

05;06;11;12

## Авторезонанс в ферромагнитной пленке

© М.А. Шамсутдинов,<sup>1</sup> Л.А. Калякин,<sup>2</sup> А.Т. Харисов<sup>1</sup><sup>1</sup> Башкирский государственный университет,  
450074 Уфа, Россия<sup>2</sup> Институт математики с вычислительным центром УНЦ РАН,  
450077 Уфа, Россия  
e-mail: khantaf@mail.ru

(Поступило в Редакцию 27 июля 2009 г.)

Аналитически и численно исследована прецессия намагниченности в перпендикулярно намагниченной ферромагнитной пленке в циркулярно и линейно поляризованном высокочастотном магнитном полях малой амплитуды. Показана возможность авторезонансного возбуждения сильно нелинейного однородного прецессионного движения намагниченности и управления таким движением при медленном изменении резонансного поля или частоты высокочастотного поля.

### Введение

Нелинейный ферромагнитный резонанс (ФМР) имеет давнюю историю [1–3], и до сих пор высокоамплитудные режимы однородной прецессии намагниченности в ферромагнитных пленках (см., например, [4–9]) и малых частицах (см., например, [10–12]) продолжают вызывать возрастающий интерес как в теории, так и с точки зрения практического применения [2,3,8–10,13,14]. В массивных ферромагнитных образцах с узкой резонансной линией отклонение прецессирующей намагниченности как на основной частоте, так и на гармониках [2,3,7–9] существенно ограничено параметрическим возбуждением спиновых волн малой длины волны. При этом угол отклонения намагниченности от ее равновесного направления не превосходит несколько градусов [2,3,6].

Получение больших углов однородной прецессии возможно в случае перпендикулярно намагниченных тонких пленок [4–6]. В таких пленках с возрастанием амплитуды поля накачки не происходит насыщения резонанса на однородной моде [15], которая может быть сильно удалена по частоте от спин-волновой моды [16]. В этих условиях при частоте поля накачки, меньшей или равной частоте линейного однородного ФМР, не происходит передачи энергии от однородной прецессии спиновым волнам, приводящей к развитию спин-волновых неустойчивостей. В тонких перпендикулярно намагниченных пленках порог неустойчивости располагается гораздо выше [17].

В настоящее время в нелинейной динамике особый интерес представляет проблема управления возбуждением большеамплитудных колебаний в нелинейных системах различной природы [18–20], в том числе в магнитоупорядоченных кристаллах [7,10,21–24]. Следует отметить работу [10], в которой экспериментально реализовано перемагничивание малых частиц с использованием нелинейного резонанса на радиочастотах в полях, существенно меньших предсказываемых теорией Стонера–Вольфарта [25]. В [10] имеются указания на повышение эффективности перемагничивания при варьировании частоты во время действия радиочастотного (РЧ) импульса. В некоторых случаях и в магнитных пленках

наблюдается отклонение прецессирующей намагниченности  $\mathbf{M}$  на довольно большие углы при частотах, равных или меньших частоты линейного ФМР [5]. Как показывают аналитические и численные исследования, в линейно- [11] и в циркулярнополяризованных [12] полях возможно значительное отклонение намагниченности, вплоть до ее неконтролируемого переворота. Согласно [11,12], амплитуда РЧ-поля  $H_1$ , при которой наступает перемагничивание:  $H_1 \geq 0.1H_a$ , где  $H_a$  — поле эффективной магнитной анизотропии. В случае полей малых амплитуд  $H_1 \ll 0.1H_a$  при фиксированной частоте не удастся достичь больших углов отклонения  $\mathbf{M}$ . Причина кроется в нарушении резонансного условия при увеличении амплитуды прецессии. Одним из возможных механизмов отклонения намагниченности на большие углы РЧ-полями малой амплитуды может быть изменение характеристик полей со временем.

Настоящая работа посвящена изучению возбуждения и управления высокоамплитудной однородной прецессией намагниченности циркулярно и линейно поляризованными РЧ-полями малой амплитуды в тонких ферромагнитных пленках в авторезонансном режиме в условиях медленного изменения характеристик внешних магнитных полей.

### Авторезонансный режим прецессии намагниченности

Под авторезонансом (иногда используется термин „автофазировка“) понимается явление автоматической подстройки собственной частоты динамической системы под частоту внешнего воздействия (накачки) [26–29]. Возникающий таким образом резонанс, удерживаемый в течение долгого времени, может приводить к значительному изменению энергии системы даже при малой вынуждающей силе. Эффекты, связанные с авторезонансом, обнаруживаются в колебательных системах различной природы [19]. К настоящему времени хорошо разработаны математические основы авторезонансного

возбуждения в колебательных системах при отсутствии затухания [30]. Явление авторезонанса в магнетиках как в экспериментальном, так и теоретическом отношении остается малоизученным.

В задаче авторезонансного возбуждения прецессии намагниченности предполагается, что первоначально намагниченность находится в состоянии с малой амплитудой колебаний (либо в положении равновесия) и ее необходимо перевести в состояние с достаточно большим раствором конуса прецессии. Задача управления нелинейной динамикой намагниченности также предполагает контролируемый перевод прецессирующей намагниченности в авторезонансном режиме из состояния с большим раствором конуса в состояние с достаточно малым раствором конуса прецессии.

Динамику вектора намагниченности исследуем исходя из уравнения Ландау–Лифшица

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma[\mathbf{M}\mathbf{H}_{\text{eff}}] - \frac{\lambda_1}{M_0^2}[\mathbf{M}[\mathbf{M}\mathbf{H}_{\text{eff}}]]. \quad (1)$$

Здесь  $\gamma$  — гиромагнитное отношение,  $M_0 = |\mathbf{M}|$ ,  $\lambda_1$  — параметр диссипации,

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \left(2\left(\frac{K_u}{M_0} - 2\pi M_0\right)m_z + H_0\right)\mathbf{n}_z + H_1(\mathbf{n}_x \cos \Phi + \mathbf{n}_y \sin \Phi), \quad (2)$$

где  $K_u$  — константа одноосной магнитной анизотропии,  $m_z = M_z/M_0$ ,  $H_0$  — резонансное поле;  $H_1$  — амплитуда,  $\Phi(t)$  и  $\omega = d\Phi/dt$  — фаза и частота циркулярно поляризованного поля.

Когда изменение частоты поля накачки  $\omega$  или резонансного поля  $H_0$  происходит бесконечно медленно, может иметь место стационарное прецессионное движение  $\mathbf{M}$  на частоте нелинейного ФМР [6]

$$\omega_r(m_z) = \frac{\gamma}{M_0}(2(K_u - 2\pi M_0^2)m_z + H_0 M_0). \quad (3)$$

Ниже рассматривается нестационарное прецессионное движение намагниченности в условиях медленного изменения параметров внешнего поля с конечной скоростью при малых амплитудах РЧ-поля и малой диссипации.

В рассматриваемой задаче подходящими переменными являются:  $m_z$  — продольная компонента намагниченности и  $\psi = \varphi - \Phi$  — разность фаз между прецессирующей намагниченностью и циркулярнополяризованным полем;  $\varphi$  — азимутальный угол вектора  $\mathbf{M}$ . Уравнения (1) в системе координат, вращающейся с частотой  $\omega$  циркулярнополяризованного поля вокруг оси  $z$ , принимают вид:

$$\begin{aligned} \frac{dm_z}{dt} &= \sqrt{1 - m_z^2} \left( h_1 \sin \psi + \lambda \left[ \sqrt{1 - m_z^2} (a \pm m_z + \Omega) - h_1 m_z \cos \psi \right] \right), \\ \sqrt{1 - m_z^2} \left( \frac{d\psi}{dt} - (a \pm m_z) \right) &= -h_1 (m_z \cos \psi + \lambda \sin \psi). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь произведена замена  $t|\omega_0| \rightarrow t$ ,  $\omega_0 = 2\gamma(K_u - 2\pi M_0^2)/M_0$ ,  $a = h_0 - \Omega$ ,  $\Omega = \omega/|\omega_0|$ ,  $\lambda = \lambda_1/(\gamma M_0)$ ,  $h_0 = \gamma H_0(t)/|\omega_0|$ ,  $h_1 = \gamma H_1(t)/|\omega_0|$ .

В (4) и ниже верхний знак относится к случаю  $K_u - 2\pi M_0^2 > 0$  — ферромагнетику типа „легкая ось“, а нижний знак относится к случаю  $K_u - 2\pi M_0^2 < 0$  — ферромагнетику типа „легкая плоскость“. В последнем случае при  $2(K_u - 2\pi M_0^2) + H_0 M_0 > 0$ , т.е.  $h_0(0) > 1$ , вектор намагниченности в отсутствие поперечного перемного поля ориентируется нормально плоскости пленки.

При малых амплитудах РЧ-поля и малой диссипации

$$0 < h_1 \ll 1, \quad 0 < \lambda \ll 1$$

математическая модель в форме (4) представляет собой возмущение нелинейного осциллятора с частотой  $a \pm m_z$ :

$$\frac{dm_z}{dt} = 0, \quad \frac{d\psi}{dt} = a \pm m_z.$$

В стационарном резонансном режиме частота невозмущенного осциллятора в системе координат, вращающихся с частотой циркулярнополяризованного поля, равна нулю, т.е.  $a \pm m_z = 0$ . Обычно задача возмущения нелинейного осциллятора исследуется методами усреднения, либо адиабатических приближений [31,32]. В частности, в [33] таким способом была проанализирована эволюция системы (4) для значений  $m_z$ , далеких от единицы, и при немалых  $h_1$ .

Целью дальнейших исследований являются решения с компонентой  $m_z(t)$ , которая в начальный момент близка к единице и со временем эволюционирует к значениям, отличным от единицы, например,  $m_z(t) \approx 0$ . В начальный момент имеет место резонансное соотношение  $\Omega(0) = h_0(0) \pm 1 > 1$ . Эволюция компоненты  $m_z(t) = m_z^0(t) + o(1)$  в главном члене асимптотики по малым параметрам определяется из резонансного условия совпадения собственной частоты прецессии намагниченности с частотой циркулярнополяризованного поля. Это условие сводится к требованию близости к нулю частоты возмущенного осциллятора во вращающейся системе, т.е. к соотношению

$$m_z^0(t) = \mp a(t). \quad (5)$$

Такое приближение имеет смысл, если параметры поля меняются так, что модуль величины  $a(t) = h_0 - \Omega$  в начальный момент близок к единице и начинает медленно убывать во времени. Под медленным изменением подразумевается малое изменение резонансного поля  $h_0$  или частоты накачки  $\Omega$  за период свободной прецессии намагниченности с частотой линейного ФМР. Анализ первого уравнения из (4) показывает, что приближение (5) не пригодно на начальном и конечном этапах. На этих этапах существуют узкие временные переходные (пограничные) слои, где происходит быстрая перестройка решения — захват в резонанс, либо выход из него.

Анализ в начальном пограничном слое удобно проводить, используя модуль поперечной компоненты намагниченности  $m_{\perp} = \sqrt{1 - m_z^2}$ . В приближении

$$m_{\perp} = h_1^{1/3} \rho(\tau) \ll 1, \quad a = \mp(1 - g\tau/h_1^{2/3})$$

уравнения (4) приобретают вид

$$\frac{d\rho}{d\tau} = -\sin\psi - \frac{\lambda\Omega}{h_1^{2/3}}\rho,$$

$$\rho\left(\frac{d\psi}{d\tau} \mp \frac{g}{h_1^{4/3}}\tau \pm \frac{1}{2}\rho^2\right) = -\cos\psi, \quad (6)$$

где  $0 < g \ll 1$ ,  $\tau = h_1^{2/3}t$  — медленное время.

Следует отметить, что в случае линейнополяризованного поля уравнения (6) представляют собой уравнения главного резонанса, которые можно получить из (1) классическими методами усреднения [31]. При этом в (6) амплитуду поля  $h_1$  следует заменить на  $h_1/2$ .

Условия резонансного захвата исходя из (6) при отсутствии затухания хорошо исследованы [30]. В этом случае для двухпараметрического семейства решений с растущей амплитудой асимптотика совпадает в главных членах и имеет вид

$$\rho(\tau) = \sqrt{2g\tau/h_1^{4/3}} + O(\tau^{-3/8}), \quad \cos\psi < 0, \quad \tau \rightarrow \infty.$$

При ненулевой диссипации не существует решений с неограниченно растущей амплитудой. Однако если коэффициент диссипации мал

$$\lambda\Omega h_1^{-2/3} \ll 1,$$

то существует двухпараметрическое семейство решений, амплитуды которых довольно долго растут, а затем на далеких временах происходит срыв на ограниченную асимптотику. Промежуточная асимптотика при больших  $\tau$  описывается той же формулой, что и в бездиссипативном случае. Момент срыва определяется приближенно из соотношения

$$\frac{g\tau}{h_1^{2/3}} = 2\left(\frac{h_1}{\lambda\Omega}\right)^2, \quad (7)$$

когда амплитуда достигает значения, при котором диссипативное слагаемое в первом уравнении системы (6) оказывается порядка единицы, а производная  $d\rho/d\tau$  меняет знак.

Именно эти решения соответствуют захвату в резонанс, когда поперечная компонента нарастает до величины порядка единицы [30]. В общем случае захват в резонанс зависит от начальных данных, а также от скорости изменения  $h_0(\tau)$  либо  $\Omega(\tau)$ . Эти зависимости можно определить численно. Однако, как показывают численные эксперименты, при скорости изменения  $h_0(\tau)$ ,  $\Omega(\tau)$ , много меньшей параметра затухания

$$g \ll \lambda \leq h_1 \ll 1,$$

область захвата в резонанс слабо зависит от начальных данных, что можно объяснить релаксацией системы в состояние, близкое к резонансному еще в пределах начального пограничного слоя.

Формула (7) пригодна, если к моменту срыва значение  $m_z$  не мало. Если  $m_z \approx 0$ , то момент срыва  $t \approx g^{-1}$  определяет условие  $a(t) = 0$ . При этом для фазы в момент срыва из (4) получается соотношение

$$h_1 |\sin\psi| \approx \lambda\Omega. \quad (8)$$

В случае  $\lambda\Omega \ll h_1$  отсюда вытекает  $|\psi| \ll 1$ , что согласуется с численными результатами.

## Численные эксперименты по авторезонансному управлению нелинейной динамикой намагниченности

Правильность полученных выше аналитических результатов подтверждается численными экспериментами с уравнениями (4). Переходим к изложению результатов таких экспериментов.

Рассмотрим движение намагниченности в циркулярнополяризованном поперечном поле с фиксированной частотой  $\omega$  и резонансном продольном поле, медленно меняющемся со временем по закону:

$$h_0(t) = h_0(0) \pm f(gt), \quad (9)$$

где  $0 < g \ll 1$ , а  $f$  — некоторая функция, явный вид которой приведен ниже.

Подробно рассмотрим случай, соответствующий верхнему знаку „+“ в (4) и (9). На рис. 1–3 приведены зависимости продольной компоненты намагниченности  $m_z$  и косинуса разности фаз  $\psi$  от времени  $t$ , полученные путем численного решения системы уравнений (4) при  $h_1 = 0.01$ ,  $h_0(0) = 0.1$ ,  $\Omega(0) = 1.1$ . Расчеты показывают, что для заданного набора параметров и зависимости  $f(gt)$  от времени существует режим прецессии, при котором намагниченность отклоняется на достаточно большие углы, достигающие значения  $90^\circ$  и даже его превосходящие. Из рис. 1 и 2 видно, что с течением времени система, выходя из пограничного слоя (см. вставку на рис. 1), переходит к режиму, когда величина продольной компоненты намагниченности уменьшается по закону, близкому к

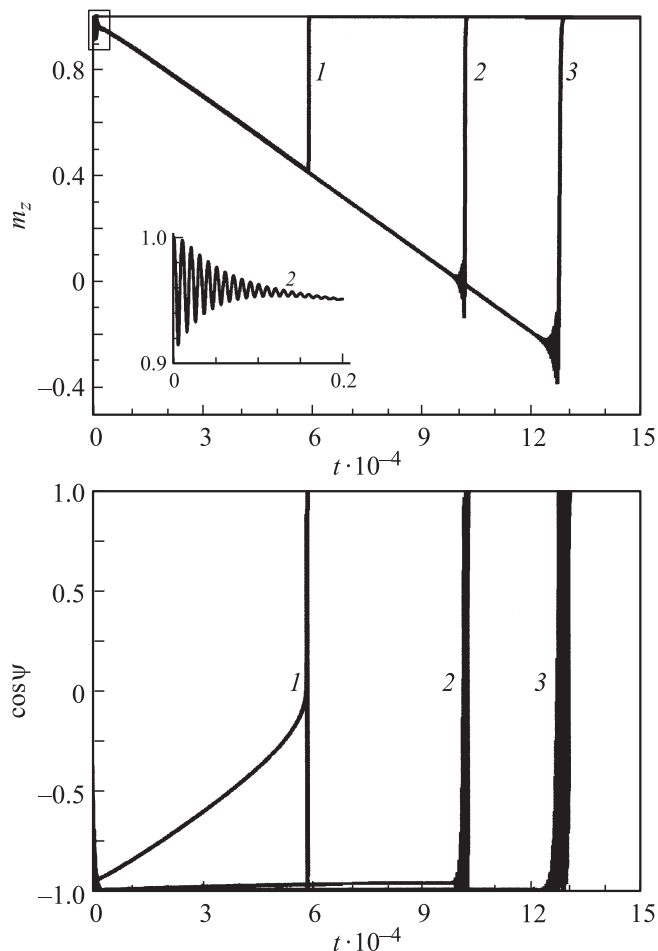
$$m_z \approx \Omega - h_0 = 1 - f(gt). \quad (10)$$

Откуда следует, что

$$\omega = \omega_0 m_z + \gamma H_0(t) = \omega_r(m_z). \quad (11)$$

На рис. 1 видно, что при линейном законе изменения поля, т. е.

$$f = gt, \quad (12)$$



**Рис. 1.** Зависимость продольной компоненты намагниченности  $m_z$  и  $\cos \psi$  от времени при  $g = 10^{-5}$ ,  $\lambda$ : 1 — 0.01, 2 — 0.0025, 3 — 0.001.

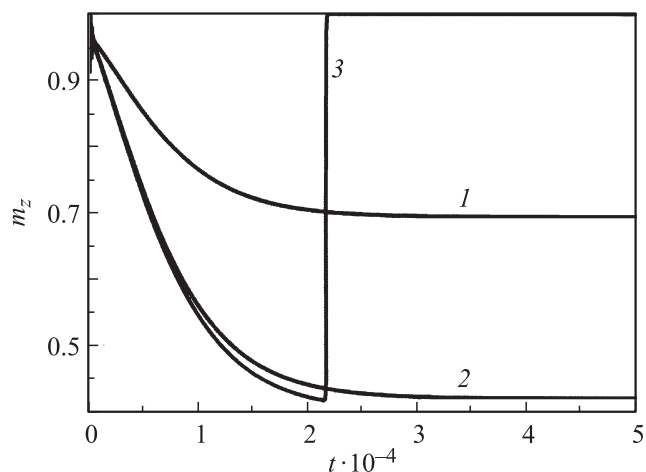
с течением времени происходит расфазировка, наступает движение с быстро меняющейся фазой и скачок в состояние с  $m_z \approx 1$ . Этот скачок при  $\lambda = h_1$  происходит в момент времени, приблизительно определяемый (7). В случае  $h_1 \gg \lambda(1 + h_0(0))$  при выполнении условия (8) скачок происходит в момент времени  $t \approx g^{-1}$ .

Итак, аналитический и численный анализ показывает, что при медленном росте величины резонансного поля происходит подстраивание частоты нелинейного прецессионного движения намагниченности под частоту переменного поля (см. (11)). Разность фаз меняется медленно, т.е. остается практически неизменной (см. рис. 1), а  $\cos \psi$  — отрицательной. Именно такое явление принято называть автофазировкой или авторезонансом [19,26–30].

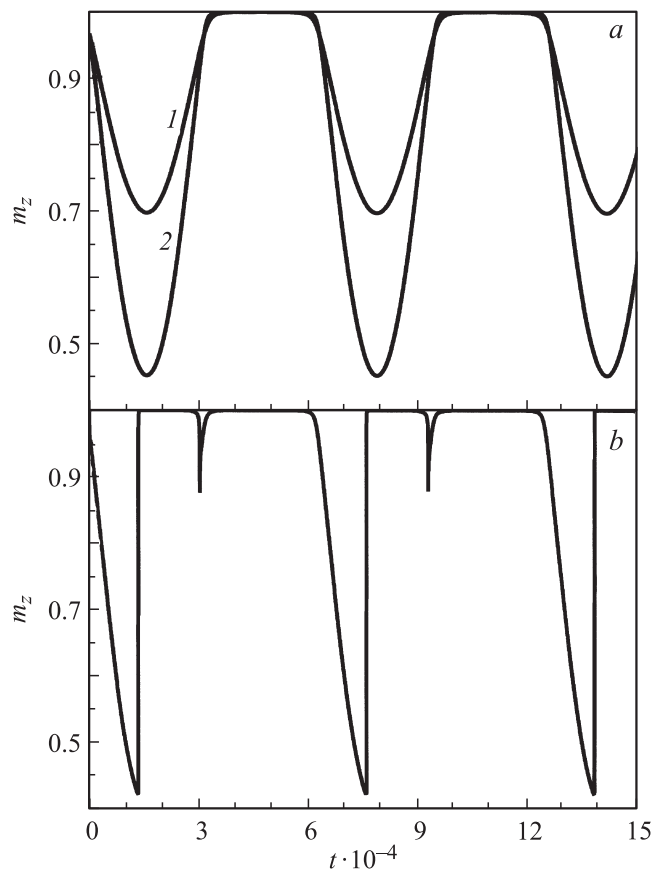
Исследуем возможность перевода намагниченности в состояние стационарной высокоамплитудной однородной прецессии. Для этого рассмотрим изменение резонансного поля по закону гиперболического тангенса, т.е.

$$f = h_2 \text{th}(gt). \quad (13)$$

Численные расчеты показывают, что при положительном  $h_2$ , меньшем некоторого критического (см. рис. 2), с течением времени происходит управляемый переход к режиму стационарного нелинейного ФМР с частотой,



**Рис. 2.** Зависимость продольной компоненты намагниченности  $m_z$  от времени при  $g = 10^{-4}$ ,  $\lambda = 0.01$ ,  $h_2$ : 1 — 0.3, 2 — 0.58, 3 — 0.6.



**Рис. 3.** Зависимость продольной компоненты намагниченности  $m_z$  от времени при  $g = 10^{-4}$ ,  $\lambda = 0.01$ ,  $a$  —  $h_2$ : 1 — 0.3, 2 — 0.55,  $b$  —  $h_2 = 0.6$ .

равной

$$\omega_r(\omega_z) = \omega_0(m_z + h_2) + \gamma H_0(0).$$

При поле  $h_2$ , большем некоторого критического, с течением времени происходит скачок в состояние с  $m_z \approx 1$  (кривая 3 на рис. 2). Таким образом, изменяя величину  $h_2$ , можно вывести намагниченность на траектории с различными достаточно большими растворами конуса прецессии; время выхода на этот режим определяется параметром  $g$ .

Следует заметить, что аналогичные результаты имеют место и в случае  $K_u - 2\pi M_0^2 < 0$  ферромагнетика типа „легкая плоскость“, намагниченного перпендикулярно плоскости пленки. Графики, аналогичные приведенным на рис. 1–3, получаются при  $h_0(0) = 2.1$  в случае уменьшения  $h_0(t)$  со временем (знак „минус“ в (9)) до  $h_0(t) > 1$ , и  $\cos \psi$  при этом является положительным.

Переходим к рассмотрению полностью управляемой динамики намагниченности, т.е. не только возбуждения, но и контролируемого подавления высокоамплитудной однородной прецессии намагниченности в авторезонансном режиме. Управление нелинейной динамикой намагниченности, как следует из (5), возможно, если модуль параметра  $a = h_0 - \Omega$  как медленной функции времени не превышает единицы. Как было показано выше, когда модуль  $a(t)$  в начальный момент близок к единице и далее начинает убывать со временем, продольная компонента намагниченности  $m_z$  уменьшается. Это соответствует возбуждению высокоамплитудной однородной прецессии намагниченности. Если уменьшение модуля  $a(t)$  сменяется ростом, то продольная компонента намагниченности  $m_z$ , согласно выражению (5), должна расти, а это означает уменьшение амплитуды однородной прецессии. Рассмотрим случай, когда  $a(t)$  является периодической функцией времени, что может иметь место при периодическом изменении либо частоты накачки  $\Omega$ , либо резонансного (подмагничивающего) поля  $h_0$ .

Рассмотрим движение в подмагничивающих полях вида (9), меняющихся по закону синуса, т.е.

$$f = h_2 \sin(gt). \quad (14)$$

На временах  $2\pi n/g < t \leq \pi(2n+1)/g$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) частота накачки оказывается меньшей или равной частоте линейного ФМР  $\omega_r = \omega_0(1 + h_0(0) + h_2 \sin(gt))$ . На этих временах при  $h_2$ , меньшем некоторого критического значения (см. рис. 3, а) имеет место как захват фазы  $\psi = \psi_0 \approx \text{const}$ , так и захват частоты  $\omega = \omega_0(m_z + h_0(t))$ . Продольная компонента намагниченности, как видно на рис. 3, а, меняется по закону  $m_z \approx 1 - f(gt)$ . Захват фазы и частоты длится в течение времени  $\Delta t = \pi/g$ . В первой половине этого интервала продольная компонента намагниченности  $m_z$  убывает, а во второй — растет.

На временах  $\pi(2n+1)/g < t \leq 2\pi(n+1)/g$  частота накачки оказывается больше резонансной частоты линейного ФМР  $\omega_r = \omega_0(1 + h_0(0) - h_2 |\sin(gt)|)$ . В этом случае захват частоты отсутствует. Система переходит

в устойчивый стационарный нерезонансный режим прецессии намагниченности с  $m_z \approx 1$ . В этом состоянии намагниченность находится в течение времени  $\Delta t = \pi/g$ . В течение этого интервала времени система находится как бы в режиме ожидания. После прохождения этого времени снова наступает режим захвата фазы и частоты. При  $h_2$ , большем некоторого критического, захват фазы и частоты имеет место только на временах  $2\pi n/g < t < \pi(4n+1)/(2g)$ , при которых происходит авторезонансное уменьшение  $m_z$  (рис. 3, б). В момент времени  $t \approx \pi(4n+1)/(2g)$  происходит „расфазировка“ и переход намагниченности в состояние  $m_z \approx 1$ . Через время  $\Delta t = \pi/(2g)$  после „расфазировки“ т.е. в момент времени  $t = \pi(2n+1)/g$ , снова выполняется резонансное условие  $\omega = \omega_0(1 + h_0(0))$  и возникает узкий временной переходной (пограничный) слой, приводящий к слабому уменьшению  $m_z$  (пик на зависимости  $m_z = m_z(t)$  на рис. 3, б). Однако захвата не происходит, так как уже при  $t > \pi(2n+1)/g$  наступает расстройка, частота накачки оказывается больше собственной частоты, нарушается условие авторезонансной прецессии намагниченности и происходит переход в нерезонансный режим  $m_z \approx 1$ . Далее по истечении времени  $\Delta t = \pi/g$  в моменты времени  $t = 2\pi k/g$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) снова включается авторезонансный режим уменьшения  $m_z$ .

## Заключение

Таким образом, в перпендикулярно намагниченных ферромагнитных пленках с малым затуханием (с узкой резонансной линией) в радиочастотных полях малой амплитуды возможны эффекты с более значительным изменением амплитуды прецессии намагниченности. Такие эффекты могут возникать в условиях медленного изменения во времени частоты накачки или резонансного поля, при котором сохраняется резонансное условие. Такое нелинейное явление, при котором резонансные условия сохраняются „автоматически, сами собой“, а амплитуда прецессии намагниченности (энергия системы) значительно меняется со временем под действием радиочастотного поля малой амплитуды представляет суть авторезонансного эффекта в ферромагнитных пленках.

Выбирая соответствующие закон и скорость изменения резонансного поля или частоты накачки, прецессирующую намагниченность с малой амплитудой можно вывести в стационарный режим прецессии с достаточно большой амплитудой.

Управление нелинейной динамикой намагниченности в авторезонансном режиме возможно при одновременном воздействии двух полей — высокочастотного поперечного малой амплитуды и продольного низкочастотного резонансного. Выбирая частоту резонансного поля (параметр  $g$ ), можно управлять моментом включения и выключения авторезонансного режима намагниченности, а изменяя амплитуду резонансного поля (параметр  $h_2$ ), можно управлять величиной и характером авторезонансного изменения продольной компо-

ненты намагниченности  $m_z$ , т.е. глубиной и характером изменения модуляции выходного сигнала.

В заключение можно сказать, что эффекты, обусловленные авторезонансом, возможны в магнетиках с малой диссипацией, независимо от их симметрии, например, в магнетиках, в которых обнаружены нелинейный магнитный резонанс [34,35] и нелинейные колебания намагниченности [36].

Работа поддержана грантами РФФИ № 09-01-92436-КЭ и 10-01-00186.

## Список литературы

- [1] *Скряцкий Г.В., Алимов Ю.М.* // ЖЭТФ. 1959. Т. 36. Вып. 4. С. 1267–1271.
- [2] *Моносов Я.А.* Нелинейный ферромагнитный резонанс. М.: Наука, 1971. 210 с.
- [3] *Гуревич А.Г., Мелков Г.А.* Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994. 462 с.
- [4] *Dötsch H., Schmitt H.J., and Müller J.* // Appl. Phys. Lett. 1973. Vol. 23. N 11. P. 639–641.
- [5] *Dötsch H.* AIP Conf. Proc. 1976. Vol. 29. N 1. P. 78–83.
- [6] *Малоземов А., Слонзуски Дж.* Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М.: Мир, 1982. 382 с.
- [7] *Шутый А.М., Семенов Д.И.* // ЖЭТФ. 2000. Т. 118. Вып. 3(9). С. 610–616.
- [8] Ферромагнитный резонанс. Физическая энциклопедия под ред. А.М. Прохорова. М.: БРЭ, 1998. Т. 5. С. 306.
- [9] *Семенов Д.И., Шутый А.М.* // УФН. 2007. Т. 177. Вып. 8. С. 831–857.
- [10] *Thirion C., Wernsdorfer W., Mailly D.* // Nature Materials. 2003. Vol. 2. P. 524–527.
- [11] *Котов Л.Н., Носов Л.С.* // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 10. С. 55–60.
- [12] *Denisov S.I., Lyutyu T.V., Hänggi P., Trohidou K.N.* // Phys. Rev. B. 2006. Vol. 74. P. 104406.
- [13] *Прохоров А.М., Смоленский Г.А., Агеев А.Н.* // УФН. 1984. Т. 143. Вып. 1. С. 33–72.
- [14] *Звездин А.К., Котов В.А.* Магнитооптика тонких пленок. М.: Наука, 1988. 192 с.
- [15] *Зильберман П.Е., Темиряев А.Г., Тихомирова М.П.* // ЖЭТФ. 1995. Т. 108. Вып. 1 (7). С. 281–302.
- [16] *Тихонов В.В., Толкачев А.В.* // ФТТ. 1994. Т. 36. Вып. 1. С. 185–193.
- [17] *Вендик О.Г., Калиникос Б.А., Чарторижский Д.Н.* // ФТТ. 1974. Т. 16. Вып. 9. С. 2757–2759.
- [18] *Чириков Б.В.* // Д АН СССР. 1959. Т. 125. Вып. 5. С. 1015–1018.
- [19] *Fajans J., Friedland L.* // Am. J. Phys. 2001. Vol. 69. N 10. P. 1096–1102.
- [20] *Фрадков А.Л.* // УФН. 2005. Т. 175. Вып. 2. С. 113–138.
- [21] *Семенов Д.И., Шутый А.М.* // Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 75. Вып. 2. С. 287–290.
- [22] *Гарифуллин Р.Н., Калякин Л.А., Шамсутдинов М.А.* // ЖВМ и МФ. 2007. Т. 47. Вып. 7. С. 1208–1220.
- [23] *Калякин Л.А., Шамсутдинов М.А., Гарифуллин Р.Н., Салимов Р.К.* // ФММ. 2007. Т. 104. Вып. 2. С. 115–128.
- [24] *Шамсутдинов М.А., Ломакина И.Ю., Назаров В.Н., Харисов А.Т., Шамсутдинов Д.М.* // Ферро- и антиферромагнитодинамика. Нелинейные колебания, волны и солитоны. М.: Наука, 2009. 456 с.
- [25] *Stoner E.C., Wohlfarth E.P.* Phil. Trans. R. Soc. Lond. A. 1948. Vol. 240. P. 599–642.
- [26] *Векслер В.И.* Д АН СССР. 1944. Т. 43. Вып. 8. С. 346–348; Т. 44. Вып. 9. С. 393–396.
- [27] *McMillan E.M.* // Phys. Rev. 1945. Vol. 68. N. 5–6. P. 143–144; 1946. Vol. 70. N 9–10. P. 800.
- [28] *Meerson B., Friedland L.* // Phys. Rev. A. 1990. Vol. 41. N 9. P. 5233–5236.
- [29] *Калякин Л.А.* УМН. 2008. Т. 63. Вып. 5. С. 3–72.
- [30] *Калякин Л.А.* ТМФ. 2003. Т. 137. Вып. 1. С. 142–152.
- [31] *Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974. 504 с.
- [32] *Арнольд В.И., Козлов В.В., Неиштадт А.И.* Математические аспекты классической и небесной механики. М.: ВИНТИ, 1985. 310 с.
- [33] *Калякин Л.А., Шамсутдинов М.А.* // Тр Ин-та математики и механики УрО РАН. Екатеринбург: УрО РАН, 2007. Т. 13. Вып. 2. С. 104–119.
- [34] *Патрин Г.С., Волков Н.В., Прохорова И.В.* // ФТТ. 2004. Т. 46. Вып. 10. С. 1828–1830.
- [35] *Патрин Г.С., Волков Н.В., Федосеева Н.В., Николаев Е.М.* // Письма в ЖЭТФ. 1993. Т. 57. Вып. 3. С. 183–186.
- [36] *Ильашенко Е.И., Колотов О.С., Матюнин А.В., Погосев В.А.* // ЖТФ. 2008. Т. 78. Вып. 6. С. 39–42.