

01;07

Формирование поперечной структуры поля в планарных лазерах на свободных электронах терагерцового диапазона

© Н.С. Гинзбург, И.В. Зотова, А.А. Муравьев, А.С. Сергеев

Институт прикладной физики РАН,
603950 Нижний Новгород, Россия
e-mail: zotova@appl.sci-nnov.ru

(Поступило в Редакцию 19 июля 2010 г.)

Проведен анализ формирования поперечной структуры поля в лазерах на свободных электронах терагерцового диапазона с двухзеркальным брэгговским резонатором на основе открытого планарного волновода. Показано, что сочетание дифракционных эффектов с эффектами канализации излучения ленточными электронными пучками позволяет обеспечить пространственную когерентность структуры поля по соответствующей координате при достаточно больших значениях параметра Френкеля. При этом дифракционные потери оказываются малыми в масштабе мощности излучения, проходящего через зеркала.

В работах [1–3] была предложена планарная схема мощных лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) терагерцового диапазона на основе модифицированных брэгговских зеркал. В таких зеркалах в отличие от традиционных брэгговских структур, основанных на непосредственной связи попутной и встречных волн, падающий и отраженный волновые потоки связаны через возбуждение квазикритической моды. При заданном зазоре между пластинами b_0 спектр квазикритических мод значительно более разрежен, чем спектр квазипродольных мод, формируемых непосредственно связью параксиальных волновых потоков. Соответственно относительно легко могут быть выполнены условия, при которых ширина полосы усиления электронного потока мала в масштабе межмодового расстояния. При значительной сверхразмерности $b_0 \approx 10-20\lambda$ это позволяет обеспечить селективность по координате y , направленной по нормали к металлическим плоскостям, образующим резонатор, который одновременно является каналом транспортировки интенсивного ленточного электронного потока. Кроме того, указанная выше величина зазора между пластинами оказывается достаточной для обеспечения приемлемого для терагерцового диапазона уровня омических потерь. При этом важным достоинством новой модификации брэгговских зеркал по сравнению с традиционными прототипами является возможность обеспечения при указанном выше уровне сверхразмерности высоких значений коэффициентов отражения, которые необходимы для выполнения условий самовозбуждения.

По второй из поперечных координат (координате x) планарный волновод предполагается открытым. Соответственно для формирования когерентной структуры поля в этом направлении может быть использован механизм дифракционной селекции мод, в линейном приближении описанный в работе [4]. Ленточный электронный пучок конечной ширины l_x может рассматриваться как активный волновод, в котором при определенных условиях может усиливаться единственная мода.

В настоящей работе описана нелинейная модель, позволяющая исследовать динамику формирования указанной структуры поля и распределение полей в стационарном режиме генерации.

1. Модель и основные уравнения

Рассмотрим следующую двумерную модель терагерцового ЛСЭ (рис. 1). Предположим, что длина брэгговских зеркал значительно меньше расстояния между ними. Это позволяет при исследовании задачи об установлении самосогласованной структуры поля по открытой координате x рассматривать такие зеркала как сосредоточенные, характеризующиеся коэффициентами отражения $R_{1,2}$. При этом краевыми эффектами, обусловленными ограниченностью апертуры зеркал, пренебрегаем, полагая, что локализация поля целиком определяется канализационными свойствами [4–8] ленточного электронного потока конечной ширины l_x .

В исследуемой модели электромагнитное поле заключено между двумя зеркалами и может быть представлено в виде двух встречно распространяющихся квазиоптических волновых пучков, заданных векторами

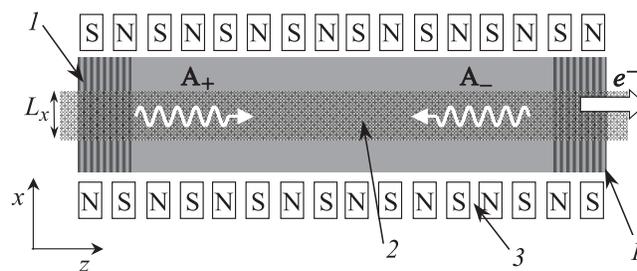


Рис. 1. Схема планарного ЛСЭ с двухзеркальным брэгговским резонатором на основе планарного волновода: 1 — модифицированные брэгговские зеркала; 2 — ленточный электронный пучок, 3 — планарный ондулятор.

потенциалами

$$\mathbf{A} = \mathbf{y}_0 \operatorname{Re} \{ A_n^+(z, x) e^{i(\omega t - kz)} + A_n^-(z, x) e^{i(\omega t + kz)} \}, \quad (1)$$

где n — номер прохода поля по резонатору, ω — несущая частота, $k = \omega/c$. По координате y структуру поля будем считать фиксированной и совпадающей со структурой основной ТЕМ моды планарного волновода. В ЛСЭ электронов, осциллирующих в поле планарного ондулятора

$$\mathbf{A}_u = \mathbf{y}_0 A_u \cos h_u z, \quad (2)$$

взаимодействует и усиливает попутный волновой пучок A^+ в условиях комбинационного синхронизма

$$\omega - kV_0 \approx h_u V_0, \quad (3)$$

где $h_u = 2\pi/d_u$, d_u — период ондуляторного поля, $V_0 = \beta_0 c$ — невозмущенная поступательная скорость частиц. С учетом дифракционного распыливания излучения процесс усиления электронным потоком синхронной попутной волны A^+ может быть описан следующей системой уравнений [4–8]:

$$\frac{i}{2k} \frac{\partial^2 \hat{A}_n^+}{\partial x^2} + \frac{\partial \hat{A}_n^+}{\partial z} = F(x) \frac{eI_0}{2mc^3 \gamma_0} \frac{\lambda}{b} KJ, \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = k^2 \mu K \operatorname{Re}(A_n^+ e^{i\theta}), \quad (5)$$

$$\theta|_{z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi], \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_{z=0} = \Delta, \quad (6)$$

где θ — фаза электронов относительно синхронной волны, I_0 — погонная плотность электронного тока,

$$\hat{A}_n^+ = \frac{ieA_n^+}{\sqrt{2}mc^2 \gamma_0}$$

— безразмерная амплитуда поля,

$$K = \frac{eA_u}{\sqrt{2}mc^2 \gamma_0}$$

— параметр связи электронов с волной, пропорциональный амплитуде ондуляторного поля, $\mu = \gamma_0^{-2} \beta_0^{-3}$ — параметр группировки,

$$\Delta = k - k\beta_0 - h_u \beta_0$$

— начальная расстройка синхронизма. Функция $F(x)$ описывает невозмущенное поперечное распределение тока пучка. Высокочастотный ток

$$J(z, x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0$$

находятся из решения усредненных уравнений движения частиц (5), которые записаны в предположении малых изменений энергий электронов.

Волновой пучок A^- , распространяющийся в отрицательном направлении оси z , не взаимодействует с электронным потоком, но испытывает дифракционное распыливание, описываемое уравнением

$$\frac{i}{2k} \frac{\partial^2 \hat{A}_n^-}{\partial x^2} - \frac{\partial \hat{A}_n^-}{\partial z} = 0, \quad (7)$$

где

$$\hat{A}_n^- = \frac{ieA_n^-}{\sqrt{2}mc^2 \gamma_0}.$$

Предположим, что на одном проходе дифракционное распыливание волновых пучков мало. Это возможно при больших параметрах Френеля

$$\frac{l_x^2}{l_z \lambda} \gg 1, \quad (8)$$

где l_z — расстояние между зеркалами, l_x — ширина электронного потока, задающая характерные размеры волновых пучков. При выполнении условия (8) можно приближенно проинтегрировать уравнения (4) и (7), полагая

$$\int_0^{l_z} \frac{\partial^2 \hat{A}_n^\pm}{\partial x^2} dz \approx l_z \frac{\partial^2 \hat{A}_n^\pm}{\partial x^2}. \quad (9)$$

В результате, принимая во внимание граничные условия на зеркалах

$$\hat{A}_n^-(l, x) = R_2 \hat{A}_n^+(l, x), \quad \hat{A}_{n+1}^+(0, x) = R_1 \hat{A}_n^-(0, x), \quad (10)$$

получим, что амплитуды поля на двух последовательных проходах связаны уравнением

$$\begin{aligned} \hat{A}_{n+1}^+(0, x) - \hat{A}_n^+(0, x) = & -(1 - R_1 R_2) \hat{A}_n^+(0, x) \\ & - \frac{il_z}{2k} \left(R_1 R_2 \frac{\partial^2 \hat{A}_n^+}{\partial x^2} + R_1 \frac{\partial^2 \hat{A}_n^-}{\partial x^2} \right) \\ & + R_1 R_2 \frac{eI_0}{2mc^3 \gamma_0} \frac{\lambda}{b} K \int_0^{l_z} J dz. \end{aligned} \quad (11)$$

В рассматриваемом случае высокочастотного двухзеркального резонатора коэффициенты отражения близки к единице $R_{1,2} \approx 1$ и изменения амплитуды поля на одном проходе малы

$$\left| \frac{\hat{A}_{n+1} - \hat{A}_n}{\hat{A}_n} \right| \ll 1. \quad (12)$$

Это позволяет перейти от дискретной переменной n (номер прохода поля по резонатору) к медленному времени [4]

$$\tau = n \frac{2\omega l_z}{c}, \quad (13)$$

а от уравнений в конечных разностях (11) к дифференциальному уравнению

$$\frac{i}{2k^2} \frac{\partial^2 \hat{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial \hat{A}}{\partial \tau} + \frac{1}{2Q} \hat{A} = F(x) \frac{eI_0}{4\pi mc^3 \gamma_0} \frac{\lambda^2}{bl_z} K \int_0^{l_z} J dz, \quad (14)$$

где

$$Q = \frac{\omega l_z}{c(1 - R_1 R_2)}$$

— добротность резонатора.

Уравнение (14) в совокупности с уравнениями движения (5) образует самосогласованную систему уравнений, описывающую эволюцию поперечной структуры поля в ЛСЭ с высокодобротным двухзеркальным резонатором. Вводя нормированные переменные и параметры

$$\hat{\tau} = \frac{\tau}{2Q}, \quad X = \frac{kx}{\sqrt{Q}}, \quad Z = kzG, \quad a = \mu K \hat{A} G^{-2},$$

$$G = \left(\frac{eI_0}{mc^3} \frac{\mu K^2}{2\pi\gamma_0(1 - R_1 R_2)} \frac{\lambda^2}{b} \right)^{1/3},$$

преобразуем систему уравнений (14), (5), (6) к виду

$$i \frac{\partial^2 a}{\partial X^2} + \frac{\partial a}{\partial \hat{\tau}} + a = F(X) \int_0^{L_z} J dZ, \quad (15a)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = \text{Re}(ae^{i\theta}), \quad (15b)$$

$$\theta|_{z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi], \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} \Big|_{z=0} = \hat{\Delta}, \quad (15b)$$

который содержит минимальное число независимых параметров: приведенную длину $L_z = kl_z G$, приведенную ширину электронного потока, $L_x = kl_x / \sqrt{Q}$ и нормализованную расстройку синхронизма $\hat{\Delta} = \Delta / kG$.

На границах электронного пучка $x = 0, L_x$ необходимо поставить граничные условия, которые в данном случае представляют собой условия излучения. Указанные граничные условия могут быть получены с помощью преобразования Лапласа по временной переменной τ . Для образа поля

$$a_p = \int_0^\infty a e^{-p\tau} d\tau \quad (16)$$

параболическое уравнение (15a) в области вне электронного пучка $F(X) = 0$ сведется к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка с нулевой правой частью:

$$i \frac{d^2 a_p}{dX^2} + p a_p + a_p = 0. \quad (17)$$

Решение (17) может быть представлено в виде:

$$a_p = C_1 e^{\sqrt{i(p+1)}X} + C_2 e^{-\sqrt{i(p+1)}X}, \quad (18)$$

где $C_{1,2}$ — произвольные постоянные. При этом при $X \rightarrow +\infty$ необходимо положить $C_1 = 0$, а при $X \rightarrow -\infty$ — $C_2 = 0$, что соответствует затуханию поля на бесконечности при удалении от электронного пучка

($\text{Re } p \rightarrow +\infty$). Следовательно образ поля a_p удовлетворяет следующему граничному условию:

$$\left(\frac{da_p}{dX} \pm \sqrt{i(p+1)} a_p \right) \Big|_{X=0, L_x} = 0. \quad (19)$$

Далее, произведя обратное преобразование Лапласа и используя теорему о свертке, имеем:

$$\left. \begin{aligned} a(X=0, \tau) - \frac{1}{\sqrt{\pi i}} \int_0^\tau \frac{e^{\tau'-\tau}}{\sqrt{\tau-\tau'}} \frac{\partial a(X, \tau')}{\partial X} \Big|_{X=0} d\tau' &= 0, \\ a(X=L_x, \tau) + \frac{1}{\sqrt{\pi i}} \int_0^\tau \frac{e^{\tau'-\tau}}{\sqrt{\tau-\tau'}} \frac{\partial a(X, \tau')}{\partial X} \Big|_{X=L_x} d\tau' &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Граничные условия (20) соответствуют тому, что поле излучения свободно дифрагирует вне области электронного пучка. При этом указанные граничные условия могут ставиться не только непосредственно на границах пучка, но и на определенном удалении от них, что не оказывает влияния на результаты численного решения нестационарной краевой задачи (15), (20). Необходимо отметить, что аналогичное граничное условие, впервые полученное в работе [9], широко используется в нестационарной теории гиротронов. В работе [10] условия (20) были использованы при моделировании дифракционной селекции мод в планарной лампе обратной волны.

В стационарном режиме генерации $a \approx \exp(i\Omega\hat{\tau})$ из уравнений (15) следует закон сохранения энергии в виде:

$$P_{\text{dif}} + P_{\text{rad}} = 2\hat{\eta}L_x, \quad (21)$$

где

$$\eta = \frac{G}{\mu(1 - \gamma_0^{-1})} \hat{\eta},$$

$$\hat{\eta} = \frac{1}{2\pi L_x} \int_0^{L_x} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} - \hat{\Delta} \right) \Big|_{Z=L_x} d\theta_0 dX' \quad (22)$$

— эффективность энергоотдачи электронного потока (электронный КПД),

$$P_{\text{dif}} = \text{Im} \left(a \frac{\partial a^*}{\partial X} \Big|_{X=0} + a^* \frac{\partial a}{\partial X} \Big|_{X=L_x} \right), \quad P_{\text{rad}} = \int_0^{L_x} |a|^2 dX' \quad (23)$$

— соответственно мощность дифракционных потерь и выходного излучения.

2. Результаты моделирования

Моделирование формирования поперечной структуры поля на основе уравнений (15), (20) проведем для планарного ЛСЭ на рабочей частоте $f = 1$ THz. Как отмечалось выше, в качестве отражателей в такой схеме могут быть использованы описанные в [1–3]

модифицированные брэгговские структуры. Следуя [3], предположим, что энергия частиц составляет 5.5 MeV, период ондулятора 4 см, амплитуда ондуляторного поля $H_u = 2.2$ kOe, плотность тока инжекции ~ 10 A/cm, зазор между пластинами 0.6 см. Пусть длина пространства взаимодействия (длина ондулятора) порядка 120 см и коэффициенты отражения зеркал $R_{1,2} = 0.85$. При выбранных физических параметрах $G \approx 10^{-4}$ и соответственно нормализованная длина генератора составляет $L_z \approx 3$. При ширине электронного пучка 4 см нормализованная ширина оценивается как $L_x \approx 3$.

На рис. 2, 3 представлены результаты моделирования, демонстрирующие формирование поперечной структуры поля в процессе установления стационарного режима генерации при различных ширинах электронного потока. Видно, что в исследуемой области параметров пространственная структура выходного излучения носит регулярный характер и локализована в области, занятой электронным потоком. Следует подчеркнуть, что профиль как амплитуды, так и фазы излучения, в стационарном режиме генерации не зависит от начальных условий (рис. 4). Таким образом, описываемые уравнениями (15), (17) эффекты дифракционного расплывания в сочетании с эффектами канализации излучения ленточными электронными пучками достаточны для обеспечения пространственной когерентности поля в рассматриваемой схеме ЛСЭ.

В практическом плане важное значение имеет отношение мощностей излучаемых в продольном направлении через зеркала P_{rad} к мощности дифракционных потерь P_{dif} . На рис. 5 представлены зависимости этих величин от расстройки синхронизма $\hat{\Delta}$ при различных ширинах электронного пучка. Одновременно на этих рисунках даны значения приведенного электронного КПД. Как следует из уравнения баланса мощностей (21), при $L_x = 3$ большая (до 80%) доля мощности излучения электронного потока выносится в продольном направ-

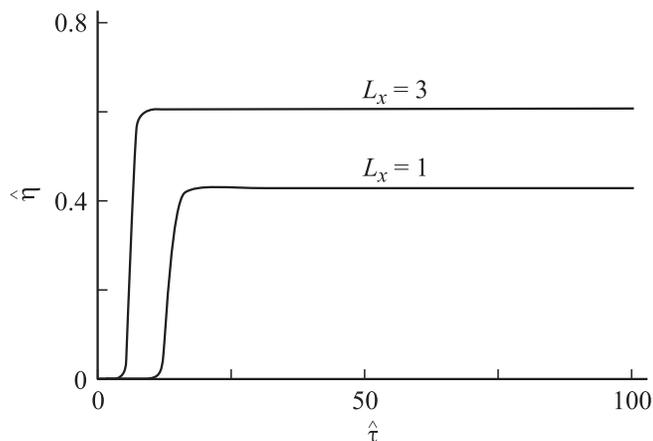


Рис. 2. Зависимости от времени \hat{t} приведенного КПД $\hat{\eta}$ в условиях установления стационарного режима генерации при различной ширине электронного потока: $L_x = 1$ и $L_x = 3$ ($\hat{\Delta} = -0.5$, $L_z = 3$).

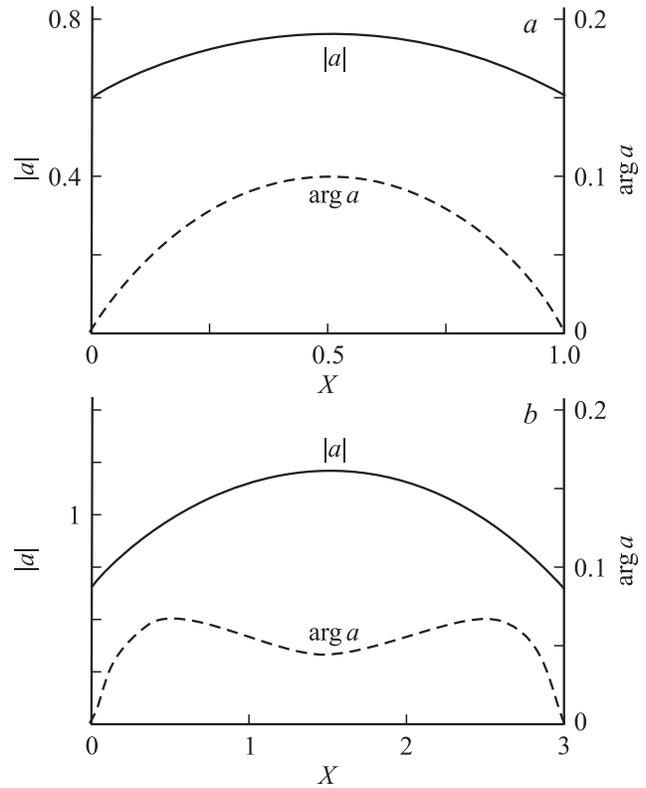


Рис. 3. Поперечные распределения амплитуд $|a|$ и фаз $\arg a$ полей в стационарном режиме генерации при различной ширине электронного потока: a — $L_x = 1$, b — $L_x = 3$ ($\hat{\Delta} = -0.5$, $L_z = 3$).

лении, т.е. электронный поток эффективно канализирует излучение. Мощность излучения в поперечном направлении непосредственно на границе электронного потока достаточно мала. Отношение мощностей может быть сделано более значительным, если отодвинуть плоскость, в которой производится сравнение потоков, от края электронного пучка. Действительно амплитуда поля вне электронного пучка продолжает спадать по координате x , поскольку (вследствие параксиальности волновых потоков A^\pm) часть мощности, высвеченной через границы электронного пучка, затем излучается через зеркала. Эта доля тем больше, чем больше апертура зеркал. Тем не менее если от модели безграничных по координате x зеркал перейти к модели зеркал конечной апертуры, то появятся конечные дифракционные потери. Однако, как следует из приведенного ранее анализа, величина этих потерь может быть сделана достаточно малой в общем балансе мощностей. Заметим, что указанный баланс должен также включать омические потери в стенках волновода, которые, как следует из сравнения с результатами [1–3] для моделируемого ЛСЭ терагерцового диапазона, при выбранных параметрах также превосходят поперечные дифракционные потери P_{dif} .

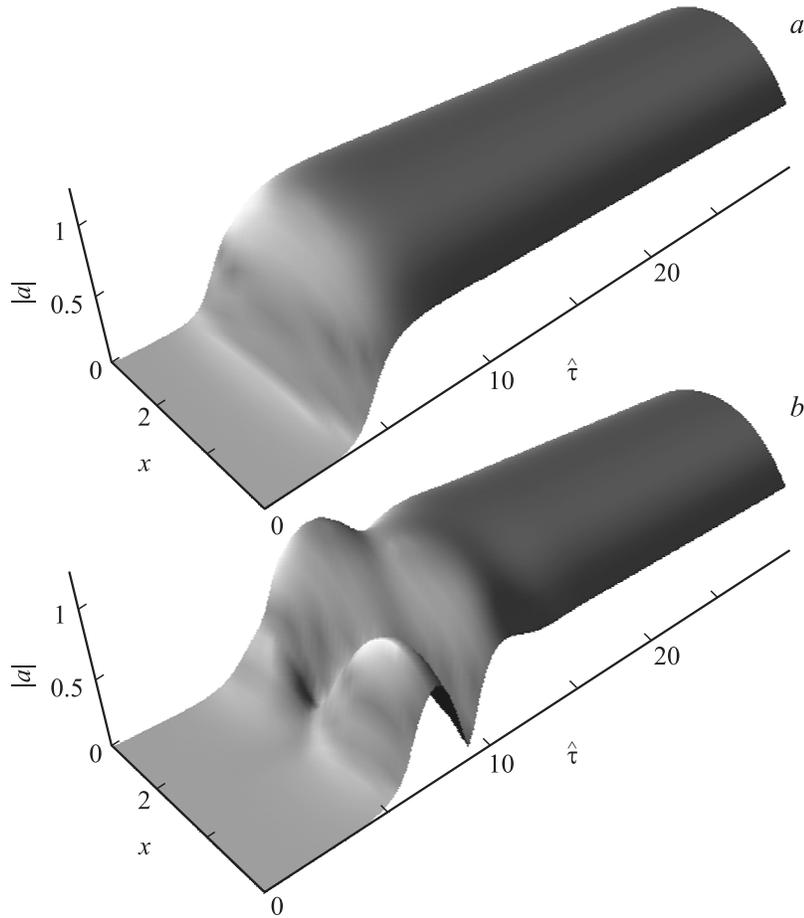


Рис. 4. Эволюция поперечного распределения поля при симметричных (*a*) и несимметричных (*b*) начальных условиях. $L_x = 3$, $\hat{\Delta} = -0.5$, $L_z = 3$.

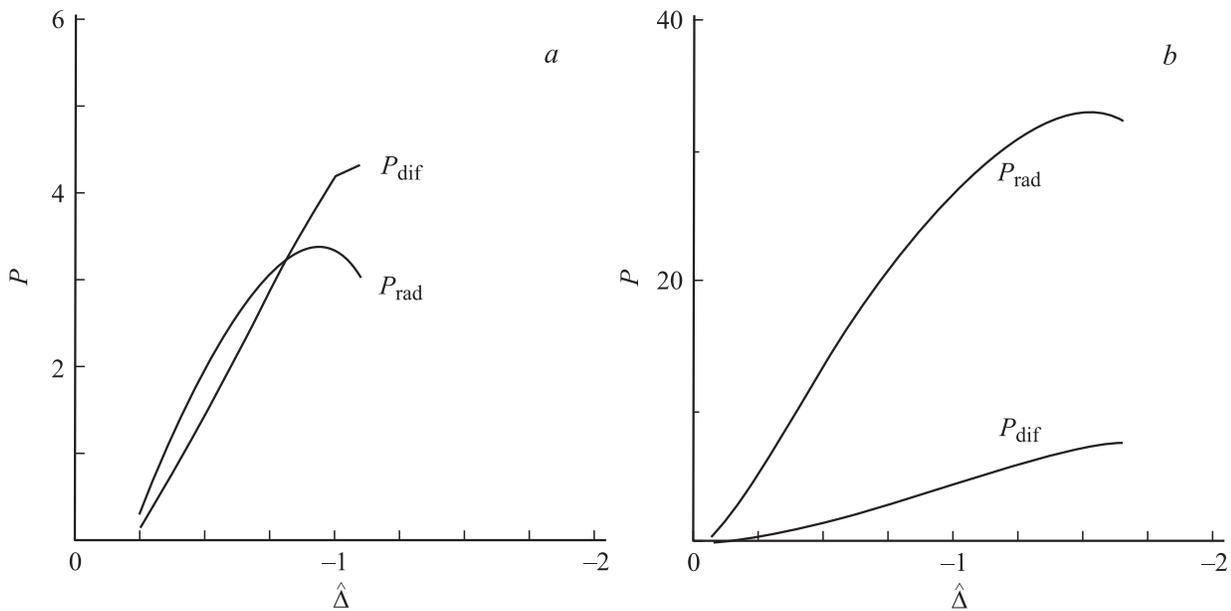


Рис. 5. Зависимости мощности, излучаемой в продольном направлении через зеркала P_{rad} , и мощности дифракционных потерь P_{dif} от расстройки синхронизма $\hat{\Delta}$ при различной ширине электронного пучка: *a* — $L_x = 1$, *b* — $L_x = 3$ ($L_z = 3$).

Таким образом, проведенный в настоящей работе анализ подтверждает перспективность предложенной в [1] схемы мощных ЛСЭ терагерцового диапазона на основе модифицированных брэгговских зеркал, отличительной особенностью которых является связь между продольными и поперечными потоками электромагнитной энергии. Эти зеркала обеспечивают селекцию мод по координате y и требуемые коэффициенты отражения. В то же время планарная геометрия позволяет использовать системы, открытые по второй из поперечных координат (координате x), что, в соответствии с результатами данной работы, позволяет реализовать селекцию мод и пространственную когерентность излучения вдоль этой координаты.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, гранты № 08-08-00966, 10-08-01269.

Список литературы

- [1] *Ginzburg N.S., Malkin A.M., Peskov N.Yu. et al. // Phys. Rev. ST-AB. 2009. Vol. 12. P. 060 702.*
- [2] *Ginzburg N.S., Malkin A.M., Peskov N.Yu. et al. // Appl. Phys. Lett. 2009. Vol. 95. P. 043 504.*
- [3] *Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Зотова И.В. и др. // Письма в ЖЭТФ. 2010. Т. 91. № 6. С. 286–290.*
- [4] *Ginzburg N.S., Kovalev N.F., Rusov N.Yu. // Opt. Comm. 1983. Vol. 46. N 5. P. 300–306.*
- [5] *Кондратенко А.М., Салдин Е.Л. // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 2. С. 309–318.*
- [6] *Moore G.T. // Opt. Comm. 1985. Vol. 52. N 1. P. 46–52.*
- [7] *Sharlemann E.T., Sessler A.M., Wurtele J.S. // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. N 17. P. 1925–1929.*
- [8] *La Sala J.E., Deacon D.A.G., Sharlemann E.T. // Opt. Comm. 1985. Vol. 52. N 1. P. 384–390.*
- [9] *Гинзбург Н.С., Завольский Н.А., Нусинович Г.С., Сергеев А.С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 1. С. 106–112.*
- [10] *Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Сергеев А.С. // Изв. вузов. Радиофизика. 2009. Т. 52. № 8. С. 632–641.*