. В частности, наблюдаемые в эксперименте  $R$ -страты описываются как резонанс на длине  $L_R = (2/3)L_S$ . Особенности формирования ФРЭ в случае  $R$ -резонанса обсуждаются в работе [12].

До настоящего времени переходная стадия от начальной ФРЭ, инжектированной в стратоподобное резонансное поле, до установившейся ФРЭ иллюстрировалась на примере начальных функций, имеющих достаточно широкое распределение по энергиям. При этом можно было видеть, как из начальной ФРЭ прорастают либо один максимум (в случае  $S$ -страты), либо два максимума одинаковой амплитуды (в случае  $P$ -страты).

Однако представляет интерес релаксация ФРЭ из начальной функции распределения, сосредоточенной в очень узком энергетическом интервале, гораздо меньшем, чем ширина максимума на сбунчировавшейся ФРЭ. Кроме того, возникали вопросы, появится ли для  $P$ -страты максимум на второй резонансной траектории, если в качестве начальной ФРЭ выбрать близкую к  $\delta$ -функции ФРЭ, сосредоточенную на первой резонансной траектории. Тем более интересен вопрос о релаксации  $\delta$ -образной начальной ФРЭ, инжектированной на одной из резонансных траекторий в  $R$ -стратоподобное поле, когда в результате релаксации должны сформироваться чередующиеся по величине максимумы, перемещающиеся по трем резонансным траекториям. Настоящая работа посвящена исследованию этих вопросов.

Решалось кинетическое уравнение для ФРЭ  $f_0(\varepsilon, z)$  в переменных полная энергия  $\varepsilon$ —координата  $z$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{w}{3NQ_\Sigma(w)} \frac{\partial f_0(\varepsilon, z)}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( \frac{2m_e}{M} w^2 N Q_{el}(w) f_0(\varepsilon, z) \right) = \sum_k w N Q_k(w) f_0(\varepsilon, z) - \sum_k (w + \varepsilon_k) N Q_k(w + \varepsilon_k) f_0(\varepsilon + \varepsilon_k, z). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $N$  — концентрация атомов,  $M$  — масса атома,  $m_e$  — масса электрона,  $Q_{el}(w)$  — транспортное сечение упругих столкновений с атомами,  $Q_k(w)$  — сечение возбуждения  $k$ -го атомного состояния с энергией  $\varepsilon_k$ , суммарное сечение  $Q_\Sigma(w) = Q_{el}(w) + \sum_k Q_k(w)$ . Уравнение (1) решалось методом, развитым в [10]. Граничные условия имели следующий вид:

$$\begin{aligned} f_0(\varepsilon, z)|_{z=0} = f_0^{\text{init}}(\varepsilon), \quad \left. \frac{\partial f_0(\varepsilon, z)}{\partial z} \right|_{w=0} = 0, \\ f_0(\varepsilon, z)|_{w \rightarrow \infty} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

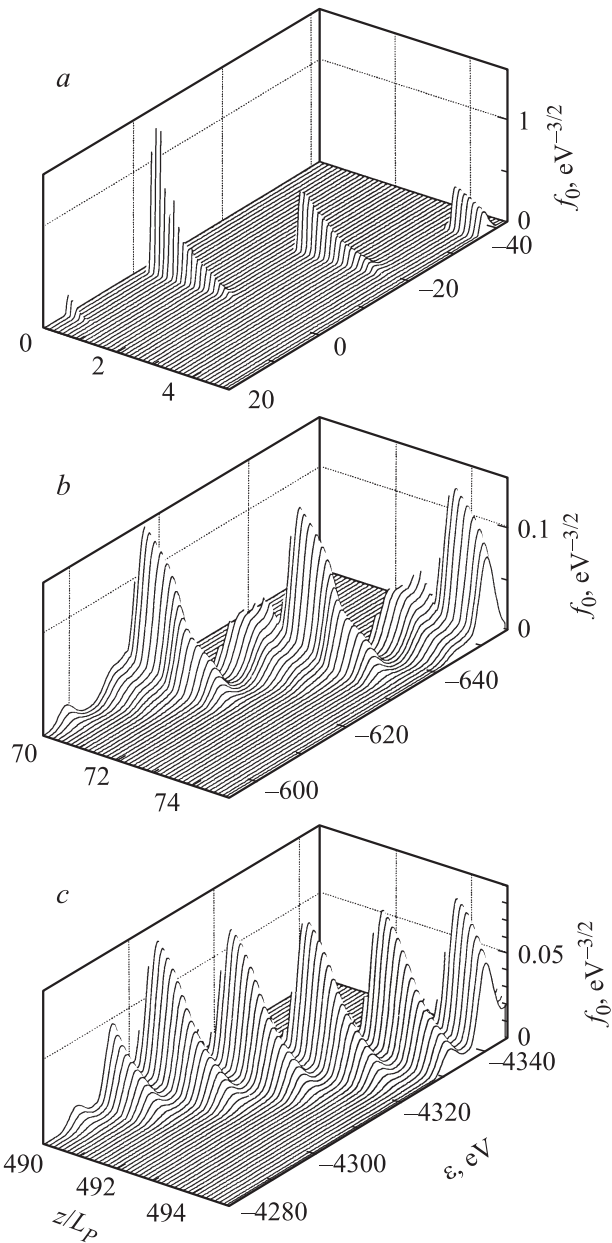
Все расчеты выполнены в неоне для приведенного давления  $pR = 0.8 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$  ( $R$  — радиус разрядной трубки) и приведенного поля  $E_0/p = 3.75 \text{ V cm}^{-1} \text{ Torr}^{-1}$ , когда резонансные явления проявляются очень ярко. Данные о сечениях взяты из работы [13]. На первом этапе определялась длина  $S$ -страты  $L_S$  как период затухающих колебаний концентрации электронов при инжектировании электронов с произвольной ФРЭ в однородное поле. В данном случае она составляла  $L_S \approx 5.85 \text{ cm}$ . Установившийся режим наступал примерно через 20 пространственных периодов. На втором этапе электроны с произвольной ФРЭ инжектировались в резонансное поле синусоидальной формы (с большой глубиной модуляции) вида:

$$E(z) = E_0 \left[ 1 + 0.9 \sin \frac{2\pi z}{L_{P,R}} \right], \quad (3)$$

где  $L_P = L_S/2$  ( $P$ -стратоподобное поле),  $L_R = (2/3)L_S$  ( $R$ -стратоподобное поле). Установившееся решение позволяло найти две резонансные траектории для  $P$ -страты и три для  $R$ -страты. На третьем этапе кинетическое уравнение (1) решалось в резонансных полях (3) с начальными  $\delta$ -образными функциями вида:

$$f_0^{\text{init}}(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\varepsilon_{P,R}}\sigma} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_{P,R}}{\sigma} \right)^2 \right]. \quad (4)$$

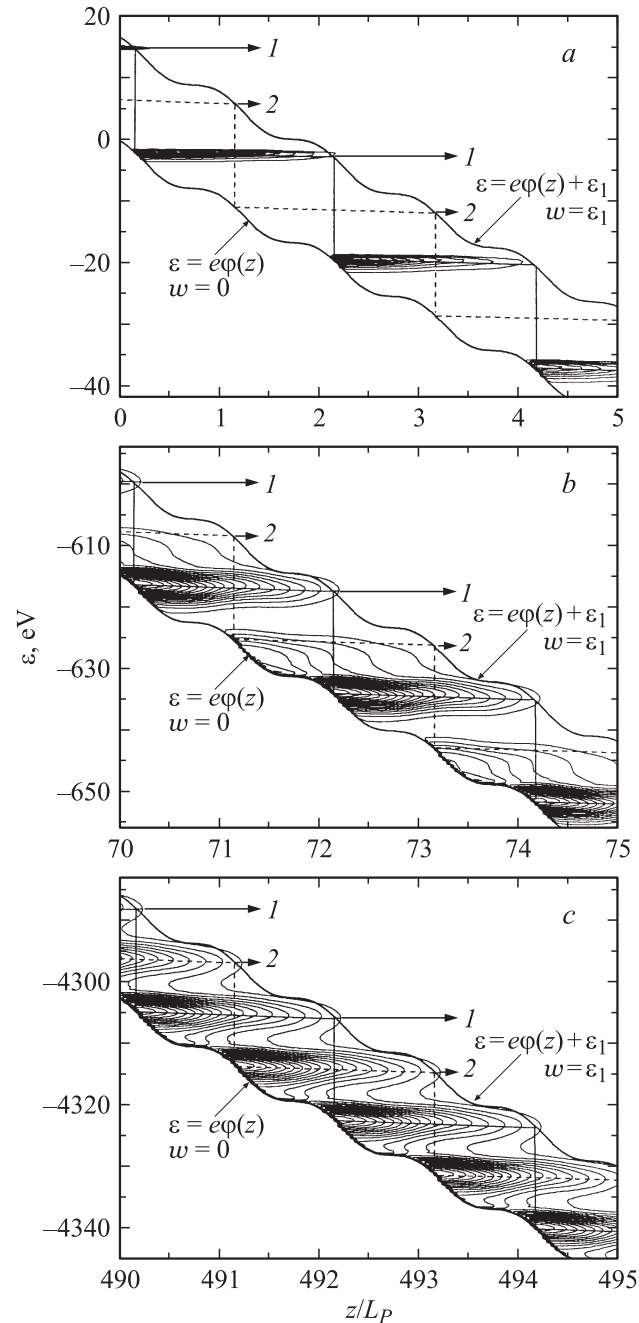
Величины  $\varepsilon_P \approx 14.5 \text{ eV}$  и  $\varepsilon_R \approx 15 \text{ eV}$  соответствовали начальным (при  $z = 0$ ) точкам одной из резонансных траекторий для  $P$ - и  $R$ -страт соответственно. Величина  $\sigma = 0.1 \text{ eV}$  была выбрана заметно меньшей, чем ширина максимумов ФРЭ в установившемся режиме.



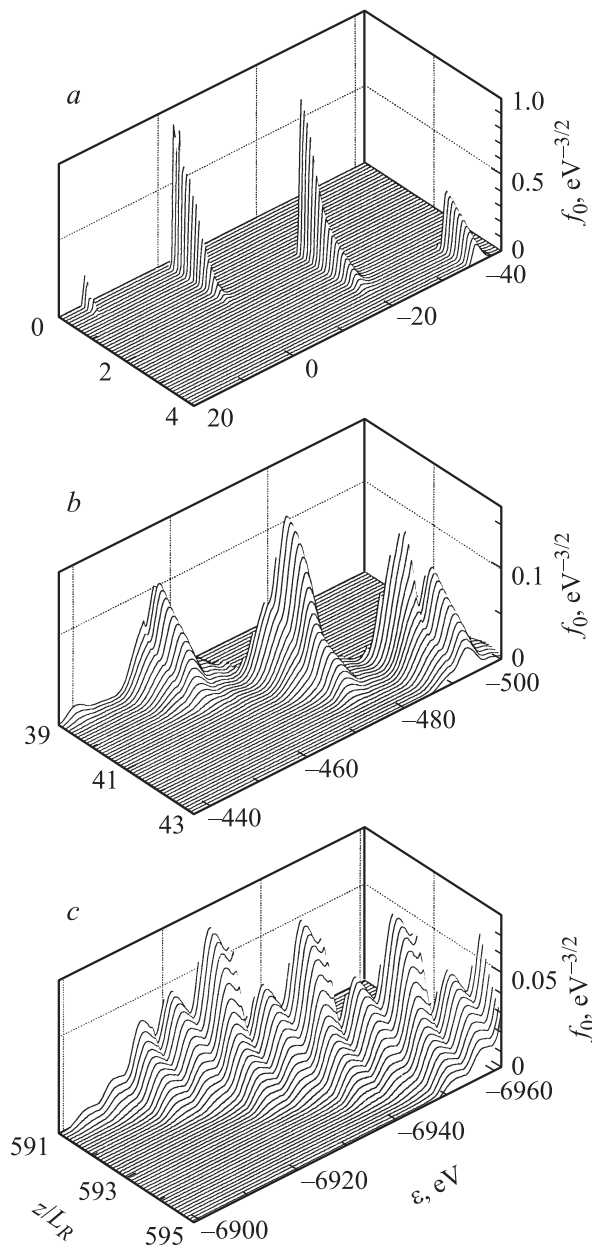
**Рис. 1.** Трехмерные графики функции распределения электронов (ФРЭ)  $f_0(\epsilon, z/L_P)$ , иллюстрирующие релаксацию  $\delta$ -образной ФРЭ в  $P$ -стратоподобном поле: *a* — первые несколько периодов, *b* — промежуточное состояние, *c* — установившееся состояние.

Результаты расчетов для  $P$ -стратоподобного поля представлены в виде трехмерных графиков ФРЭ в переменных полная энергия—координата (рис. 1), а также в виде графиков изолиний (рис. 2). Из рис. 1, *a* и 2, *a* видно, как на протяжении нескольких первых периодов поля уширяется начальный максимум, который перемещается по резонансной траектории, условно названной первой. На второй резонансной траектории электронов ничтожно мало. На рис. 1, *b* и 2, *b* представлена ФРЭ, сформировавшаяся по прошествии нескольких десятков

периодов. Из рисунков видно, что на второй резонансной траектории появляется заметное число электронов. Наконец, по прошествии достаточного числа периодов (рис. 1, *c* и 2, *c*) имеет место установившаяся ФРЭ, состоящая из двух максимумов одинаковой амплитуды, перемещающихся по двум резонансным траекториям.



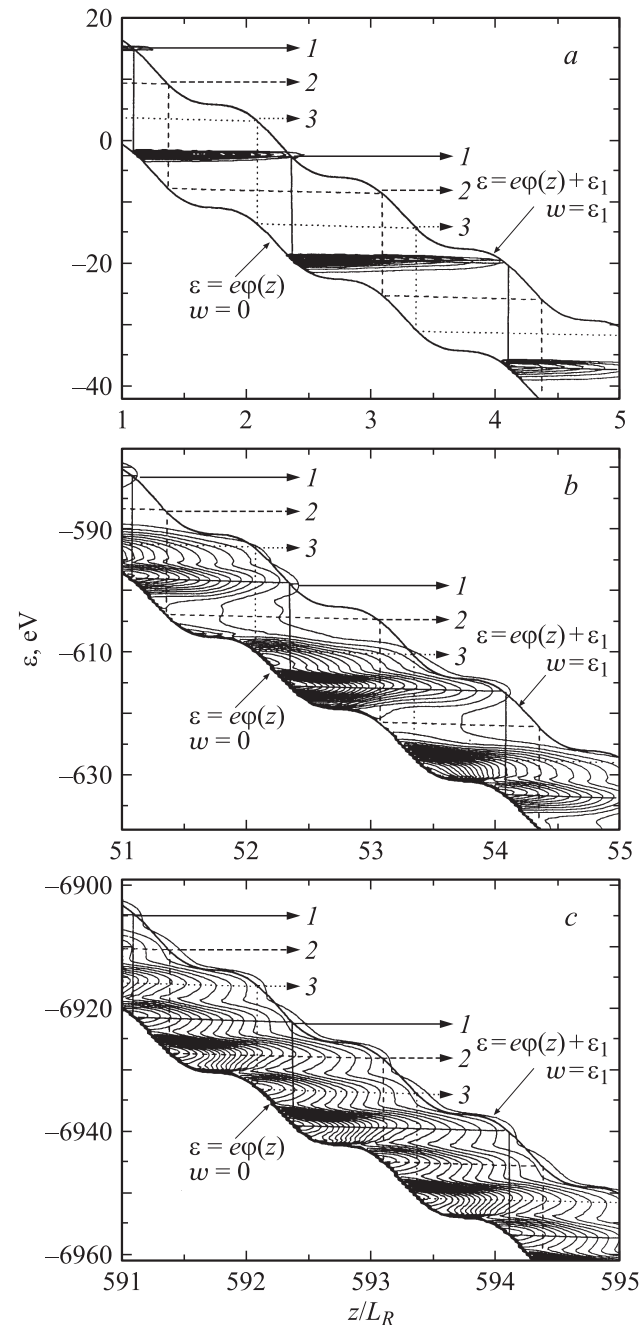
**Рис. 2.** Графики изолиний ФРЭ  $f_0(\epsilon, z/L_P)$ , иллюстрирующие релаксацию  $\delta$ -образной ФРЭ в  $P$ -стратоподобном поле: *a* — первые несколько периодов, *b* — промежуточное состояние, *c* — установившееся состояние. Сплошной линией 1 отмечена резонансная траектория, по которой перемещается максимум, заданный функцией  $f_0^{\text{init}}$ . Пунктиром 2 отмечена другая резонансная траектория, на которой формируется максимум в результате релаксации ФРЭ.



**Рис. 3.** Трехмерные графики ФРЭ  $f_0(\epsilon, z/L_R)$ , иллюстрирующие релаксацию  $\delta$ -образной ФРЭ в  $R$ -стратоподобном поле: *a* — первые несколько периодов, *b* — промежуточное состояние, *c* — установившееся состояние.

Сходная, но более сложная картина релаксации начальной  $\delta$ -образной функции распределения (4) наблюдается в случае  $R$ -стратоподобного поля (рис. 3, 4). Рис. 3, *a* и 4, *a* соответствуют нескольким начальным периодам, когда на побочных резонансных траекториях электроны практически отсутствуют. Происходит только уширение первоначального максимума, перемещающегося по резонансной траектории, условно названной первой. По прошествии нескольких десятков периодов (рис. 3, *b* и 4, *b*) видно, каким образом „накачиваются“ электроны на вторую и третью резонансные траектории.

Наконец, по прошествии достаточного числа периодов (рис. 3, *c* и 4, *c*) формируется установившаяся ФРЭ. Из рис. 4, *c* видно, что количество резонансных траекторий, т. е. количество максимумов, приходящихся на энергетический интервал  $U_L^{(S)} = e_0 E_0 L_S \approx \epsilon_1$ , равно трем. При



**Рис. 4.** Графики изолиний ФРЭ  $f_0(\epsilon, z/L_R)$ , иллюстрирующие релаксацию  $\delta$ -образной ФРЭ в  $R$ -стратоподобном поле: *a* — первые несколько периодов, *b* — промежуточное состояние, *c* — установившееся состояние. Сплошной линией 1 отмечена резонансная траектория, по которой перемещается максимум, заданный функцией  $f_0^{\text{init}}$ . Пунктиром 2 и 3 отмечены другие резонансные траектории, на которых формируются максимумы в результате релаксации ФРЭ.

этом на энергетический период  $U_L^{(R)} = e_0 E_0 L_R \approx (2/3)\varepsilon_1$  приходится два максимума различной величины (рис. 3, с и 4, с), что также обсуждалось в [11,12].

Представленные результаты находятся в соответствии с качественными соображениями работы [7]: в результате стягивания электроны должны собираться в малой окрестности резонансной траектории, но при этом возникают большие производные по  $\varepsilon$  и диффузия по энергии уравнивает стягивание, что приводит к формированию гауссова профиля с конечной полушириной. При релаксации  $\delta$ -образной ФРЭ диффузия по энергии обеспечивает „накачку“ электронов в побочных максимумах и формирование установившегося состояния в результате равновесия между стягиванием электронов к резонансной траектории и диффузии по энергии.

Работа выполнена по тематическому плану НИР, проводимых по заданию Федерального агентства по образованию (№ 1.3.10).

## Список литературы

- [1] Цендин Л.Д. // Энциклопедия низкотемпературной плазмы / Под ред. В.Е. Фортова. М.: Наука, 2000. Вводный том. Кн. 2. С. 5–16.
- [2] Голубовский Ю.Б., Некучаев В.О., Цендин Л.Д. // Там же. С. 43–47.
- [3] Kolobov V.I. // J. Phys. D.: Appl. Phys. 2006. Vol. 39. N 24. P. R487–R506.
- [4] Tsendin L.D. // Plasma Sources Sci. Technol. 2009. Vol. 18. P. 014 020.
- [5] Цендин Л.Д. // УФН. 2010. Т. 180. Вып. 2. С. 139–164.
- [6] Pfau S., Rutscher A., Wojaczek K. // Beitr. Plasmaphys. 1969. Bd 9. Hf 4. S. 333–358.
- [7] Цендин Л.Д. // Физика плазмы. 1982. Т. 8. Вып. 2. С. 400–409.
- [8] Golubovskii Yu.B., Skoblo A.Yu., Maiorov V.A., Nekutchayev V.O. // Plasma Sources Sci. Technol. 2002. Vol. 11. N 3. P. 309–316.
- [9] Loffhagen D. // Plasma Chem. Plasma Process. 2005. Vol. 25. N 5. P. 519–538.
- [10] Sigeneger F., Golubovskii Yu.B., Porokhova I.A., Winker R. // Plasma Chem. Plasma Process. 1998. Vol. 18. N 2. P. 153–180.
- [11] Golubovskii Yu.B., Skoblo A.Yu., Wilke C., Kozakov R.V., Behnke J., Nekutchayev V.O. // Phys. Rev. E. 2005. Vol. 72. P. 026 414.
- [12] Golubovskii Yu.B., Skoblo A.Yu., Wilke C., Kozakov R.V., Nekutchayev V.O. // Plasma Sources Sci. Technol. 2009. Vol. 18. P. 045 022.
- [13] Hayashi M. // Plasma Material Science Handbook. Tokyo: Ohmsha, 1992. P. 748–766.