

01;07;08

Аберрации изображения в акустооптическом перестраиваемом фильтре

© А.С. Мачихин,¹ В.Э. Пожар²¹ Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, 105005 Москва, Россия² Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, 117342 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 25 февраля 2010 г.)

Рассмотрена проблема деформации изображений при дифракции на объемных дифракционных решетках, в частности на решетке, образованной акустической волной в акустооптическом фильтре. Впервые найдено точное решение без использования приближения малого двулучепреломления. Проанализирован и проиллюстрирован расчетами характер искажений, вызываемых основными типами акустооптических фильтров.

Введение

Спектральные приборы на базе акустооптических (АО) фильтров находят широкое применение в различных областях науки и техники. Высокая светосила, высокое пространственное и спектральное разрешение, возможность модуляции и синтеза передаточной функции выгодно отличают их от приборов, построенных на других физических принципах, а быстрая произвольная спектральная перестройка позволяет строить на их базе спектрально адаптивные системы [1].

Способность фильтрации пучков, переносящих изображения — одно из ключевых свойств АО-фильтров, поскольку позволяет использовать их для задач одновременного анализа пространственных и спектральных свойств объекта. В сравнении с другими оптическими фильтрами, обладающими этим свойством (например, стеклянными светофильтрами), АО-фильтр обеспечивает перестройку в широком спектральном диапазоне (например, 0.4–0.8 μm) с достаточно высоким для таких компактных устройств разрешением (до 0.1 nm) [2].

В настоящее время АО-фильтры изображений с успехом применяются при биомедицинских исследованиях [3,4], проводимых в том числе методами флуоресценции и рамановской спектроскопии [5], при астрофизических исследованиях других планет и межзвездных объектов [6], при решении задач поиска и распознавания наземных объектов [7] и во многих других приложениях.

Известно, что несмотря на нелокальный характер дифракции, обусловленный тем, что дифракция происходит на объемной (толстой) решетке, АО-фильтры обеспечивают неплохое качество изображения (до 1000 разрешимых положений по каждой из координат). Тем не менее искажения изображения, достигающие 3–5% [8], не позволяют использовать АО-спектрометры изображений в тех задачах, где необходима высокая точность передачи изображений, например, для прецизионной фотосъемки и некоторых других задач при дистанционном зондировании, в криминалистике, при неразрушающем контроле

материалов. Поэтому важное значение имеют изучение искажений, вносимых АО-фильтрами, и разработка методов их коррекции.

Искажения можно скорректировать до величины порядка 0.5% путем обработки оцифрованных изображений с использованием данных предварительной калибровки АО фильтра [9]. Однако более точным и универсальным может быть подход, основанный на использовании точных формул, описывающих деформацию изображения при дифракции в АО-фильтре.

В работе [10] анализ этой проблемы был проведен в приближении малой величины двулучепреломления $\Delta n/n \ll 1$. Этот анализ показал наличие спектрально зависимых эффектов смещения, изменения масштаба по двум осям и нелинейных искажений. Эти эффекты качественно верно описывают изменения изображения при передаче через АО-ячейку.

Однако, хотя данное приближение выполняется для всех кристаллов, используемых в акустооптике ($\Delta n/n = 0.006$ для SiO_2 и 0.07 — для TeO_2), для прецизионной коррекции изображений этого приближения не всегда достаточно. К тому же проведенный в [10] анализ касался лишь искажений, возникающих в двух главных направлениях: в направлении оптической оси и перпендикулярном ему, а этого недостаточно для построения полной картины искажений. Поэтому в настоящей работе проблема деформации изображения в процессе дифракции на акустической волне рассмотрена без использования указанных приближений и ограничений.

Найдено точное решение задачи, которое описывает изменение изображения в любой точке изображения. Характер деформаций, описываемых этим решением, проанализирован для двух типов дифракции, используемых в АО-фильтрах. Проведено сравнение с приближенным решением [10] и установлено качественное соответствие и оценены количественные различия. Для одной из конфигураций выполнен точный расчет искажений модельного объекта в виде сетки.

Основные соотношения

Взаимодействия оптических и акустических волн в кристалле описывается уравнениями синхронизма

$$\begin{aligned}\omega_i - \Omega - \omega_i &= 0, \\ \mathbf{k}_i - \mathbf{q} - \mathbf{k}_d &= \Delta\mathbf{k} \approx 0,\end{aligned}\quad (1)$$

связывающими частоты и волновые векторы падающей (ω_i, \mathbf{k}_i) и дифрагированной (ω_d, \mathbf{k}_d) световых волн и акустической (Ω, \mathbf{q}) волны. Для выполнения условий синхронизма значение волновой расстройки должно быть достаточно мало $|\Delta k| \ll 2\pi/L$, где L — длина области взаимодействия волн.

Будем для определенности считать, что падающая волна имеет необыкновенную поляризацию „e“, а дифрагированная — обыкновенную „o“ (рис. 1), и учитывая, что частота звука Ω пренебрежимо мала по сравнению с частотой света ω_i , запишем второе уравнение синхронизма (1) в проекциях на оси x, y и z . При этом, поскольку задача о дифракции света на звуке носит чисто геометрический характер, сразу перейдем к безразмерным величинам, разделив эти уравнения на $|\mathbf{k}_d|$. В этом случае уравнения примут вид

$$\begin{aligned}\xi(\theta_1) \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \eta \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \\ - \cos \psi_1 \cos \psi_2 &= \chi \cos \nu_1 \cos \nu_2, \\ \xi(\theta_1) \sin \theta_1 \cos \theta_2 - \eta \cos \gamma_1 \sin \gamma_2 \\ - \cos \psi_1 \sin \psi_2 &= \chi \cos \nu_1 \sin \nu_2, \\ \xi(\theta_1) \sin \theta_1 - \eta \sin \gamma_1 - \sin \psi_1 &= \chi \sin \nu_1,\end{aligned}\quad (2)$$

где θ, ψ, γ — углы распространения падающей, дифрагированной и акустической волн, причем индекс „1“ определяет угол соответствующего вектора в полярной плоскости, а индекс „2“ — в азимутальной. Здесь введены следующие обозначения: параметр, характеризующий величину двулучепреломления:

$$\xi(\theta_1) = \frac{n_e(\theta_1)}{n_o} = \frac{n_e}{\sqrt{n_o^2 \cos^2 \theta_1 + n_e^2 \sin^2 \theta_1}};$$

$n_e = n_e(0)$; n_o и n_e — показатели преломления материала кристалла для необыкновенно и обыкновенно поляризованных волн; $\chi = \Delta k / (kn_o)$ — приведенная расстройка, $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны света в вакууме, $\Delta k, \nu_1, \nu_2$ — длина и углы ориентации вектора волновой расстройки; $\eta = q / (kn_o) = \lambda / (\Lambda n_o)$ — безразмерный спектральный параметр, определяющий связь длин волн света λ и звука Λ . Следует отметить, что для упрощения формул зависимость показателей преломления, а соответственно и параметра двулучепреломления ξ , от длины волны λ не показана в явном виде, но именно определяет хроматические aberrации, которые вычислены ниже.

Уравнения (2) позволяют по заданным значениям углов распространения звука γ и света θ_1, θ_2 для любой длины волны звука Λ и для каждой длины волны света λ определить направление распространения волны после дифракции (ψ_1, ψ_2) и величину волновой расстройки χ для этого конкретного процесса. Для решения уравнений необходимо задать направление ν вектора волновой расстройки $\Delta\mathbf{k}$. Без ограничений общности этот вектор можно ориентировать таким образом, чтобы его длина была минимальна (обсуждение этого выбора приведено ниже). Это условие выполняется, если вектор $\Delta\mathbf{k}$ расположен по радиусу (рис. 1, b), т.е. $\nu_1 = \psi_1$ и $\nu_2 = \psi_2$. Теперь из системы уравнений (2) можно определить величины ψ и χ как функции углов γ и θ и спектрального параметра η :

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \arctg \left\{ \frac{\xi(\theta_1) \sin \theta_1 - \eta \sin \gamma_1}{\sqrt{[B - C]^2 + BC[1 - \cos(\theta_2 - \gamma_2)]}} \right\}, \\ \psi_2 &= \arctg \left[\frac{\xi(\theta_1) \cos \theta_1 \sin \theta_2 - \eta \cos \gamma_1 \sin \gamma_2}{\xi(\theta_1) \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \eta \cos \gamma_1 \cos \gamma_2} \right],\end{aligned}\quad (3a)$$

где

$$\begin{aligned}B &= \xi(\theta_1) \cos \theta_1, \quad C = \eta \cos \gamma_1, \\ \chi &= \sqrt{[\xi(\theta_1) - \eta]^2 + 2A\eta\xi(\theta_1) + D \cos \theta_1 \cos \gamma_1} - 1,\end{aligned}\quad (3b)$$

где

$$A = 1 - \cos(\theta_1 - \gamma_1), \quad D = 1 - \cos(\theta_2 - \gamma_2).$$

Выражение (3b), описывающее зависимость волновой расстройки, позволяет определить величину допустимой угловой расходимости (угловую апертуру) падающего светового пучка для заданной схемы АО-фильтра и его спектральное разрешение.

Из формул (3a) можно найти углы дифракции излучения, соответствующие направлению максимума дифрагированного света. Для этого необходимо вычислить из уравнения (3b) значение спектрального параметра η_s , соответствующее точному выполнению условий синхронизма $\chi = 0$,

$$\begin{aligned}\eta_s &= \xi(Q_1)[(1 - A) - D \cos \theta_1 \cos \gamma_1] \\ &- \sqrt{\xi^2(\theta_1)[A - 1 + D \cos \theta_1 \cos \gamma_1]^2 - 1} + 1\end{aligned}\quad (4)$$

и подставить его в выражения (3a). Это дает точную зависимость $\psi_1(\theta_1, \theta_2)$ и $\psi_2(\theta_1, \theta_2)$ при заданных значениях $q, \gamma_1, \gamma_2, \lambda$.

В отличие от ранее полученных формул [10] выражения (3a) описывают дифракцию в общем виде (3D), а не только в полярной и азимутальной плоскостях. Они также справедливы для произвольной величины параметра двулучепреломления ξ .

Еще одно важное замечание следует в отношении формул (3) и (4). Выбор ориентации вектора волновой

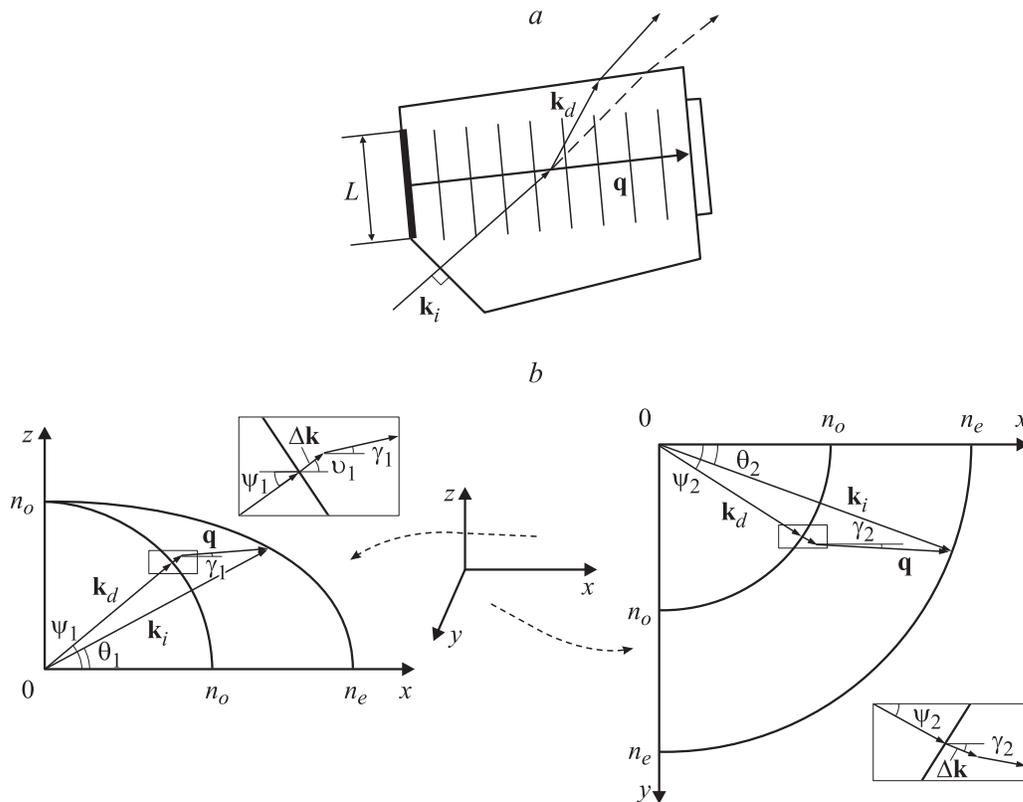


Рис. 1. Схема акустического взаимодействия: *a* — принципиальная схема АО-ячейки (пунктиром показан недифрагированный луч); *b* — диаграмма волновых векторов в полярной (слева) и азимутальной (справа) плоскостях; z — оптическая ось кристалла; n_o , n_e — показатели преломления кристалла.

расстройки $\Delta \mathbf{k}$ в настоящей работе был обусловлен предположением, что область взаимодействия имеет примерно одинаковые размеры во всех направлениях. Это предположение вполне соответствует широко используемым неколлинеарным АО-фильтрам на кристалле TeO_2 , имеющим размеры области взаимодействия примерно $1 \times 1 \times 1$ см. Для коллинеарных фильтров на кристаллах SiO_2 , которые представляют собой другой часто применяемый тип АО-фильтров, параллельность векторов \mathbf{k}_i и $\Delta \mathbf{k}$ выполняется по определению. И даже в случае сильной вытянутости области взаимодействия, когда вектор волновой расстройки логичнее ориентировать по-другому, на направлении синхронизма это никак не скажется, так как оно определяется условием нулевой величины вектора расстройки, при котором ориентация последнего не имеет значения. В этом случае решение уравнений (2) можно найти аналогичным образом. Соответственно и в случае, когда падающая волна имеет обыкновенную поляризацию „о“, а дифрагированная — необыкновенную „е“, выражения (3) и (4) могут быть получены аналогично.

На основе полученных выражений (3а) проанализируем деформации изображения, возникающие в наиболее интересных с точки зрения практики частных случаях АО-взаимодействия: коллинеарном и неколлинеарном широкоугольном. Предварительно запишем все необ-

ходимые для анализа соотношения с использованием введенных обозначений.

Коллинеарная геометрия

Коллинеарная геометрия дифракции (рис. 2) предполагает коллинеарность падающей световой волны \mathbf{k}_i звуковой волне \mathbf{q} , т.е. $\theta_1 = \gamma_1$ и $\theta_2 = \gamma_2$. При этом обеспечивается большая длина взаимодействия волн, ограниченная лишь размерами среды (кристалла) L , что позволяет достичь более высокого спектрального разрешения $\lambda/\Delta\lambda \approx L$ и снизить управляющую мощность ультразвука $P \approx L^2$ [11].

При точном выполнении этих условий из выражений (3) получаются следующие выражения для углов дифракции и волновой расстройки указанной волны:

$$\psi_1^0 = \gamma_1,$$

$$\psi_2^0 = \gamma_2, \quad (5a)$$

$$\chi = \xi(\gamma_1) - \eta - 1. \quad (5b)$$

Эти выражения в точности соответствуют виду волновых диаграмм (рис. 2). В наиболее практически важном случае коллинеарной дифракции вдоль оси x кристалла SiO_2 , в формулах (3а) следует положить $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 = 0$.

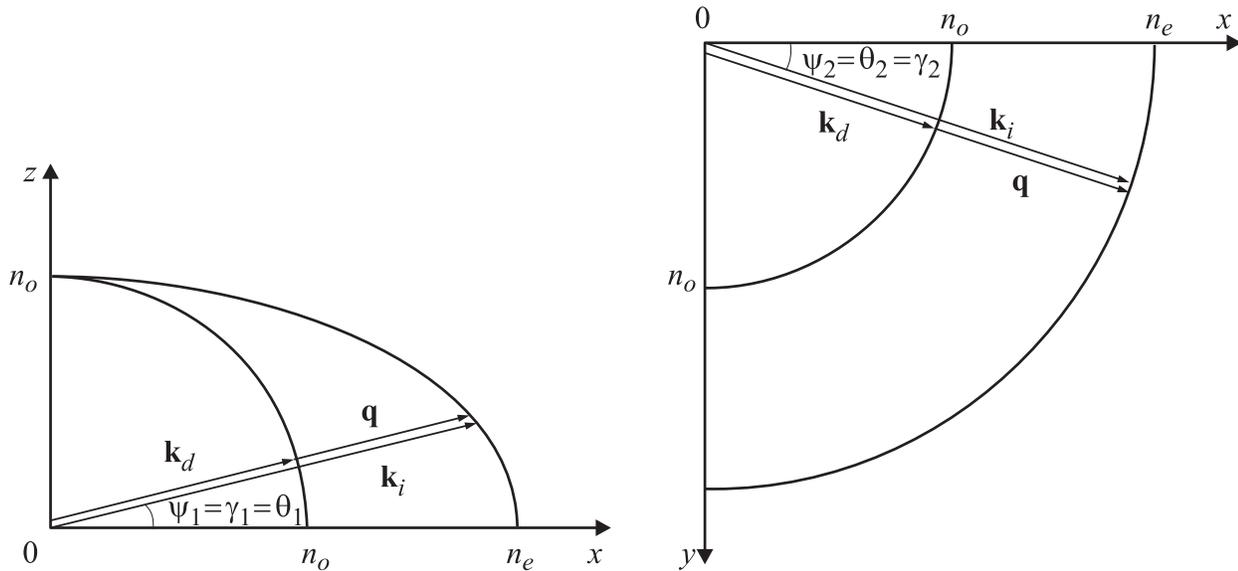


Рис. 2. Волновая диаграмма коллинеарного АО-взаимодействия в полярной (слева) и азимутальной (справа) плоскостях.

Широкоугольная геометрия

Эта геометрия (рис. 3) находит широкое применение в тех многочисленных задачах, где необходимо обеспечить большую угловую апертуру АО-фильтра, таких как получение спектральных изображений и светосильная спектроскопия [12].

Формальным геометрическим требованием, которое должно быть соблюдено для реализации широкоугольной геометрии дифракции в плоскости оптической оси ($\theta_2 = \psi_2 = 0$), является требование параллельности касательных в точках А и В (рис. 3) [13]. Несложно показать, что для выполнения данного условия необходимо, чтобы в полярной плоскости углы распространения

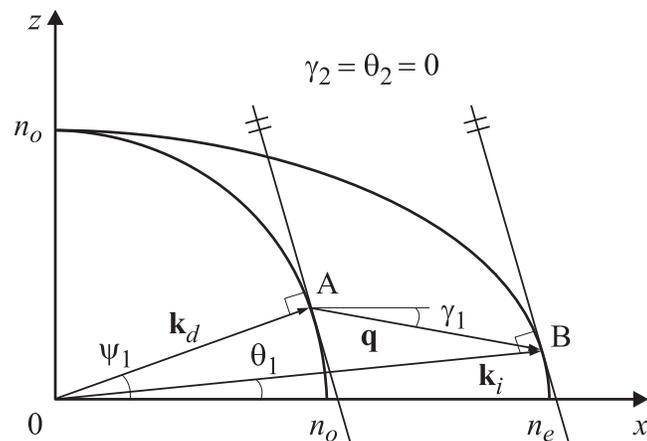


Рис. 3. Волновая диаграмма широкоугольного АО-взаимодействия.

света θ_1 и звука γ_1 были связаны соотношением

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\gamma_1) &= -\frac{\xi \operatorname{tg}(\theta_1)}{\sqrt{(\xi^4 \operatorname{tg}^2(\theta_1) + 1)(\xi^2 \operatorname{tg}^2(\theta_1) + 1) + \xi^3 \operatorname{tg}^2(\theta_1)}} \\ &\approx -\frac{\operatorname{tg}(\theta_1)}{1 + 2 \operatorname{tg}^2(\theta_1)}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\xi = \xi(0) = n_e/n_o$. Второе равенство соответствует приближению малого двулучепреломления ($\xi \rightarrow 1$). Оно совпадает с формулой, полученной в работе [10].

С учетом этого дифрагированная волна (3а) и волновая расстройка (3б) описываются следующими формулами:

$$\psi_1^0 = \operatorname{arctg} \left(\frac{\xi(\theta_1) \sin(\theta_1) - \eta \sin(\gamma_1)}{\xi(\theta_1) \cos(\theta_1) - \eta \cos(\gamma_1)} \right), \quad \psi_2^0 = 0, \quad (7a)$$

$$\chi = \sqrt{[(\xi(\theta_1) - \eta)^2 + 2\eta\xi(\theta_1)(1 - \cos(\theta_1 - \gamma_1))]} - 1. \quad (7b)$$

Здесь положено $\theta_2 = \gamma_2 = 0$, а угол θ_1 определяется из соотношения (6).

Анализ геометрических искажений

Для анализа геометрических искажений на разных длинах волн λ необходимо сравнить изображения на входе и выходе системы фильтрации, содержащей АО-ячейку (рис. 4). Ниже ограничимся только рассмотрением искажений, связанных непосредственно с АО-дифракцией. Другие факторы (влияние поляризаторов, преломление на гранях АО-ячейки и пр.) могут быть легко учтены известными методами [14,15].

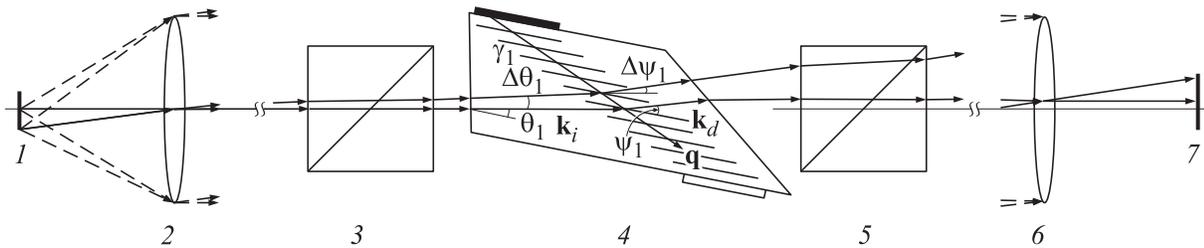


Рис. 4. Схема хода лучей в системе спектральной фильтрации изображений на основе АО-фильтра: 1 — исследуемый объект; 2 и 6 — входной и выходной объективы; 3, 5 — поляризаторы; 4 — АО-ячейка; 7 — изображение.

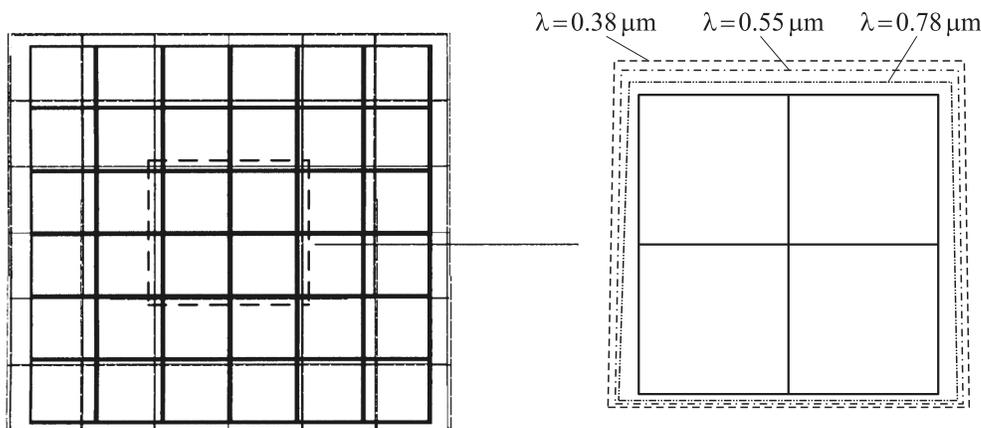


Рис. 5. Объект (справа, сплошные линии) и его рассчитанные спектральные изображения при $\lambda = 0.38, 0.55, 0.78 \mu\text{m}$.

Таким образом, необходимо найти для каждой спектральной компоненты λ света отображение входного изображения $I_i(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2)$ на выходное $I_d(\Delta\psi_1, \Delta\psi_2)$. Углы $\Delta\theta_i = \theta_i - \theta_i^0$ и $\Delta\psi_i = \psi_i - \psi_i^0$ ($i = 1, 2$) удобно отсчитывать от углов падения θ_i^0 и дифракции ψ_i^0 некоторой волны, которую будем называть „центральной“, поскольку ей соответствуют центральные точки объекта и его изображения. В качестве „центральной“ в случае коллинеарной геометрии логично взять падающую волну, соответствующую условию коллинеарности $\theta_i^0 = \gamma_i$, так что после дифракции она распространяется под тем же углом $\psi_i^0 = \gamma_i$ (5а). Если направление распространения совпадает с осью симметрии ($\gamma_i = 0$), такой выбор обеспечит симметричную картину искажений изображения. В случае неколлинеарной геометрии дифракции направление распространения „центральной“ падающей волны можно взять в плоскости оптической оси ($\theta_i^0 = 0$) под углом θ_i^0 , определяемым из условия (6) углом распространения звука γ_1 , заданным в АО-фильтре конструктивно. „Центральная“ дифрагированная волна в этом случае описывается формулами (7а), а картина искажений должна быть симметрична по $\Delta\psi_2$.

Искомое отображение описывается формулами (3а), которые для каждой световой волны ($\theta_1, \theta_2, \lambda$) дают распространения (ψ_1, ψ_2) волн направление распространения после дифракции на решетке с заданными параметрами ($\gamma_1, \gamma_2, \Lambda$). Поскольку угловые апертуры

падающего и дифрагированного пучков малы ($2-5^\circ$), можно представить отображение в виде ряда по малым отклонениям волн от „центрального“ направления $|\Delta\theta_i| \ll 1$. Ограничиваясь в данном разложении квадратичными членами, запишем разложение в следующем виде:

$$\Delta\psi_i(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2) = \Delta\theta_i + b_{i1}\Delta\theta_1 + b_{i2}\Delta\theta_2 + c_{i11}\Delta\theta_1^2 + c_{i12}\Delta\theta_1\Delta\theta_2 + c_{i22}\Delta\theta_2^2. \quad (8)$$

Если бы в этой формуле отсутствовали все члены, кроме первого, она описывала бы тождественное преобразование. Таким образом, остальные слагаемые описывают искажение изображения, а коэффициенты разложения имеют следующий физический смысл: b_{ij} — относительное (линейное) изменение масштаба изображения и его поворот (b_{12}, b_{21}), c_{ijk} — нелинейные (квадратичные) искажения. А спектральная зависимость всех коэффициентов через ξ описывает хроматизм искажений.

Расчет этих коэффициентов путем разложения выражений (3а) при значении η_s , соответствующем условию точного синхронизма (4), был проведен для коллинеарной и широкоугольной геометрии АО-взаимодействия. Конкретные параметры расчета представлены в таблице и соответствуют наиболее распространенным на практике типам АО-фильтров. Значения вычисленных коэффициентов по знаку и величине хорошо согласуются со

Коэффициенты деформации изображения при прохождении через АО-фильтр

Геометрия АО-взаимодействия	Материал АО-фильтра	γ_1 , deg	θ_1 , deg	λ , μm	$\Delta n/n$	η_s	Коэффициенты искажений							
							в полярированной плоскости				в азимутальной плоскости			
							b_{11}	b_{12}	c_{111}	c_{112}	b_{21}	b_{22}	c_{211}	c_{212}
Коллинеарная	SiO ₂	0	0	0.4	$6 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-5}$	$-6 \cdot 10^{-4}$	$-6 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-4}$	$-6 \cdot 10^{-4}$
Широкоугольная	TeO ₂	-18.9	32.6	0.6	0.07	0.08	$-5 \cdot 10^{-3}$	-0.07	$-7 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	0.1	0.03	0.09	-0.01

значениями, полученными в работе [10] в приближении малого двулучепреломления. Различия между рассчитанными коэффициентами и полученными в приближении малости двулучепреломления не превышают $0.5\Delta n/n$. Однако в отличие от работы [10] впервые вычислены величины перекрестных членов b_{12} , b_{21} и c_{i12} , необходимых для описания всего поля деформаций.

Моделирование искажений с помощью вычисленных коэффициентов хорошо согласуется с ранее наблюдавшимися на практике эффектами [8,10]. На рис. 5 показаны наложенные изображения эталонного объекта в виде сетки при трех длинах волн из разных частей видимого диапазона: 0.38, 0.55, 0.78 μm . В качестве фильтра рассматривалась АО-ячейка из TeO₂ с широкоугольной экстремальной ($\theta_1 = 32.6^\circ$) геометрией. Объективы 1 и 2 (рис. 4) предполагались идентичными, т.е. в отсутствие АО-ячейки увеличение изображения равно единице. Максимальные углы отклонения падающего излучения, соответствующие краям изображения, полагались равными $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = 5^\circ$.

Несовпадение изображений с объектом (т.е. отличие увеличения от единицы) показывает наличие геометрических монохроматических аберраций, описываемых главным образом коэффициентами b . Спектральные ореолы демонстрируют присутствие хроматических аберраций. Их асимметрия, более заметная на периферии изображения, свидетельствует о влиянии перекрестных членов c_{112} и c_{212} .

Заключение

В работе исследована задача передачи изображения, переносимого световым пучком, при дифракции последнего на акустической волне в кристалле. Впервые получено общее аналитическое решение (3), описывающее зависимость углов дифракции ψ_i и величины волновой расстройки η от углов падения θ_i и других параметров кристалла и ультразвуковой волны. В отличие от ранее полученных формул представленное решение описывает дифракцию в общем виде (3D), а не только в плоскости оптической оси, и оно справедливо для произвольной величины параметра двулучепреломления ξ . Рассмотрены наиболее интересные с точки зрения практики частные случаи: коллинеарная и широкоугольная геометрии дифракции. Полученные выражения позволяют вычислять искажения изображения при АО-фильтрации и анализировать их причины, что в свою очередь дает возможность оптимизировать характеристики АО-фильтров изображений.

Установлено, что в ходе дифракции имеют место следующие эффекты: сдвиг, изменение масштаба и нелинейные искажения изображения. Причем все эти эффекты носят спектрально зависимый характер, и изменение значений коэффициентов искажений может достигать 30% в диапазоне от 0.4 до 4 μm (для TeO₂).

Для компенсации выявленных искажений можно предложить следующие методы:

- 1) использование специальных оптических элементов — корректоров [16];
- 2) выбор оптимальной с точки зрения передачи изображения в заданных условиях геометрии АО-ячейки.

Реализация обоих методов может основываться на полученных в данной работе соотношениях, которые позволяют оценить величину и характер искажений, что важно для первого метода, а также оценить влияние параметров АО-фильтра на величину и характер искажений, что принципиально для второго.

Список литературы

- [1] *Пожар В.Э., Пустовойт В.И.* // РиЭ. 1996. Т. 41. Вып. 10. С. 1272–1278.
- [2] *Балакшиев В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е.* Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985. 280 с.
- [3] *Rajwa B., Ahmed W., Venkatapathi M.* et al. // Proc. SPIE. 2005. Vol. 5694. P. 16–23.
- [4] *Gupta N., Ramella-Roman J.* // Proc. SPIE. 2008. Vol. 6842. P. 1–8.
- [5] *Bouhifd M., Whelan M., Aprahamian M.* // Proc. SPIE. 2005. Vol. 5826. P. 185–193.
- [6] *Smith W.M.H., Smith K.M.* // Experimental astronomy. 1990. Vol. 1. N 5. P. 329–343.
- [7] *Gupta N.* // Proc. SPIE. 2008. Vol. 6940. P. 1–10.
- [8] *Пожар В.Э., Мачихин А.С.* // Сб. Тр. 8-й Междунар. конф. „Прикладная оптика“. СПб., 2008. Т. 3. С. 374–376.
- [9] *Мачихин А.С., Пожар В.Э.* // ПТЭ. 2009. № 6. С. 1–7.
- [10] *Pozhar V.E., Pustovoit V.I.* // Photonic and optoelectronics. 1997. Vol. 4. N 2. P. 67–77.
- [11] *Harris S.E., Wallace R.W.* // J. Opt. Soc. Amer. 1969. Vol. 59. P. 744–747.
- [12] *Voloshinov V.* // Proc. SPIE. 1998. Vol. 3584. P. 116–127.
- [13] *Chang I.C.* // Appl. Phys. Lett. 1974. Vol. 25. P. 370–372.
- [14] *Yariv A., Yeh P.* Optical Waves in Crystals. NY: Wiley, 1984. 380 p.
- [15] *Заказнов Н.П., Кирюшин С.И., Кузичев В.И.* Теория оптических систем. М.: Машиностроение, 1992. 448 с.
- [16] *Мачихин А.С., Пожар В.Э., Глебов П.Г.* // Тр. 6-й Междунар. конф. молодых ученых „Оптика-2009“. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2009. С. 75–77.