

06:07:09

Электродинамические свойства мелкослоистой периодической структуры во внешнем магнитном поле

© А.А. Булгаков,¹ И.В. Федорин²¹ Институт радиопизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины, 61085 Харьков, Украина² Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», 61002 Харьков, Украина
e-mail: iluxa617@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 20 мая 2010 г.)

Изучается отражение и прохождение света через ограниченную слоисто-периодическую структуру, образованную периодическим повторением слоев диэлектрика и полупроводника в магнитном поле. Период структуры предполагается много меньшим длины волны. Вектор магнитного поля параллелен плоскости слоев, а распространение волн происходит в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Проведен переход к мелкослоистой структуре. Показано, что в этом случае структура представляет собой двусный кристалл. Исследуются особенности коэффициентов отражения и прохождения.

Введение

Слоисто-периодические среды могут рассматриваться как новый тип искусственно созданных материалов, свойствами которых можно управлять, так как они зависят как от физических параметров материалов, из которых они образованы, так и от геометрических: размеров слоев и периода структуры [1,2]. Поскольку спектральные свойства периодических полупроводниковых материалов зависят от внешнего магнитного поля, то возможности их практического применения расширяются. В этом случае решение задачи о распространении волн в такой структуре определяется ее конфигурацией и направлением распространения волны. Конфигурация структуры задается двумя выделенными направлениями: направлением периодичности и ориентацией приложенного внешнего магнитного поля.

В работе исследуется среда, состоящая из повторения слоев диэлектрика и полупроводника в магнитном поле. Предполагается, что период структуры значительно меньше длины волны. В отличие от хорошо известных работ [3,4], в которых рассматривалась диэлектрическая периодическая структура, наша работа посвящена мелкослоистой среде, помещенной во внешнее магнитное поле.

Значительное количество литературных источников посвящено теоретическому и экспериментальному изучению распространения волн в слоистых средах [2,5,6]. Исследование коэффициентов отражения и прохождения электромагнитных волн является одним из основных экспериментальных методов практического анализа электромагнитных свойств оптических структур. В работе [7] предложена методика, позволяющая анализировать свойства структур ковариантным способом (при произвольном выборе направления осей координат). Эта методика является удобной для рассмотрения анизотропных структур. Отметим, что в настоящее время в литературе

прослеживается значительный интерес к подобным исследованиям не только в оптическом диапазоне, а также в диапазонах миллиметровых и субмиллиметровых волн.

В работе показано, что мелкослоистая периодическая структура представляет собой оптически двусный кристалл, в котором можно заменить параметры диэлектрической проницаемости эффективными значениями диэлектрической проницаемости, зависящими от соотношения толщин слоев и от величины магнитного поля. Найдены характерные области на частотной зависимости компонент тензора диэлектрической проницаемости мелкослоистой структуры. В этих областях возникают особенности в зависимости коэффициентов прохождения и отражения от частоты и магнитного поля.

Получены аналитические формулы и проведены численные расчеты для коэффициентов отражения (R) и прохождения (T) при падении электромагнитной волны на ограниченную мелкослоистую периодическую структуру, образованную слоями полупроводника и диэлектрика, помещенную во внешнее магнитное поле. Показано, что зависимости от угла падения и внешнего магнитного поля позволяют определить области пропускания и непропускания, а также проанализировать свойства слоев, образующих структуру.

Дисперсионное соотношение

Рассмотрим отражения и прохождение электромагнитной волны через ограниченную слоисто-периодическую структуру, образованную повторением слоев полупроводника (толщиной d_1) и диэлектрика (толщиной d_2). Предполагается, что частотой столкновений в полупроводнике $\nu = 0$ и потерями в диэлектрике пренебрегается, волновой вектор падающей волны лежит в плоскости $(x, 0, z)$, ось периодичности направлена вдоль оси Oz . В этом случае возможно существенное упрощение задачи, состоящее в том, что из уравнений

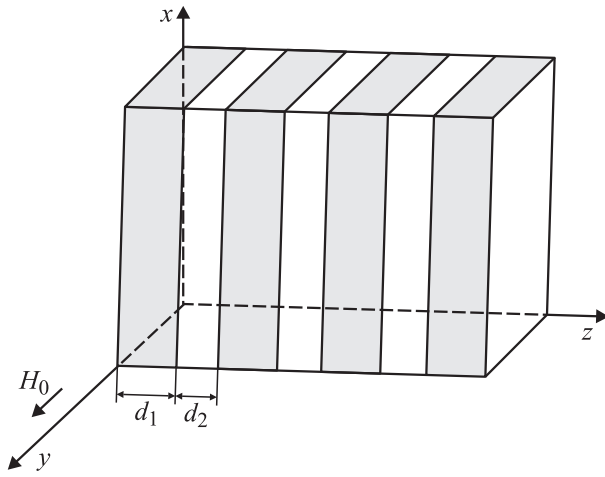


Рис. 1. Схематическое представление слоисто-периодической структуры во внешнем магнитном поле H_0 .

исключается зависимость от координаты y [1]. Внешнее магнитное поле H_0 приложено в направлении оси Oy (рис. 1).

Для решения задачи используем уравнения Максвелла в слоях полупроводника и диэлектрика, а также условия непрерывности тангенциальных компонент полей на границе слоев. При выбранной геометрии структуры уравнения Максвелла распадаются на уравнения для двух поляризаций: первая — E -волны с компонентами полей E_x, E_z, H_y (необыкновенные волны), вторая — H -волны с компонентами полей H_z, H_x, E_y (обыкновенные волны). Так как выражения для H -волн подобны однородному случаю и не зависят от величины внешнего магнитного поля, в дальнейшем рассмотрим только E -волны.

В выбранной системе координат тензор диэлектрической проницаемости для полупроводникового слоя имеет вид [1]:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \varepsilon_1 & 0 & i\varepsilon_3 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_3 & 0 & \varepsilon_1 \end{vmatrix}, \quad (1)$$

где

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2} \right), \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_0 \frac{\omega_p^2 \omega_H}{\omega(\omega^2 - \omega_H^2)},$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right).$$

В этих выражениях ε_0 — диэлектрическая проницаемость решетки полупроводникового слоя, ω_p — плазменная частота полупроводникового слоя, ω_H — циклотронная частота.

Дисперсионное соотношение для безграничной периодической структуры для E -волн, определяющее связь

между ω , k_x и k , имеет следующий вид [1]:

$$\cos kd = \cos k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 - \frac{\varepsilon_f \varepsilon_d}{2k_{z1}k_{z2}} \left[\left(\frac{k_{z1}}{\varepsilon_f} \right)^2 + \left(\frac{k_{z2}}{\varepsilon_d} \right)^2 - k_x^2 \left(\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1 \varepsilon_f} \right)^2 \right] \sin k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2, \quad (2)$$

здесь k — блоховское волновое число, которое характеризует периодичность структуры;

$$k_{z1} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_f - k_x^2}, \quad k_{z2} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_d - k_x^2}$$

— поперечные волновые числа полупроводникового и диэлектрического слоев;

$$\varepsilon_f = \frac{\varepsilon_3^2 + \varepsilon_1^2}{\varepsilon_1}$$

— фойгтовская диэлектрическая проницаемость; ε_d — проницаемость диэлектрического слоя; $d = d_1 + d_2$.

Рассмотрим случай, когда $k_{z1}d_1, k_{z2}d_2 \ll 1$. Фактически это означает, что рассмотренная структура имеет период много меньше длины электромагнитной волны в направлении оси Oz . Выполнив разложение тригонометрических функций в уравнении (2) по малым параметрам, можно ввести следующие эффективные компоненты тензора диэлектрической проницаемости мелкослоистой структуры:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\omega^4 a_1 - \omega^2 a_2 + a_3}{d\omega^2(\omega^2 - \omega_H^2 - \omega_p^2)},$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_d d(\omega^4 a_1 - \omega^2 a_2 + a_3)}{(\omega^4 b_1 - \omega^2 b_2 + b_3)}, \quad (3)$$

коэффициенты a_i, b_i приведены в Приложении.

Теперь блоховское волновое число играет роль поперечного волнового числа всей структуры:

$$k = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{xx} - \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}} k_x^2}. \quad (4)$$

Из формул (3), (4) следует, что мелкослоистая структура представляет собой оптически двусный кристалл (выражение для компоненты ε_{yy} от магнитного поля не зависит), с компонентами тензора диэлектрической проницаемости, зависящими как от физических параметров слоев, так и от толщины слоев и величины внешнего магнитного поля.

Рассмотрим зависимость элементов тензора диэлектрической проницаемости мелкослоистой структуры от частоты. Выделим ряд характерных частот, при которых компоненты тензора обращаются в нуль или в бесконечность. На частотах $\omega_{01,02}$ одновременно обращаются в нуль компоненты $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = 0^1$, на частотах $\omega_{\infty 1, \infty 2}$

¹ Аналитические выражения для $\omega_{01-04}, \omega_{\infty 1, \infty 2}, H_{01,02}, H_{\infty 1,2}$ приведены в Приложении.

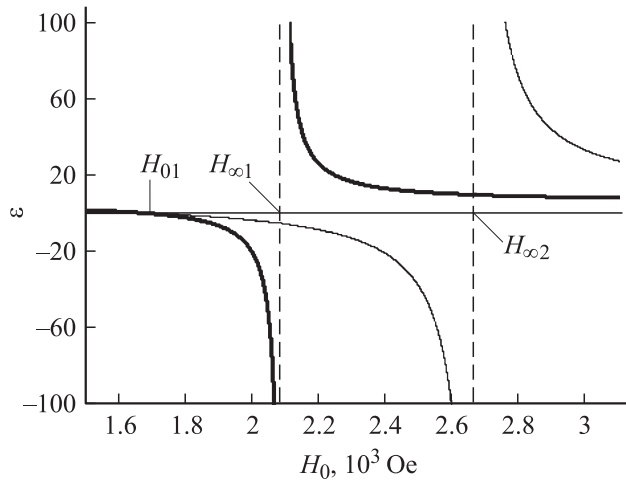


Рис. 2. Зависимость компонент тензора от внешнего магнитного поля, жирная кривая — ϵ_{zz} , тонкая — ϵ_{xx} .

обращаются в бесконечность компонента ϵ_{zz} , на частоте гибридного резонанса $\omega_g = \sqrt{\omega_H^2 + \omega_p^2}$, имеет место расходимость компоненты ϵ_{xx} .

Далее рассмотрим зависимость компонент тензора от внешнего магнитного поля при $\omega = \text{const}$. Так, при величине магнитного поля H_{01} одновременно обращаются в нуль компоненты $\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = 0$; а при $H_{\infty 1,2}$ обращаются в бесконечность компоненты ϵ_{xx} и ϵ_{zz} . Результаты численного расчета представлены на рис. 2. В расчетах были приняты следующие значения: первый слой — полупроводник типа InSb ($\epsilon_0 = 17.8$, $d_1 = 0.05 \text{ cm}$, $\omega_p = 9 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$, $\omega = 1 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$); второй слой — диэлектрик ($\epsilon_2 = 4.0$, $d_2 = 0.07 \text{ cm}$).

Проанализируем характер распространения волн в структуре, для этого рассмотрим зависимость блоховского волнового числа k от частоты и магнитного поля. Выделим частоты $\omega_{03,04}$ и величину магнитного поля H_{02} , при которых блоховское волновое число обращается в нуль, а также частоту ω_g и величину магнитного поля $H_{\infty 2}$, на которой k имеет расходимость, вследствие расходимости компоненты диэлектрической проницаемости ϵ_{zz} . На этих частотах и при такой величине магнитного поля волновое число k становится мнимым и, следовательно, должно иметь место явление полного внутреннего отражения.

Коэффициенты отражения и прохождения

Рассмотрим падение волны из вакуума на ограниченную мелкослоистую структуру, помещенную во внешнее магнитное поле. Выражения для коэффициента отражения и прохождения для данного случая принимают

следующий вид:

$$R = \frac{(k_{zv}^2 \epsilon_{xx}^2 - k^2 \epsilon_v^2)^2 \sin^2 kL}{(k^2 \epsilon_v^2 + k_{zv}^2 \epsilon_{xx}^2)^2 \sin^2 kL + 4k^2 \epsilon_v^2 k_{zv}^2 \epsilon_{xx}^2 \cos^2 kL},$$

$$T = \frac{(2k_{zv} \epsilon_{xx} k \epsilon_v)^2}{(k^2 \epsilon_v^2 + k_{zv}^2 \epsilon_{xx}^2)^2 \sin^2 kL + 4k^2 \epsilon_v^2 k_{zv}^2 \epsilon_{xx}^2 \cos^2 kL}, \quad (5)$$

где L — толщина мелкослоистой структуры;

$$k_{zv} = (\omega/c) \sqrt{\epsilon_v} \cos \theta = \sqrt{(\omega/c)^2 \epsilon_v - k_x^2},$$

θ — угол падения электромагнитной волны из вакуума; $k_x = (\omega/c) \sqrt{\epsilon_v} \sin \theta$, ϵ_v — диэлектрическая проницаемость вакуума. Проанализируем полученные уравнения.

а) Полное прохождение происходит, когда коэффициент отражения $R = 0$. Тогда из (5) следует

$$\sin kL (k_{zv}^2 \epsilon_{xx}^2 - k^2 \epsilon_v^2) = 0.$$

В этом случае возможны два решения:

1) $kL = n\pi$, учитывая, что $k = 2\pi/\lambda$, для L получим условие: $L = n\lambda/2$. Таким образом, если толщина структуры пропорциональна целому числу длин полуволн, то реализуется случай полного прохождения, так называемый брэгговский резонанс [8].

Так как значение волнового числа зависит от частоты и магнитного поля, то условие брэгговского резонанса для рассматриваемой структуры имеет ряд интересных особенностей. Остановимся, прежде всего, на зависимости величины k от частоты при постоянном значении магнитного поля. На частотах $\omega = \omega_{03}$ и $\omega = \omega_{04}$ волновое число становится мнимым и имеет место полное внутреннее отражение. Это означает, что на частотах $\omega \leq \omega_{03}$ и $\omega_g < \omega \leq \omega_{04}$ брэгговский резонанс не имеет места. При $\omega_{03} \leq \omega < \omega_g$ и $\omega \geq \omega_{04}$ полное прохождение будет определяться частотой и углом падения. Интерес представляет область частот вблизи точки $\omega \approx \omega_g$, когда волновое число принимает большие значения. В этом случае синус представляет собой быстро осциллирующую функцию. Следовательно, возникает много близко расположенных частот, при которых выполняются условия брэгговского резонанса (рис. 3, а ($H_0 = 3000 \text{ Oe}$)).

Зависимость волнового числа от магнитного поля при постоянной частоте (рис. 3, б) имеет характер, аналогичный рис. 3, а. Из рис. 3, б следует, что при магнитных полях $H_0 < H_{02}$ и $H_0 > H_{\infty 2}$ возможны брэгговские резонансы при определенных частотах или углах падения, а при $H_0 \approx H_{\infty 2}$ их число становится большим, так как волновое число стремится к большим величинам.

Следует отметить, что большое значение k связано с соответствующим уменьшением толщины слоев. В противном случае расчеты необходимо проводить не для мелкослоистой структуры, а для слоисто-периодической, описываемой уравнением (2). Отметим, что в наших расчетах не учитывались потери, которые могут привести к

размытию области брэгговского резонанса вблизи значения частоты или магнитного поля, соответствующих расходимости волнового числа.

2) $k_{zv}^2 \varepsilon_{xx}^2 = k^2 \varepsilon_v^2$, т.е. полное прохождение имеет место в случае равенства волновых импедансов сред. Также из этого соотношения следует, что полное прохождение будет выполняться при угле падения

$$\theta = \frac{1}{2} \arccos \frac{\varepsilon_v^2 (1 - 2\varepsilon_{zz}) - \varepsilon_{zz} \varepsilon_{xx} (1 - 2\varepsilon_v)}{\varepsilon_v^2 - \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz}}. \quad (6)$$

Это выражение определяет так называемый угол Брюстера [5].

б) Полное отражение реализуется, когда $2k_{zv} \varepsilon_{xx} k \varepsilon_v = 0$, т.е. в случае, когда $k = 0$. Можно показать, что полное отражение выполняется при угле

$$\theta = \frac{1}{2} \arccos \frac{\varepsilon_v - 2\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_v}. \quad (7)$$

На рис. 4 построена зависимость коэффициента отражения от угла падения при разных соотношениях толщин слоев ($H_0 = 4 \cdot 10^3$ Ое, $\omega_p = 9 \cdot 10^{10}$ с⁻¹, $\omega = 1 \cdot 10^{11}$ с⁻¹). Видно, что с ростом угла падения

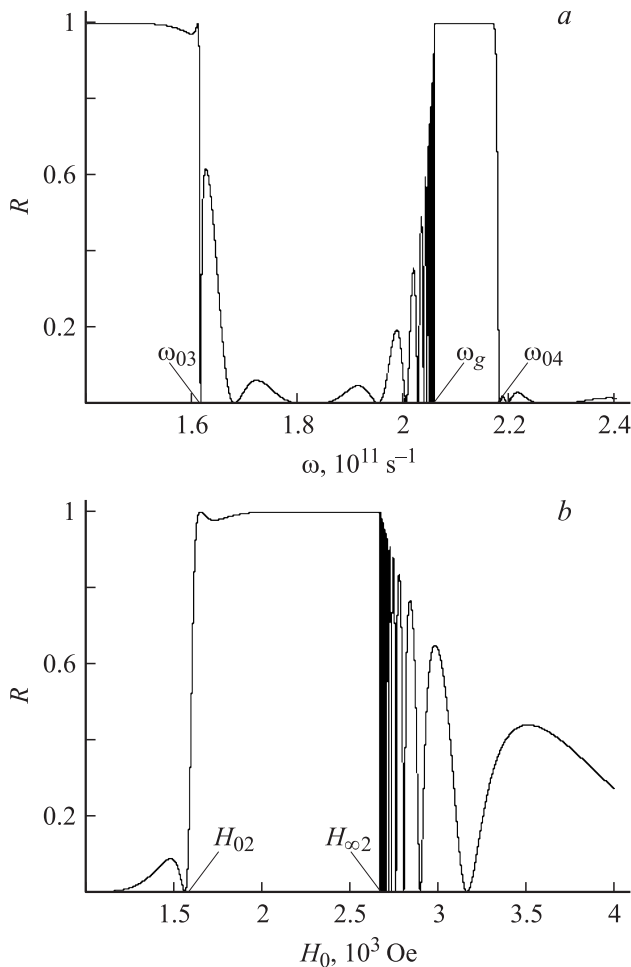


Рис. 3. Зависимость коэффициента отражения: *a* — от частоты; *b* — от магнитного поля.

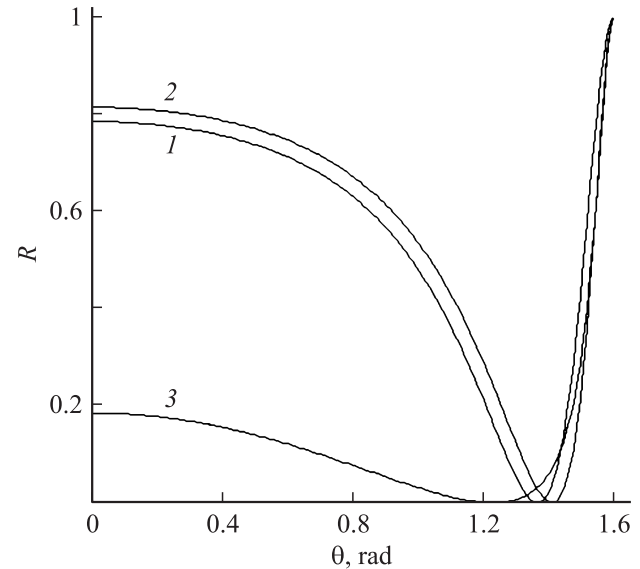


Рис. 4. Зависимость коэффициента отражения от угла падения при разных соотношениях толщин слоев: 1 — $d_1 = d_2$, 2 — $d_1 = 10d_2$, 3 — $d_2 = 10d_1$.

коэффициент отражения сначала уменьшается до нуля, а потом растет до единицы. Нулевой коэффициент отражения образуется при угле Брюстера, рассчитываемом по формуле (6). Отметим, что величина коэффициента отражения в зависимости от соотношения толщин слоев разная. Этот факт играет существенную роль во многих оптических приборах. При величине угла $\pi/2$ коэффициент отражения равняется единице (скользящее падение), и соответственно вся энергия отражается от поверхности, не проникая в среду.

Заключение

В работе исследованы свойства коэффициента отражения от ограниченной мелкослоистой полупроводниковой структуры в магнитном поле. Показано, что на зависимостях коэффициента отражения от магнитного поля, угла падения и частоты возникает ряд характерных особенностей, которые вызваны зависимостью диэлектрической проницаемости мелкослоистой среды от вышеупомянутых величин. Так, на частотах $\omega = \omega_{03}$, $\omega = \omega_{04}$ и при величине магнитного поля H_{02} волновое число становится мнимым и имеет место полное внутреннее отражение, а в области вблизи точки $\omega \approx \omega_g$ и $H_0 \approx H_{\infty 2}$ возникает много расположенных близко зон, при которых выполняются условия брэгговского резонанса. На зависимости коэффициента отражения от угла падения имеет место угол Брюстера, при котором энергия падающей волны полностью проходит в глубь структуры. Кроме того, изменяя толщину слоев элементов, образующих мелкослоистую структуру, можно управлять положением угла Брюстера в структуре.

Приложение

Коэффициенты a_i, b_i в выражениях (3) для компонент тензора диэлектрической проницаемости

$$a_1 = d_1 \varepsilon_0 + d_2 \varepsilon_d, \quad b_1 = a_1 l_1; \quad l_1 = d_1 \varepsilon_d + d_2 \varepsilon_0,$$

$$a_2 = \omega_H^2 a_1 + \omega_P^2 (d_1 \varepsilon_0 + a_1),$$

$$b_2 = \omega_H^2 a_1 l_1 + \omega_P^2 \varepsilon_0 (d_2 a_1 + d_1 l_1),$$

$$a_3 = d_1 \varepsilon_0 \omega_P^4, \quad b_3 = d_1 d_2 \varepsilon_0^2 (2(\omega_g^2 + \omega_P^2) + \omega_P^4).$$

Выражения для частот $\omega_{01-04}, \omega_{\infty 1, \infty 2}$, на которых компоненты тензора $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{zz}$ и Блоховское волновое число k обращаются в нуль и бесконечность,

$$\omega_{01,02} = \sqrt{\frac{a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1 a_3}}{2a_1}},$$

$$\omega_{\infty 1, \infty 2} = \sqrt{\frac{b_2 \pm \sqrt{b_2^2 - 4b_1 b_3}}{2b_1}},$$

$$\omega_{03,04} = \sqrt{\frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}},$$

$$\alpha = \varepsilon_0 \varepsilon_d d a_1 - b_1 l_2, \quad l_2 = \varepsilon_v \sin^2 \theta,$$

$$\beta = \varepsilon_0 \varepsilon_d d a_2 - b_2 l_2,$$

$$\gamma = \varepsilon_0 \varepsilon_d d a_3 - b_3 l_2.$$

Выражения для внешнего магнитного поля $H_{01,02}, H_{\infty 1, \infty 2}$, на которых компоненты тензора $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{zz}$ и Блоховское волновое число k обращаются в нуль и бесконечность,

$$H_{01} = \frac{mc}{e} \sqrt{\frac{(\omega^2 - \omega_P^2)(a_1 \omega^2 - \omega_P^2 \varepsilon_0 d_1)}{\omega^2 a_1}},$$

$$H_{02} = \frac{mc}{e} \sqrt{\frac{\omega^4 a_1 p_1 - \omega^2 \omega_P^2 p_2 + \omega_P^2 d_1 \varepsilon_0^2 p_3}{\omega^2 a_1 p_1 + 2d_1 d_2 \varepsilon_0^2 l_2}},$$

$$p_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_d d - l_1 l_2,$$

$$p_2 = (d_1 \varepsilon_0 + a_1) \varepsilon_0 \varepsilon_d d - \varepsilon_0 l_2 (d_2 a_1 + d_1 l_1),$$

$$p_3 = \varepsilon_d d \omega_P^2 - d_2 l_2 (4 + \omega_P^2),$$

$$H_{\infty 1} = \frac{mc}{e}$$

$$\times \sqrt{\frac{\omega^4 a_1 l_1 - \omega^2 \omega_P^2 \varepsilon_0 (d_2 a_1 + d_1 l_1) + d_1 d_2 \varepsilon_0^2 \omega_P^2 (4 + \omega_P^2)}{\omega^2 a_1 l_1 - 2d_1 d_2 \varepsilon_0^2}},$$

$$H_{\infty 2} = \frac{mc}{e} \sqrt{\omega^2 - \omega_P^2}.$$

Список литературы

- [1] Басс Ф.Г., Булгаков А.А., Тетервов А.П. Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. М.: Наука, 1989. 387 с.
- [2] Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987. 616 с.
- [3] Файнберг Я.Б., Хижняк Н.А. // ЖТФ. 1955. Т. 25. Вып. 4. С. 711–719.
- [4] Рытов С.М. // ЖЭТФ. 1955. Т. 29. № 5. С. 605–616.
- [5] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 719 с.
- [6] Булгаков А.А., Шрамкова О.В. // ФТП. 2000. Т. 34. Вып. 6. С. 712–728.
- [7] Федоров Ф.И., Филиппов В.В. Отражение и преломление света прозрачными кристаллами. Минск: Наука и техника, 1976. 224 с.
- [8] Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 621 с.